S.804 C.4

RECUEIL

DES PIECES

QUI ONT REMPORTÉ LES PRIX

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Depuis leur fondation juſqu'à préſent.

Avec les Pieces qui y ont concouru.

TOME QUATRIEME.

Contenant les Pieces depuis 1738 *juſqu'en* 1740.

A PARIS,

Chez { GABRIEL MARTIN, rue Saint Jacques, à l'Etoile.
J. B. COIGNARD, Imprimeur ordinaire du Roi, rue S. Jacques, à la Bible d'Or.
HIPPOLYTE-LOUIS GUERIN, rue S. Jacques, à Saint Thomas d'Aquin.
CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, rue Dauphine, à l'Image Notre-Dame.

M. D C C. L II.

Avec Approbation & Privilége du Roi.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

PIECES

contenues dans ce quatriéme Volume.

I. *Dissertatio de Igne, in qua ejus natura & proprietates explicantur :* à D. Leonardo EULER.

II. Discours sur la propagation du Feu : par le Pere LOZERAN DU FIESC.

III. Explication de la nature du Feu & de sa propagation : par M. le Comte de CREQUY.

IV. Dissertation sur la nature & la propagation du Feu : par M. L. M. DU CHASTELET.

V. Essai sur la nature du Feu & sur sa propagation : par M. DE VOLTAIRE.

VI. Dissertation sur la cause physique du Flux & du Reflux de la Mer : par le P. Antoine CAVALLERI.

VII. Traité sur le Flux & Reflux de la Mer : Par M. Daniel BERNOULLI.

VIII. *De causa physica Fluxûs & Refluxûs Maris :* à D. MAC-LAURIN.

IX. *Inquisitio physica in causam Fluxûs ac Refluxûs Maris :* à D. Leonardo EULER.

Avis au Relieur pour placer les Figures de ce Recueil.

Tome quatrième.

La planche de la Dissertation du P. CAVALLERI, sur le Flux de la Mer doit se placer après la page 52

Les planches du Traité de M. DAN. BERNOULLI, marquées 2 & 3 après la page 192

Les planches marquées 4 & 5 du Traité de M. MAC-LAURIN, se placent à la page 234

Les planches 6, 7, 8, & 9 se doivent placer à la fin de la derniere Piece de 1740. par M. EULER, à la page 350

PIECES
QUI ONT REMPORTÉ
LE PRIX
DE L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES,
En M. DCC. XXXVIII.

DISSERTATIO DE IGNE,

IN QUA

EJUS NATURA ET PROPRIETATES

EXPLICANTUR:

Occasione Quæstionis, cum præmio annexo, ab Illustrissimâ ACADEMIA SCIENTIARUM REGIA PARISINA *pro anno* 1738. *propositæ, ejusdem Academiæ judicio æquo submissa:*

Cui præmium, in tres partes divisum, pro unâ ex illis addictum fuit.

Auctore D. LEONARDO EULER, *Mathemat. Profess. & Academiæ Scientiarum Petropolitanæ Socio.*

DISSERTATIO DE IGNE,

IN QUA EJUS NATURA & Proprietates explicantur.

Magnum iter ascendo; sed dat mihi gloria vires:
Non juvat ex facili lecta corona jugo.

Propert. Lib. III.

§. I.

CUM illustrissima Academia Scientiarum Regia hoc tempore explicationem Naturæ & Propagationis Ignis requirat, non dubito sequentes meas de hoc argumento meditationes exquisitissimo illius judicio submittere. Quamvis enim hæc quæstio tam sit ardua, atque tot tantisque difficultatibus involuta, ut nemo adhuc admirandis Phænomenis eò pertinentibus satisfacere potuerit;

tamen mihi quidem ego videor omnes istas difficultates feliciter superasse, atque sublimem hanc de Igne quæstionem distinctè enodasse. Quamobrem inclytam Academiam Scientiarum submissè rogo, ut hanc meam Dissertationem benignè accipere atque examini suo acutissimo subjicere dignetur: certâ spe fretus, fore ut, si fortè laborem meum præmio dignum non censeat, tamen me à scopo non nimis longè aberrasse sit judicatura.

§. II.

Si omnia Ignis phænomena, quæ in sensus nostros incurrunt, vel levissimâ attentione contemplamur, dubitari omninò nequit, quin Ignis in motu vehementissimo minimarum particularum consistat. In hoc enim non solùm omnes Naturæ scrutatores unanimiter conveniunt, sed talem etiam motum vires, quibus Ignis gaudet, calefaciendi, comburendi & lucendi evidentissimè evincunt. Quocirca ad Ignis naturam explicandam, imprimis necesse est, ut qualis sit materia Ignem flammamque constituens, & quonam ea cieatur motu, definiatur: omnes enim Naturæ effectus à Materia & Motu determinari, ab omnibus Physicis rationem & experientiam sequentibus, satis superque est comprobatum. Cùm autem cognitionem sufficientem Materiæ Motûsque quibus Ignis conficitur, fuerimus consecuti, tùm Phænomena Ignis præcipua erunt perpendenda, atque ex antè inventâ Ignis naturâ deducenda & explicanda: quorum utrumque, si, utì confido, præstitero, quæstioni propositæ penitùs satisfeciisse putandus ero.

§. III.

Quanquam in quæstionibus Physicis post experientiam hypotheses plurimùm valent, atque sine hypothesi præmissâ vix ullius Phænomeni vera causa est inventa: tamen summoperè circumspectum esse oportet, qui ab hypothesibus cujuspiam Phænomeni explicationem aggredi voluerit. Quandò enim accidit, ut uni Phænomeno plures hypotheses æquè satisfaciant, quarum plus una vera esse nequit, in dubio relinquimur, quænam reliquis sit præferenda; sin autem eædem hypotheses simul cum aliis Phænomenis comparentur, sæ-

piùs evenire ſolet, ut nulla ampliùs ſatisfaciat: quod certum eſt indicium nullam aſſumtarum hypotheſium veram fuiſſe Phænomeni cauſam. Hoc verò incommodum magis eſt metuendum ſi Phænomena ejuſmodi conſiderentur, quæ per multas hypotheſes explicationem admittunt; tùm enim difficulter omnes hypotheſes ſatisfacientes enumerantur, & ideò veram præterire proclive erit. Quamobrem in naturâ ſcrutandâ initio ejuſmodi Phænomena perpendiſſe expediet, quæ quàm pauciſſimis modis explicari patiantur, ne in inutilem variarum hypotheſium copiam labamur; certiſſimâ autem viâ ad veritatem pertingemus, ſi tale Phænomenon ſeligere contigerit, quod unico modo explicari queat.

§. IV.

Cùm igitur hoc principio, tanquam normâ, in præſente diſquiſitione uti conſtituiſſem, ſtatim vim Ignis calefaciendi & lucendi, tanquam Phænomena minùs idonea ad veram Ignis indolem indagandam, ejeci: ad ea enim explicanda motus quicumque vehemens minimarum particularum, pro quo innumerabiles hypotheſes excogitari poſſunt, eſt ſufficiens. Hanc ob rem de induſtriâ aliud anquiſivi Phænomenon, cui per hypotheſes difficillimè & unico fortè modo ſatisfieri poſſet. Tale autem Phænomenon ipſa quæſtionis propoſitio ab illuſtriſſimâ Academiâ facta mihi ſuggeſſit, quod eſt Ignis propagatio, ſeu vis incendendi, Ignemve cum aliis corporibus combuſtibilibus communicandi: cujus Phænomeni explicatio meritò diſertis verbis eſt poſtulata, cùm difficulter hypotheſis conveniens excogitari queat.

§. V.

Ideò autem hoc Phænomenum explicatu difficile videtur, quòd primâ fronte legibus Naturæ & Motûs contrarium appareat. Si enim perpetuò effectus cauſæ proportionalis eſſe debeat, atque motûs viriumve quantitas augeri nequeat, maximè paradoxum certè videtur, ex minimâ ſcintillâ maximum Ignem enaſci poſſe, quo tantæ moles deſtruantur; deindè cùm in communicatione motûs corpus movens de motu ſuo tantùm amittat, quantùm in alterum transfert,

hîc non ſine admiratione videmus, ex Igne qui, ut certò conſtat, in motu conſiſtit, alium Ignem adeoque motum produci ſine ullo prioris detrimento. Quò ergo hoc Phænomenum explicatu eſt difficilius, eò magis operam dabo, ut ejus idoneam cauſam reperiam, ex quâ, ſi invenero, eò majorem utilitatem haurire ſpero, quòd multæ hypotheſes ei quadrantes concipi nequeant. Dabo autem non ſolùm explicationem iſtius Phænomeni, ſed etiam idoneis argumentis evincam explicationem meam eſſe unicam, & propterea ipſam veram. Hinc ergo porrò eximius uſus normæ, quam mihi in indagando formaveram, conſpicietur: cujus beneficio ſine ullâ hypotheſi aſſumtâ ad tam ardui Phænomeni veram cognitionem pervenerim.

§. VI.

Cùm ergo hujus Phænomeni præcipuus nodus in hoc verſetur, quòd in Igne productio & incrementum motûs obſervetur, ſine abolitione vel decremento motûs: atque vis minima, qualis eſt in ſcintillâ, maximam virium copiam generare poſſit: in id potiſſimùm erit incumbendum, ut horum perverſorum effectuum cauſam phyſicam aſſignemus. Ejuſmodi igitur materiæ ſtatum ſeu ſtructuram inveſtigare oportet, in qua vis minima, ſi ritè applicetur, maximam virium motûſque quantitatem producere valeat, atque ab hujus problematis legitimâ ſolutione tota noſtra de naturâ Ignis diſquiſitio pendebit.

§. VII.

Licèt autem iſte materiæ ſtatus, quem quærimus, ad ſolam illam Materiam ſubtilem, quâ Ignis conſtat, ſit referendus: tamen expediet talem ſtatum, in materiâ craſſiore noſtroſque ſenſus magis afficiente, determinare, quo de eo ejuſque cum legibus Naturæ convenientiâ eò tutiùs & certiùs judicare queamus. Quando enim noſtram inquiſitionem, circa ipſam illam materiam ſubtilem Ignis, inchoare vellemus, proclive foret in ratiociniis labi, atque contra Naturæ leges impingere; quod facilè evitatur, ſi materiam craſſiorem tractemus, quippe cui ratiocinia noſtra ſecuriùs accommodare liceat. Cùm autem

talis

talis ſtatus, qualem requirimus, in materiâ craſſiori fuerit determinatus, illum ſine periculo ad materiam quantumvis ſubtilem transferre poterimus: quicquid enim in materiâ craſſiore locum invenit, idem etiam in materiâ ſubtiliſſimâ eſt admittendum.

§. VIII.

Hujuſmodi autem materiæ ſtatum, quo minima vis in maximam excreſcere valet, in pulvere pyrio obſervamus: eadem enim exigua vis, quâ unicum granum incenditur, apta eſt ad maximam hujus pulveris copiam explodendam. Hoc quidem exemplum ad inſtitutum noſtrum, quo in materiâ ab Igne diversâ ſimilem proprietatem deprehendere ſuſcepi, minùs idoneum videri poſſet, cùm pulveris pyrii exploſio cum Igne ſit conjuncta, atque per ipſum Ignem fiat: ita ut ad id ipſum, quod eſt in quæſtione recurrere, cenſeri poſſem. Sed ſi hoc Phænomenon attentiùs conſideremus, illud virium incrementum, quod in pulvere pyrio conſpicitur, omninò diverſum deprehendemus à ſimili Ignis qualitate. Quanquam enim Ignis propria eſt cauſa exploſionis pulveris pyrii, tamen ipſa exploſio, cum tanto impetu conjuncta, à ſolo Igne minimè proficiſci poteſt: ſed potiùs peculiari hujus materiæ ſtructuræ tribui debet; adeò ut etiam Ignis actionem ab hâc proprietate pulveris pyrii cogitatione prorſus ſeparare liceat.

§. IX.

Satis autem jam conſtat inter Phyſicos, neque ulteriore probatione habet opus, in Materiâ pulveris pyrii, latere aërem aliudve ſimile fluidum elaſticum vehementer compreſſum, quod accenſione, quâ particulæ hoc fluidum coërcentes diſrumpantur, ingenti vi ſeſe expandat, ſtupendoſque illos effectus edat. Ex quâ explicatione, contra quam, quid excipi poſſet, non video, ſatis ergo apparet, Ignis vim multiplicationis à propriâ vi pulveris pyrii rectè diſtingui, atque cogitatione prorſus poſſe ſeparari. Quâ enim in exploſione pulveris pyrii Ignis nil aliud præſtat, niſi quòd clauſtra, quibus aër compreſſus continetur, recludat, ſalvo effectu,

loco Ignis, aliam quamcumque vim ſubſtituere licebit, dummodò par ſit illis clauſtris recludendis. Quin etiam, loco Ignis talem vim ſubſtituiſſe ſufficiet, quæ unicum granulum diffringere valeat: ſi quidem unius ruptio, aëriſque vehemens ejaculatio, aliis quoque effringendis inſervire poteſt.

§. X.

Ex hâc pulveris pyrii conſideratione poterimus nunc ejuſmodi materiæ ſtatum nobis mente concipere, qui legibus Naturæ minimè adverſetur, atque quæſito noſtro plenè ſatisfaciat: ſcilicet ut ab exiguâ vi etiam maxima generari poſſit. Nam, ut totum negotium adhuc craſſiùs repræſentemus, concipiamus bullularum vitrearum quantumvis magnam copiam, quæ omnes aëre vehementer compreſſo ſint repletæ: eritque hujuſmodi bullularum acervus talis materia, qualem deſideramus. Ponamus enim tantillam vim applicari, quâ unica bullula frangatur, manifeſtum erit, tam ab eruptione aëris quàm fruſtulorum vitri projectione, vicinas bullulas ſimiliter actum iri, ab hiſque porrò alias, donec omnes fuerint effractæ, ingentique ſtrepitu aërem incluſum emiſerint. Iſta ergo, quam formavimus, materia ratione illarum proprietatum, quas meminimus explicatu eſſe difficillimas, admodùm ſimilis eſt Materiæ Ignis, cùm in illâ minima vis ingentem motum cauſari, & per ipſum motum ſine ullo diſpendio novus motus generari queat.

§. XI.

Si autem hanc à nobis formatam Materiam penitiùs ſcrutemur, intelligemus ſimul præter hanc, quam finximus, ſtructuram aliam omninò exhiberi non poſſe, quæ ad eadem Phænomena eſſet apta. Nam, cùm contra leges Naturæ fundamentales pugnet, ut vires multiplicentur, neceſſe eſt, ut quoties talis multiplicatio in Naturâ obſervatur, ea tantùm ſit apparens, atque vires productæ jam antè in ipsâ materiâ latuerint. Hoc autem, niſi ad qualitates occultas, quæ funditùs ex Phyſicâ ſunt exterminandæ, confugere velimus, alio modo præter vim elaſticam obtineri nequit. Nulla enim vis vel potentia ad motum generandum apta, alia in Naturâ admitti

poteſt, præter vim centrifugam, à quâ tam vis elaſtica quàm gravitas omneſque aliæ vires ortum trahunt. At ſi ratio noſtri Phænomeni, in vi elaſticâ ſeu conatu ſeſe extendendi, collocari debet : certè alio modo, præter aſſignatum, materiæ ſtatus idoneus concipi nequit. Non ſolùm igitur ſtructuram mechanicam & legibus naturæ conformem invenimus, quæ noſtro quæſito ſatisfaciat, ſed ſimul certi ſumus eam eſſe unicam quæ in mundo exiſtere poteſt; quam idcircò, quoties ejuſmodi Phænomena explicanda occurrunt, ſemper tutò ſtatuere poſſumus & debemus.

§. XII.

Ex his igitur ſatis intelligitur, quàm commodè ad âliquid certi de naturâ Ignis ſtabiliendum inter alia Ignis Phænomena id potiſſimùm ſelegerim, quo Ignis ſeſe extendere & multiplicare obſervatur. Nam cùm alia Phænomena plures explicationes admiſiſſent, quarum, quæ ſaltem veriſimilior eſſet, difficulter definiri potuiſſet; hâc viâ ingreſſus, ad certam unius præcipuæ Ignis proprietatis cognitionem nullâ prorſus hypotheſi innixam, perveni. Hocque ipſo jam maximâ ex parte propoſitæ quæſtioni ſatisfeciſſe mihi videor, cùm hanc de Igne conceptam ideam ulteriùs proſequendo, omnium reliquorum Ignis phænomenorum explicationem facilè prævideam.

§. XIII.

Structura autem, quam in materiâ craſſiore aëre ſcilicet fabricatam concepi, ad Ignem vel potius materiam, quâ Ignis conſtat, accommodabitur, ſi modò loco aëris materia illa ſubtilis & elaſtica ad Ignem producendum apta ſubſtituatur, quam materiam ſubtilem propterea materiam Igneam vocabo; loco bullularum verò vitrearum cujuſvis materiæ particulas ſubſtitui poſſe per ſe patet, dummodò ita fuerint conſtitutæ, ut materiam Igneam in ſtatu compreſſionis coërcere, ſimulque facilè rumpi poſſent. Quamobrem materia ad Ignem producendum apta, ſeu utì vocatur, materia combuſtibilis erit ea, quæ multas ejuſmodi particulas materiâ Igneâ repletas continet; eòque magis proindè materia erit combu-

ſtibilis, quò plures in eodem volumine complectatur ejuſmodi particulas. Prætereà verò etiam reliqua corporis materia eſt conſideranda, quæ particulas illas vel ita incluſas tenere poteſt, ut ipſas à viribus effringentibus tueatur, vel hujuſmodi impetibus expoſitas relinquit, ita ut etiam ab hac differentiâ combuſtibilitas plurimùm pendeat.

§. XIV.

Perſpectâ nunc naturâ illius materiæ, quæ ad Ignem ſuſcipiendum eſt apta, videamus quemadmodum Ignis actu excitetur. Intelligetur autem ex ſimilitudine bullularum aërearum, facilè à vi, quâ unica particula materiam Igneam compreſſam continens effringitur, ſubitò plures ſimul recludi debere : ex quibus adeò materia Ignea magno impetu erumpet, & quaſi explodetur; quæ exploſio tamdiu durabit, quamdiu ejuſmodi particulæ aderunt, quæ diſrumpi poſſunt. Hæc igitur ipſa exploſio materiæ ſubtilis eſt id quod Ignis vocatur. Quamobrem Ignem ita definio, ut ſit exploſio materiæ ſubtilis Igneæ compreſſæ : ſeu ſubitanea dilatatio iſtius materiæ ſequens ruptionem particularum, quibus hæc materia in ſtatu vehementer compreſſo coërcebatur. Quàm ſubtilis autem ſit iſta materia Ignea non multùm intereſt noſſe : ſufficiet enim eam ſummè eſſe elaſticam, aëre multò ſubtiliorem, atque ab æthere diſtinctam, ad omnia Ignis phænomena explicanda. In ſequentibus autem diſcrepantia iſtius materiæ Igneæ ab æthere oſtendetur.

§. XV.

Inter vires, quæ Ignem excitare valent, referendæ ſunt omnes eæ, quæ aptæ ſunt ad particulas illas materiâ Igneâ impletas diſrumpendas : inter quas primum locum ipſe Ignis tenet; ruptio enim illarum particularum atque vehemens materiæ Igneæ ejaculatio, ſine dubio, alias particulas effringere debet. In hoc igitur ipſo conſiſtit vis Ignis, in idoneâ materiâ ſeſe extendendi atque ulteriùs communicandi : quæ Ignis facultas, utì initio explicatu difficillima eſt viſa, ita hìc facillimè explicatur; quod quidem mirum non eſt, cùm noſtram de Ignis naturâ theoriam ex hoc ipſo Phænomeno ſimus con-

secuti. Quæstionis ergo propositæ alteri parti, quâ explicatio propagationis Ignis requirebatur, perfectè & mechanicè me satisfeciſſe minimè dubito. Progredior itaque ad reliquorum Phænomenorum contemplationem, oſtenſurus, quàm congruè omnia ex hâc de naturâ Ignis theoriâ ſequantur.

§. XVI.

Ignis autem phænomena, ratione explicationis, ad duas claſſes ſunt revocanda: ad quarum alteram ea refero Phænomena quæ ex ſolâ hâc theoriâ Ignis explicari poſſunt, neque ullo modo ab æthere pendent; ad alteram verò claſſem pertinent ea, quorum cauſa præter Ignis naturam in æthere ſimul eſt quærenda. Ad prius genus pertinent vis calefaciendi, comburendi atque, quam jam explicavimus, vis ſeſe multiplicandi; poſterioris verò generis Phænomena ſunt flamma & lumen: quæ, niſi nexus inter ætherem & materiam Igneam antè exponatur, explicari non poſſunt. Incipiam igitur à Phænomenis prioris generis, atque in eorum cauſam, quæ quidem ſe ſpontè manifeſtabit, inquiram.

§. XVII.

Quod itaque primùm ad vim calefaciendi attinet, ea ſtatim immediatè ex noſtrâ Ignis theoriâ fluit. Cùm enim calor in Motu quodam minimarum particularum corporum conſiſtat, ſatis perſpicuum eſt Ignem in omnibus corporibus calorem excitare debere. Namque exploſio materiæ illius ſubtilis Igneæ, atque ingens vis quâ minimæ moleculæ disjiciuntur, neceſſariò particulis non nimis diſſitis motum inducere debet: quo ipſo motu calor exiſtit. Quod quò clariùs ob oculos ponatur, atque affinitas, quæ inter Ignem & calorem intercedit, evidentiùs exponatur, attendamus ad primariam Ignis proprietatem, quâ exploſio particularum Ignearum alias ſimiles particulas vicinas effringere valet. Ex quo intelligitur, ſi tales particulæ vel omninò non adſint, vel ſi vi exploſionis non ſatis ſint expoſitæ, eandem vim tamen in reliquas particulas circumjectas ſeſe exerere; quæ, cùm idoneas Igni producendo particulas diſrumpere poſſit, certè quoque reliquas materiæ particulas movere debebit. Calor itaque ab Igne in hoc differt,

quòd calor sit motus particularum minimarum sine explosione, cùm in Igne iste motus cum explosione sit conjunctus. Hinc igitur ratio constat cur calor, sine decremento, sese in alia corpora ingerere nequeat: quia quantum motûs intestini, quo calor consistit, in aliud corpus transfertur, tantundem in priore perire debet, prout experientia satis declarat, & leges motûs postulant.

§. XVIII.

Deindè etiam ex his intelligere licet ex calore satis intenso Ignem oriri posse. Si enim calor tantoperè increscit motusque particularum minimarum tam sit vehemens, ut ab eo particulæ Igneæ effringi queant, tum corpus illud, quod tantum calorem concepit, si tales particulas Igneas contineat, Ignem suscipiet. Constat autem hoc utique ex omnibus modis quibus Ignem excitare solemus, quibus maximam partem minimæ particulæ per frictionem tantoperè ad motum cientur, ut particulas Igneas effringere atque adeò accendere valeant. Ita videmus chalybem fortiter ad silicem fricatum scintillas emittere, quibus porrò Ignis excitari solet; hâc autem chalybis contra silicem frictione particulæ exiguæ à chalybe abraduntur, quæ simul vehementem motum intestinum concipiant necesse est, quo ipso particulæ Igneæ quæ in chalybe latent accenduntur. Continere autem chalybem plurimas particulas materiâ Igneâ fœtas, ignitio ejus facilis satis declarat. Ex quo perspicitur chalybem ad Ignem excitandum ideò esse aptum, quòd particulis Igneis scateat simulque sit perquàm durus; ob duritiem enim frictio eò majorem motum ejus particulis inducit, atque eò minores particulas abradit: quæ propterea eò faciliùs Ignem concipiunt.

§. XIX.

Quemadmodùm autem Ignis sine ingenti calore existere nequit, contrà tamen summus calor sine Igne in corpore idoneo inesse potest. Omnia enim corpora caloris sunt capacia, etsi non omnia æquali gradu, prout in aquâ videmus, quæ non ultra datum gradum calefieri patitur; ad Ignem autem suscipiendum ea corpora tantùm sunt apta, quæ particulas

Igneas in se continent ruptioni expositas. Corpus igitur talibus particulis carens, utique majorem caloris gradum accipere poterit, quàm in alio corpore cum Igne solet esse conjunctus. Hujus rei exemplum videre licet in metallis duricribus, quæ etiam non ignita lignum aliaque corpora combustibilia accendere valent; quod autem ignita hoc præstent, id minus est mirandum, quia tùm revera ardent, in iisque explosio materiæ subtilis Igneæ adest.

§. XX.

Hinc etiam ratio reddi potest modorum quibus Ignis extingui solet, qui plerumque in adjectione materiæ non combustibilis consistunt. Tali autem adjectione materia non combustibilis particulas Igneas corporis ardentis obduxit, vel sese inter eas ingerit: quo fit, ut vis explosionis in hanc materiam exerceatur, in eâque consumatur, atque ideireo reliquæ particulæ Igneæ vim explosionis minùs sentiant. At si materia ardens pulveris pyrii qualitate gaudeat, ut Ignis cum explosione aëris sit conjunctus, tum Ignis extinguetur, si modo aëris eruptio & dilatatio impediatur; quia enim, hoc pacto, aëris explosio mox sistitur: tum simul Ignis, qui cum hác explosione est conjunctus, cessare debet. Prætereà autem facilè intelligetur, talem Ignem adjectione materiæ non combustibilis, nisi ingenti fiat copiâ, difficulter extingui; aëris enim explosio, quæ cum tali Igne est conjuncta, particulas materiæ aspersæ disjicit, impeditque quominùs reliquæ Ignis particulæ à ruptione salventur.

§. XXI.

Deindè etiam circa materiam quæ in Ignem injicitur, notandum est, an cum materiâ ardente misceri eive inhærere queat. Nisi enim materia adjecta corpus ardens ingredi eive adhærere possit, ob suprà allatas causas, Ignem extinguere non poterit; ita videmus, adspersione aquæ, oleum accensum non extingui nisi omninò aquâ offundatur: cujus rei ratio est, quòd oleum cum aquâ misceri non patiatur. Deniquè etiam quò materia non combustibilis, cæteris paribus, fuerit densior, eò promtiùs Ignem extinguet: quia in eâ vis explosionis

magis consumitur, prout experientiâ satis est notum. Hanc ob rem aër, etsi combustionis est incapax, tamen propter raritatem ad Ignem extinguendum est ineptus, nisi magno impetu in Ignem irruat, quo casu vicem corporis crassioris sustinere censendus est. Quin potiùs aër sæpiùs ad Ignem conservandum est necessarius, uti constat in candela accensa, quæ in spatio ab aëre evacuato extinguitur; particulæ enim ex sebo vel cera, quæ sunt Ignis nutrimentum, ob gravitatem specificam per aërem ascendunt, flammamque ingrediuntur, quæ nutritio, demto aëre, cessare debet.

§. XXII.

Porrò etiam intelligitur cur pleraque corpora combustione destruantur, atque magnum massæ suæ decrementum patiantur. Ab ingente enim vi, quâ particulæ Igneæ dissiliunt, non solùm materia earum propria dissipatur, sed etiam simul aliæ corporis particulæ ejaculantur atque à corpore separantur; quo ipso non solùm corpus multùm de suâ materiâ perdit, verùm etiam ratione statûs sui atteritur. Eò magis autem corpus in suo statu alterabitur, quò magis fuerit combustibile: hoc est, quò plures in se continet particulas Igneas, eò faciliùs reliquæ particulæ dissipari patiuntur. Ita materiæ combustibiles minùs compactæ & duræ, cujusmodi sunt ligna, ossa, ferèque omnes aliæ materiæ ex regno vegetabili & animali, combustione in cineres convertuntur; reliquæ verò particulæ omnes à vi Ignis disperguntur. Duriores verò magisque compactæ materiæ, cujusmodi sunt mineralia & metalla, in cineres non convertuntur; sed statum suum, ob firmiorem partium nexum, fortiùs conservant. Longè autem minorem particularum Ignearum copiam mineralia & metalla, si materiæ inflammabiles excipiantur, continere videntur, quàm materiæ antè memoratæ. Inter metalla verò ferrum reliquis plures particulas Igneas continere, ejus facilis ignitio, ejusque denique plenaria destructio, satis evincit. Contra verò aurum minimâ particularum Ignearum copiâ præditum sit oportet, quia Igne-fieri, ne in vehementissimo quidem Igne, patitur. Quòd autem aqua, aliaque corpora combustionis expertia,

ab

ab Igne dissipentur & in vapores resolvantur, id non tam Igni quàm soli calori est tribuendum, quo particulæ ita expanduntur & tam fiunt subtiles, ut per aërem, tanquam per medium gravius, avolent.

§. XXIII.

His Phænomenis, quæ hactenùs explicavimus, adjici possent alii Ignis effectus singulares, quibus alia corpora in vapores resolvit, alia in cineres convertit, (quos quidem jam obiter attigimus,) alia liquefacit, alia in calcem reducit, alia in vitrum transformat: sed, cùm horum effectuum causa, non tam in Igne, quàm potiùs in peculiari corporis cujusque structurâ, sit posita, hìc de illis differere nec institutum postulat, nec illis explicandis me parem sentio. Quamobrem nunc reliqua Ignis Phænomena propria aggrediar, ad quæ exponenda præter Ignis traditam theoriam, æther in subsidium debet vocari; quæ Phænomena sunt Flamma & Lumen. Flammam scilicet hìc considero, tanquam peculiare & à Lumine distinctum Phænomenon, quatenùs spatium determinatum occupat, atque figurâ est prædita. Lumen autem mihi erit Flammæ proprietas, quâ radios lucidos emittit, iisque in oculis nostris lucis sensum excitat.

§. XXIV.

Quod igitur ad Flammam attinet, ex notione datâ, constat eam nil aliud esse nisi spatium circa Ignem existens, distinctum & peculiari materiâ repletum; cùm autem Flamma perpetuò cum Igne sit conjuncta, necesse est ut materia quâ Flamma constat, sit illa ipsa materia subtilis, cujus explosione Ignis gignitur. Quamobrem manifestum est Flammam esse spatium materiâ illâ subtili Igneâ repletum. Cùm autem materia ista subtilis in Igne tantâ vi explodatur, quâquaversùm longissimè dissipari deberet, nisi ab alio medio coërceretur, & in definito spatio contineretur. Quare cùm Flamma determinatam habeat figuram, atque tantùm in viciniâ Ignis subsistat, necesse est ut aliud adsit medium fluidum elasticum ubique expansum, quod suâ elasticitate indefinitam materiæ subtilis Igneæ expansionem impediat, eamque materiam in determinato spatio

contineat. Hoc autem medium cur ab æthere diversum statuam nulla ratio suadet; quin etiam ex sequentibus clariùs perspicietur, medium hoc ejusdem esse indolis, cujus à Physicis æther esse statuitur.

§. XXV.

Quemadmodùm autem in medio quodam elastico alia materia pariter elastica spatium distinctum ad aliquod saltem tempus occupare queat, sequenti exemplo clarè apparebit. Ponamus bullulas nostras vitreas aëre vehementer compresso repletas, quas suprà ad Ignis naturam explicandam adhibuimus, in aquâ esse constitutas, ibique disrumpi. Quo facto manifestum est aërem erumpentem seseque expandentem aquam aliquantulùm de loco suo esse expulsurum, atque in mediâ aquâ spatium distinctum & definitum esse occupaturum: quod spatium eousquè augebitur, quoad compressio aquæ, quæ hîc vicem elasticitatis gerit, vim aëris ulteriorem sese expandendi in æquilibrio teneat. Generabitur igitur, explosione aëris, in medio aquæ bulla aërea à reliquo spatio distincta, quæ in ipso aëre non genita fuisset, cùm aër explosus sese statim cum aëre externo confudisset.

§. XXVI.

Si ergo casum hunc ad nostrum argumentum accommodemus, aëris locum materia subtilis Ignea, aquæ verò locum æther sustinebit. Indè verò simul patet ætherem fluidum esse à materiâ subtili Igneâ omnino diversum, seque ad hanc materiam propemodùm habere, ut se habet aqua ad aërem. Erit itaque æther, respectu materiæ Igneæ ita comparatus, ut, ab hâc, in æthere quasi bullæ formari queant. Posito igitur æthere undiquaque diffuso, facile erit explicatu, quomodò ex Igne Flamma formetur. Explosione enim materiæ Igneæ æther repellitur, ipsaque hæc materia in æthere tantum occupabit spatium, quoad vis elastica ætheris cum ulteriori vi materiæ Igneæ in æquilibrio consistat. Spatium igitur hoc in æthere materiâ subtili Igneâ repletum erit ipsa Flamma. Quòd autem Flamma cessante Igne simul cesset, ratio in promtu est: bulla enim illa in æthere diù durare nequit, sed materia Ignea mox

per ætherem distribuetur; quarè Flamma diutiùs durare non poterit, quàm ipsa materiæ Igneæ explosio. Interim tamen non nego, sine explosione, per aliam causam talem bullam materiæ Igneæ in æthere subsistere posse, quæ Flammæ speciem præ se ferre radiosque emittere queat; sed talis Ignis calore carebit: cujusmodi Phænomena, etiam plura, observantur inter Meteora & Phosphoros, quæ ex hoc fonte explicare nullus dubitarem.

§. XXVII.

Hâc jam Flammæ naturâ stabilitâ, lux, seu emissio radiorum, secundùm leges mechanicas necessariò cum Flammâ conjuncta esse debet. Quanquam enim Flammæ, seu bullæ illius, status ab æquilibrio, inter elasticitatem ætheris & materiæ Igneæ, pendet: tamen propter continuas novas explosiones summamque ætheris agitationem, hoc æquilibrium perpetuò aliquantulum turbabitur, quo ipso æther continuò à Flammâ succussiones patietur. Istæ autem succussiones in æthere, tanquam fluido summè elastico, producunt vibrationes, quæ sese quâquaversùs secundùm lineas rectas communicabunt; his igitur vibrationibus in æthere procreatis, efficiuntur radii luminis, simili prorsùs modo quo in aëre sonori radii producuntur. Hìc autem naturæ lucis fusiùs non immorabor, cùm hæc quæstio jam ante biennium ab illustrissimâ Academiâ sit ventilata atque excussa; sed pro instituto meo sufficiet monstrasse, quomodò Ignis lucem emittat.

§. XXVIII.

Interim tamen, antequàm huic dissertationi finem imponam, non abs re fore arbitror, si formulam subjungam, ex quâ, quantâ celeritate vibrationes per quodvis medium elasticum propagentur, intelligere licebit. Eò minùs autem hanc meam formulam communicare dubito, cùm Neutoni formula non solùm experientiæ de celeritate soni non quadret, sed etiam infirmis nitatur fundamentis. Mea autem formula est sequens. Sit *K* altitudo Mercurii, cujus pondus vi elasticæ medii sit æquale, quo abibit in altitudinem barometricam, si aër pro medio illo accipiatur. Deinde exprimat 1 : *n* ratio-

nem gravitatum ſpecificarum, ſeu denſitatum Mercurii & medii; prætereàque deſignet f longitudinem Penduli ſimplicis ſingulis minutis ſecundis oſcillantis. His poſitis, inveni vibrationes in tali medio uno minuto ſecundo propagari per ſpatium $= 4\sqrt{\frac{fK}{n}}$.

§. XXIX.

Si hæc formula ad aërem accommodetur ad ſoni celeritatem inveſtigandam, erit, menſuram pedis Rhenani, in 1000 particulas diviſi, adhibendo, $f = 3166$; K variis tempeſtatibus intra limites 2460 & 2260 continebitur, atque ob denſitatem aëris pariter variabilem, pono n intra hos limites $\frac{1}{10000}$ & $\frac{1}{11000}$. His ſubſtitutis, in formulâ datâ, reperietur ſonus, minuto ſecundo, per ſpatium transferri intra limites 1222 & 1069 pedum contentum: id quod longè meliùs cum obſervationibus congruit, quàm Neutoni determinatio, qui tantùm 950 pedes Rhenanos invenit, experientiâ verò 1108 pedes præbeat, qui numerus ferè medius eſt inter limites à me aſſignatos.

§. XXX.

Si ergo tam denſitas ætheris quàm ejus elaſticitas eſſet nota, ope hujus regulæ, facilè poſſet celeritas luminis determinari. Cùm autem de denſitate & elaſticitate ætheris nil certi conſtet, celeritas lucis verò ſatis ſit explorata, ope formulæ meæ viciſſim quicquam de denſitate & elaſticitate ætheris concludere licebit. Sequitur autem ex regulâ datâ, celeritates vibrationum in diverſis mediis eſſe in ratione ſubduplicatâ, compoſitâ ex directâ elaſticitatum & inversâ denſitatum. Quarè ſi elaſticitas ætheris ad elaſticitatem aëris ponatur, ut E ad e, & denſitas ætheris ad denſitatem aëris, ut D ad d, erit celeritas luminis ad celeritatem ſoni, ut $\sqrt{Ed}$ ad $\sqrt{eD}$. Si ergo, ſecundùm obſervationes, hæc ratio aſſumatur ut 700000 ad 1, prodibit $\frac{Ed}{eD} = 490000000000$; unde patet, ſine denſitate ætheris cognitâ, ejus elaſticitatem definiri non poſſe.

§. XXXI.

Plures autem rationes ſuadent ætherem longè eſſe rariorem quàm aërem : quarum præcipua eſt, quòd corpora cœleſtia in illo mota nullam ſenſibilem reſiſtentiam patiantur. Deindè elaſticitas ætheris multò quoque major eſſe debebit aëris elaſticitate, cùm ex eâ durities corporum aliaque ſimilia Phænomena explicari debeant. Ponamus igitur ætherem 1000000 vicibus eſſe rariorem quàm aërem, & reperietur elaſticitas ætheris 490000 vicibus major, quàm eſt aëris elaſticitas. Sin autem ætheris elaſticitas millies major aëris elaſticitate ſufficiens putetur, tùm denſitas eò minor prodibit, ſcilicet 490000000 vicibus minor quàm denſitas aëris. Etiamſi autem nec de denſitate nec de elaſticitate ætheris ſeorſim certi quid affirmare liceat : tamen ratio, quam habet elaſticitas ætheris, ad ſuam denſitatem applicata, ad aëris elaſticitatem ad ſuam pariter denſitatem applicatam, certò aſſignari poterit, quippè quæ eſt ut 490000000000 ad 1.

FINIS.

DISCOURS
SUR LA PROPAGATION
DU FEU.

Cette Piéce eſt une des trois entre leſquelles le Prix a été partagé également.

Par le Pere LOZERAN DE FIESC,
de la Compagnie de Jeſus.

DISCOURS

DISCOURS
SUR LA PROPAGATION DU FEU.

Omne ignotum pro magnifico eſt. *Tac. &c.*

LA Propagation du Feu dépend viſiblement de la nature du Feu. Il eſt donc néceſſaire de connoître celle-ci pour découvrir ſûrement la maniére dont ſe fait celle-là: tels ſont les deux objets que je dois embraſſer dans ce Diſcours, pour dire quelque choſe de raiſonnable ſur le ſujet propoſé.

Mais avant que d'entrer en matiére, il faut bien fixer l'état de la queſtion. Toute ſimple qu'elle paroît, elle peut devenir compliquée par la diverſité des Feux réels, ou réputés tels, qu'on pourroit conſidérer.

Il y a, par exemple, des Feux immenſes que l'Auteur de la Nature a placés à de grandes diſtances de la Terre, c'eſt les Etoiles & le Soleil. Tout ce que nous pouvons connoître de ces Feux, ſe réduit à la diverſité & à la régularité de leurs mouvemens ſenſibles & apparens.

Il eſt vrai que depuis les tems les plus reculés, les Philoſophes ont voulu deviner la conſtitution ou la nature de ces feux. Point de ſujet ſur lequel on ait bâti tant de ſyſtêmes différens. Mais ſi nous voulons en penſer raiſonnablement, nous ſerons perſuadés que toutes les recherches de ces grands Philoſophes

n'ont abouti qu'à montrer la témérité de leur entrepriſe. Inſtruits du ſort de Phaëton, n'allons point courir les mêmes riſques. Le Soleil qui eſt le plus voiſin d'entre tous ces feux, eſt encore à 30000000 de lieues : comment irions-nous y faire l'analyſe des principes qui le compoſent ; ſi c'eſt un mixte, ou ſi ce n'eſt pas un corps mixte ? Quel Téleſcope aſſez bon pourroit nous en montrer les petites parties, pour en découvrir la forme & le mouvement ? Par quelle voie même pourrions-nous nous aſſûrer que le feu du Soleil & des Etoiles eſt de la même nature que nos feux ordinaires & uſuels ?

Il eſt vrai que le Soleil & les Etoiles repandent de la lumiére comme nos feux, & infiniment plus que nos feux ; mais il y a d'ailleurs tant de différence des uns aux autres, qu'on ne peut plus, avec quelque apparence de raiſon, conclure de ce point ſeul de reſſemblance, que tous ces feux ſont d'une même nature.

Je ne parlerai donc point de ces feux admirables, ni de leur propagation, s'il y en a quelqu'une ; car je ne puis penſer que l'inflammation des matiéres combuſtibles qu'on expoſe aux rayons du Soleil réunis au foyer d'un Miroir ardent, ou d'une Loupe de verre, ſoit une véritable propagation du feu du Soleil.

Outre ces feux, dont il ne peut pas être ici queſtion, on s'eſt accordé de tems immemorial, car il ſeroit difficile de fixer l'époque d'une idée ſi générale, on s'eſt, dis-je, accordé à diſtinguer un feu élémentaire du feu commun & ordinaire qui ſert à nos uſages.

Je ſerois très embarraſſé à rapporter le fondement ſage & raiſonnable de cette diſtinction. Il eſt vrai que les Philoſophes ont diſtingué quatre élemens, le Feu, l'Air, la Terre & l'Eau. De ces quatre élémens, ont-ils dit juſqu'à Deſcartes, ſont compoſés tous les mixtes. Si cette derniére propoſition étoit vraie, il ne faudroit pas douter qu'il n'y eût un feu élémentaire ; mais les Chymiſtes qui ont décompoſé les mixtes, n'y ont jamais trouvé de feu : ils y trouvent

cinq autres ſubſtances différentes, l'Eſprit ou le Mercure, le Soufre ou l'Huile, le Sel, le Flegme, ou l'Eau & la Terre; ils concluent de-là que ces cinq ſubſtances ſont les véritables élémens immédiats des mixtes.

Je ne décide point s'ils ont tort ou raiſon dans cette conſéquence; mais je crois pouvoir conclure du ſuccès de leurs opérations, que le feu n'eſt pas un élément réel; qu'il n'y a point de feu principe ou élémentaire. Car ſi le feu entroit dans la compoſition des mixtes, les Chymiſtes, après toutes les opérations qu'ils font ſur les mixtes dans leurs laboratoires, en auroient ſans doute trouvé des veſtiges certains. Il n'en eſt pas du Feu comme de l'Air: celui-ci eſt inviſible, à moins qu'il ne traverſe quelque fluide de différente denſité; ainſi il peut n'être pas apperçû, quand il ſe ſépare des autres principes qui entrent dans la compoſition des mixtes: mais le feu eſt non-ſeulement viſible; c'eſt encore par lui ou par ſa lumiére que nous voyons les autres objets; il n'auroit donc pû échapper à la vûe des Chymiſtes, s'il étoit ſorti des mixtes qu'ils ont décompoſés.

On dira peut-être que les particules ignées de ce feu élémentaire ſont ſi bien cachées dans les mixtes ou dans les parties des divers principes que les Chymiſtes tirent des mixtes, que leurs élaborations les plus délicates n'ont pû les en détacher. Mais ſi elles y ſont ſi bien cachées, qui a pû les y découvrir, & par quelle voie? L'Auteur de cette découverte auroit dû nous montrer le chemin pour y arriver après lui; puiſqu'il nous a envié la connoiſſance des routes qu'il a tenues, il merite bien de n'être pas cru ſur ſa parole.

Si pourtant on veut appeller feu élémentaire avec Ariſtote, une matiére extrémement ſubtile & déliée répandue par-tout, qui pénétre tous les corps, dont les parties toûjours en mouvement donnent le branle à tous les autres mouvemens, qui n'a conſtamment les qualités ſenſibles du feu que dans le Soleil peut-être, & dans les Etoiles, qui ne l'acquiert ailleurs que dans certaines circonſtances, ou lorſqu'elle trouve des diſpoſitions particuliéres dans les mixtes, je ne m'y oppo-

ſerai pas : alors ce feu élémentaire ne ſera que la matiére éthérée, ou la matiére ſubtile de Deſcartes, dont le Pere Mallebranche me paroît avoir mieux expliqué le mouvement que tout autre, & dont, par cette raiſon, je ſuivrai le ſentiment dans le reſte de ce diſcours.

Toute la queſtion préſente roulera donc ſur les feux uſuels dont il faut d'abord rechercher la nature, pour decouvrir enſuite avec plus de lumiére le vrai ſyſtême de leur communication ou propagation.

De la Nature du Feu.

Le Feu eſt un mixte compoſé de ſels volatils ou eſſentiels, de ſoufre, d'air, de matiére éthérée, communément mêlé d'autres ſubſtances hétérogénes, de parties aqueuſes, terreſtres, métalliques, & dont les parties déſunies ſont dans un grand mouvement de tourbillon.

Telle eſt l'idée que je me forme du feu, & qu'il me faut juſtifier dans la premiére partie de ce Diſcours, par des obſervations certaines, & des raiſonnemens clairs ſur ces obſervations.

1°. C'eſt une expérience conſtante que ſi l'on prend parties égales de limaille de Fer & de Soufre en poudre, qu'on en faſſe une pâte avec de l'eau, & qu'on mette 30 ou 40 livres de cette pâte dans une terrine, elle s'y fermentera, & dans quelque tems elle s'enflammera.

Dans cette pâte il y a du Soufre, des Sels vitrioliques, dont le fer contient une grande quantité, de l'air, de la matiére éthérée, des parties aqueuſes, des parties terreſtres.

Par la fermentation, les parties ſulfureuſes & ſalines éthérées & aëriennes ſe mêlent intimement, & par ce mêlange compoſent le feu qui y paroît, après que la fermentation a mêlé toutes ces ſubſtances au point néceſſaire.

2°. Si lorſque l'on calcine de l'Etain, on en prend une portion dès qu'il eſt réduit en poudre, & avant qu'il ne ſe calcine davantage, & qu'on le mêle avec une portion à peu-près égale de précipité d'Argent fait avec de l'eau ſalée, ſéché,

mais de maniére qu'il y reſte encore un peu d'humidité, ce mêlange s'échauffe & prend feu de lui-même, rendant une odeur ſoufrée.

Dans ce mêlange, il y a des ſoufres de l'Etain & des ſels de l'Eſprit de Nitre, qui a ſervi à la diſſolution de l'Argent, & qui ſont demeurés attachés aux petites parties de l'Argent, lorſqu'il a été précipité par l'eau ſalée ; il y a encore beaucoup d'air & de matiére éthérée dans les intervalles que laiſſent entr'elles les petites parties de ces poudres hétérogénes. L'humidité qu'on laiſſe au précipité d'Argent, ne ſert qu'à la fermentation de ce mêlange.

Par cette fermentation les ſels du Nitre ſe mêlent intimement avec les ſoufres de l'Etain, l'air & la matiére éthérée ; & ce mêlange intime de ces diverſes ſubſtances, par le mouvement de tourbillon qu'y entretient la matiére éthérée, compoſe le feu qu'on voit dans cette expérience.

3°. Si on mêle de l'Huile eſſentielle de plante aromatique avec de l'Eſprit de Nitre bien pur & bien déflegmé, ce mêlange s'échauffe & s'enflamme.

Ce mêlange ne contient que des ſels du Nitre & des ſoufres de plante aromatique, quelque peu de flegme, avec beaucoup d'air & de matiére éthérée, qui rendent fluides ces ſels & ces ſoufres avant leur mêlange. Quand le mouvement de fluidité a bien mêlangé les ſoufres avec les ſels, l'air & la matiére éthérée, ce mêlange eſt un feu qui donne de la flamme. Le feu n'eſt donc qu'un mixte compoſé de ſels eſſentiels, ou de ſels volatils, de ſoufres, d'air & de matiére éthérée.

4°. Si on jette du Charbon pulveriſé dans un creuſet où on a fait fondre du Salpêtre, il ſe fera une grande flamme avec une détonation.

Avant qu'on y jette le Charbon, le Salpêtre ne donne point de flamme ; le Charbon ſeul ne donne qu'une petite flamme bleue : c'eſt le mêlange de l'un avec l'autre qui donne cette grande flamme, & forme ce feu.

Dans le Salpêtre, il y a beaucoup de ſels volatils, dans

le Charbon il y a beaucoup de parties huileuſes & ſulfureuſes, l'un & l'autre contiennent beaucoup d'air & de matiére éthérée; c'eſt par le mêlange de toutes ces ſubſtances que s'allume ce feu. Le feu eſt donc un mixte compoſé de toutes ces ſubſtances.

5°. Dans tous les feux nous trouvons des ſels, des ſoufres, de l'air & de la matiére éthérée mêlés enſemble.

6°. Par-tout où nous trouverons ce mêlange intime, nous trouverons du feu.

7°. Nous ne trouverons point de feu où il manquera quelqu'une de ces ſubſtances.

Ainſi l'air, la matiére éthérée, & les ſels mêlés enſemble ne donnent point de feu, comme on le voit dans l'Eſprit de Nitre, & dans le Salpêtre fondu.

Ainſi l'air, la matiére éthérée, & les ſoufres mêlés enſemble ne donnent point de feu, comme on le voit dans les eſſences.

Ainſi les ſels, les ſoufres & la matiére éthérée mêlés enſemble, ne donnent point de feu, comme on le voit dans la machine du vuide, où le feu s'éteint quand on en a pompé l'air. A l'égard des feux qui s'y ſoûtiennent, ils ſont compoſés de ſels volatils & de ſoufres extrémement exaltés; & alors le peu d'air qui demeure ſous le balon de la machine du vuide, ſuffit pour compoſer avec les ſoufres, les ſels & la matiére éthérée, un véritable feu.

Je ſçais que les Chymiſtes penſent que les ſoufres ſont inflammables, ſans être mêlés avec des ſels. S'ils avoient raiſon, mon ſyſtême ne ſeroit pas bon. Mais quelle expérience, quelle obſervation apporteront-ils en preuve de leur ſentiment ? Ils me démontrent que les ſels ſans les ſoufres ne ſont pas inflammables, parce que ſi on n'ajoûte point de Soufre au Salpêtre, quelque vivacité qu'on donne au feu qui le fond, jamais il ne s'enflammera. Pour me prouver que les ſoufres ſans les ſels ſont inflammables, il faudroit qu'ils me montraſſent des ſoufres exemts de ſels, qui pourtant s'enflammaſſent : c'eſt ce qu'ils ne font pas & ne feront jamais.

Car ſelon eux, l'Huile ou le Soufre ſe tire toûjours impure des mixtes, étant toûjours mêlée avec des eſprits, comme les huiles de Romarin & de Lavande, qui ſurnagent ſur l'eau : or ces eſprits ne ſont que des ſels volatils extrémement exaltés : ou elle eſt remplie de ſels qu'elle entraîne dans la diſtillation, comme les huiles de Buis, de Gayac & de Geroſle, qui ſe précipitent dans l'eau.

Pour le Soufre commun & minéral, on ſçait qu'avec l'Huile il contient du Sel ; on en tire un eſprit qui n'eſt qu'un Sel vitriolique.

Tout cela étant avoué par les Chymiſtes mêmes, qui veulent que les Soufres ou Huiles ſoient inflammables, ſur quoi peuvent-ils appuyer leur ſentiment ? & n'ai-je pas eu raiſon de dire que ſans les ſels ce principe n'eſt pas plus inflammable que les ſels ſans les ſoufres ?

Toutes ces expériences, obſervations & réflexions démontrent viſiblement que le Feu eſt véritablement un mixte compoſé de ſels, de ſoufres, d'air & de matiére éthérée. J'appellerai ces quatre ſubſtances les *ſubſtances ignées*.

Mais il faut obſerver que tout mêlange de ces ſubſtances n'eſt pas du feu. Le bois, par exemple, eſt un mixte compoſé de toutes ces ſubſtances, avec des parties aqueuſes & terreſtres, & même ferrugineuſes ; car dans le bois il y a beaucoup de matiére éthérée qui en remplit les pores les plus petits : il y a beaucoup d'air, puiſqu'on l'en voit ſortir, lorſque l'ayant haché en tranches minces, on jette ces tranches, & on les fait tremper dans l'eau : il y a des ſels & des huiles, puiſqu'on en tire par la Chymie : il y a des parties terreſtres qui demeurent après en avoir tiré les huiles & les ſels ; il y a des parties aqueuſes, qui ſont le flegme qu'on en tire : il y a des parties ferrugineuſes qui s'attachent à un couteau aimanté, avec lequel on remue les cendres du bois ; le bois cependant n'eſt pas du feu.

La raiſon en eſt que ces ſubſtances ignées, ou les parties de ces ſubſtances, ſont unies dans le bois : or pour faire du feu il faut des parties déſunies, ou qui ne tiennent point les

unes aux autres ; il faut que les parties des ſubſtances qui doivent entrer dans la compoſition de ce mixte, ne ſoient point liées enſemble par des parties hétérogénes qui les tiennent ſéparées, ou qui les contraignent à demeurer en repos en les ſerrant.

Il ne ſuffit même pas, pour compoſer la matiére du feu, que les parties de ces ſubſtances ſoient déſunies & un peu mêlées. Elles ſont dans cet état dans la matiére de la poudre à canon lorſqu'elle eſt dans le mortier ou ſous le pilon, même après qu'on y a mis de l'eau pour l'humecter ; cette matiére n'eſt pourtant pas alors la matiére du Feu. Il faut donc que le mêlange de ces parties ſoit bien intime, & que la multitude des parties hétérogénes qui y ſont mêlées, ne les embarraſſe point trop, comme il arrive à la matiére de la poudre à canon, lorſqu'elle eſt pilée & trop humectée.

Ainſi on peut définir la matiére du Feu un mixte compoſé de ſels, d'huiles, d'air, de matiére éthérée, dont les petites parties ſont déſunies & intimement mêlées, aſſez dégagées de toutes ſubſtances étrangéres qui embarraſſeroient celles-là.

Mais ce n'eſt là que la matiére immédiate du Feu, ce n'eſt qu'un corps ſans ame : ce qui anime cette matiére, ou qui lui donne la forme qui en fait du Feu, c'eſt le mouvement, mais un mouvement de tourbillon, qui fait tournoyer toutes les parties de ces ſubſtances chacune autour de ſon propre centre, & pluſieurs enſemble autour d'un centre commun.

Il eſt viſible que pour bien connoître la nature du Feu, & parler enſuite raiſonnablement ſur ſa propagation, il ne ſuffit pas de connoître & de s'être aſſûré que la matiére dont il eſt immédiatement compoſé, ſont des ſels, des huiles ou ſoufres, de l'air, de la matiére éthérée, il faut encore en connoître la véritable forme eſſentielle, ou le mouvement que doivent avoir toutes ces ſubſtances pour être du Feu. Il faut donc juſtifier ce que je viens d'avancer, que ce mouvement eſt un véritable mouvement de tourbillon, tel que je l'ai énoncé.

Mais cette entrepriſe n'eſt pas ſans difficulté, les parties du

du Feu ſont trop petites pour être apperçûes ſolitairement ; il n'eſt même pas poſſible de découvrir à la vûe le mouvement de pluſieurs enſemble, quand même le nombre de celles qui ſe meuvent enſemble ſelon une même détermination, pourroit faire un objet ſenſible en d'autres circonſtances. La raiſon en eſt palpable ; toutes les parties du Feu ſont ſenſiblement contiguës, & quoique le mouvement de tourbillon de pluſieurs enſemble puiſſe ſe faire, & ſe faſſe en divers ſens, cependant à cauſe que le tout eſt lumineux & ſemblablement lumineux, on n'y ſçauroit appercevoir d'autre mouvement que celui qui lui vient de l'inégale preſſion, ou de l'inégale réſiſtance de l'air environnant, laquelle donne lieu aux ondées qu'on voit dans la flamme, de la même maniére que des preſſions inégales ſur la ſurface de tout autre liquide, & imprimées tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, y produiſent des ondulations.

Au défaut de la vûe qui ne peut avoir aucune priſe ſur les parties ignées, nous ferons quelques obſervations, d'où nous pourrons conclure aſſez ſûrement que leur mouvement eſt réellement le mouvement que je leur ai ſuppoſé.

1°. Lorſqu'on bat le fuſil pour en tirer du Feu, ce Feu s'allume par le mouvement qu'on donne aux parties ignées qui ſont dans le caillou ou dans l'acier, ou peut-être dans tous les deux, & qui en ſont détachées par le choc. Or il eſt viſible que la maniére même dont ſe fait le choc, détermine ces parties détachées, à un mouvement circulaire très-prompt. Donc les parties du Feu qu'on tire du caillou, en battant le fuſil, ont un mouvement de tourbillon ; donc auſſi les parties de tout autre feu ont ce mouvement.

2°. C'eſt un ſentiment généralement reçû aujourd'hui, & confirmé par une infinité d'expériences, que la fluidité des corps conſiſte dans un mouvement reſpectif de leurs parties. Divers Auteurs expliquent diverſement ce mouvement reſpectif : il y en a qui prétendent que ce n'eſt qu'un mouvement de tourbillon qui agite les petites molécules du fluide, chacune autour de ſon propre centre, & pluſieurs autour

d'un centre commun. Les raiſons qu'ils donnent de leur ſentiment, me paroiſſent, & à bien d'autres, aſſez prouvantes. De toutes ces raiſons, qu'il n'eſt pas beſoin de rapporter ici, j'ai droit de conclure que les petites molécules de la flamme, qui eſt un véritable fluide, ſont agitées de ce mouvement de tourbillon.

Mais comme tout le monde n'a pas ces raiſons préſentes à l'eſprit, & que ceux qui les ont préſentes, n'en ſont pas tous également touchés, voici une preuve qui va, ce me ſemble, démontrer en particulier le mouvement de tourbillon que j'attribue aux petites molécules de la flamme.

Il eſt certain que les petites parties de la flamme ont une vîteſſe inconcevable: quand on refuſeroit d'en convenir, la lumiére qu'elle répand en feroit une démonſtration; car ces parties n'ont pas ſans doute moins de vîteſſe que la lumiére qu'elles répandent. Or ſi avec une vîteſſe ſi prodigieuſe, leur mouvement étoit en ligne droite, il eſt viſible que l'air environnant, qui ſert de limites à la flamme, ne ſeroit pas capable de les contenir, & par conſéquent elles ne demeureroient point aſſez près les unes des autres pour compoſer un tout ſenſible, mais ſe diſſiperoient infiniment plus vîte qu'elles ne font. Comment l'air pourroit-il leur ſervir de vaſe & les contenir, ſi elles avoient un tel mouvement, puiſqu'elles tirent aſſez de force de leur mouvement pour ſéparer les parties des corps durs, calciner les pierres, & fondre les métaux? Mais ſi leur mouvement eſt un mouvement de tourbillon, il n'eſt plus néceſſaire que l'air ait tant de force pour leur réſiſter. Dans ce cas elles n'agiſſent contre l'air que par leur force centrifuge: or leur vîteſſe ſelon cette force, ou leur vîteſſe en éloignement du centre, ſi elles n'étoient point retenues, étant très-petite, ces parties elles-mêmes étant très-petites, leur effort pour chaſſer l'air, en eſt bien moins conſidérable. Ainſi l'air peut les contenir & les ramaſſer en un tout ſenſible, d'autant plus que la plus grande partie de leur vîteſſe eſt employée à faire leur révolution périodique autour de leur propre centre, & la moindre partie à faire

leur revolution autour d'un centre commun, & qu'elles n'agiſſent pour écarter l'air, que par leur effort en éloignement d'un centre commun. Le mouvement des petites parties de la flamme eſt donc un mouvement de tourbillon.

Il eſt donc vrai que le mouvement des petites parties du Feu eſt un mouvement de tourbillon; car le Feu, à le bien prendre, n'eſt que de la flamme. Les charbons ardens ne ſont ardens que par la flamme qui les pénétre : un boulet rouge de feu n'eſt rouge que par la flamme qui le rend lumineux : c'eſt ainſi que le bois qu'on a frotté avec un linge, après l'avoir ſorti de l'eau où il a trempé, eſt humide par l'eau qu'il a imbibée. Il eſt vrai que cette flamme ne paroît point ſenſiblement dans les charbons ardens ni dans le boulet rouge; elle n'en eſt pas moins réelle, puiſqu'elle donne de la lumiére, ce que ne feroient pas les charbons ni le boulet, quelque chauds qu'ils puſſent être d'ailleurs. Ainſi un boulet de fer immédiatement avant que d'être rougi au feu, quoique plus chaud que bien des flammes qui ne brûlent pas des corps très-combuſtibles, ne donne pourtant point de lumiére; & ces flammes en donnent.

Ce ne ſont point ici des idées peu réflechies & hazardées : il eſt certain qu'il faut des parties déſunies & enflammées, pour donner de la lumiére. Qu'on faſſe bien chauffer un boulet de fer, ſon poids ne diminuera pas, tandis qu'il ne deviendra pas rouge : qu'on le faſſe rougir au feu, ſon poids diminuera, parce que la chaleur déſuniſſant les parties qui ſont la flamme qui le rougit, ces parties ſe diſſipent comme celles de toute autre flamme.

D'ailleurs il eſt conſtant que plus il y a de parties déſunies & enflammées par le feu, plus un corps donne de la lumiére : ainſi une bougie qu'on commence à allumer, ne donne d'abord qu'une petite lueur, parce qu'il y a peu de parties déſunies & enflammées : elle donne enſuite une grande lumiére, parce qu'il y a beaucoup de parties déſunies & enflammées. Ces parties déſunies elles-mêmes ne donnent point de lumiére avant que d'être enflammées, comme on le voit

dans la cire fondue autour du coton de la bougie, & avant qu'elle ne ſoit montée pour s'enflammer.

Mais puiſque la lumiere augmente à meſure qu'il y a plus de parties déſunies enflammées, puiſqu'elle diminue à meſure qu'il y a moins de parties déſunies & enflammées, puiſqu'il n'y a plus de lumiére lorſqu'il n'y a point de parties enflammées, il eſt viſible qu'un corps en feu, que les charbons ardens ne donnent de la lumiére que par leurs parties déſunies & enflammées.

Pour détruire ces raiſonnemens, on pourroit apporter en preuve contre moi divers phoſphores où on ne ſoupçonne point de flamme : tels ſont les vers luiſans, certains bois pourris, qui deviennent lumineux, la pierre de Bologne. Mais outre que la lumiére que donnent ces phoſphores & tous autres quelconques, dépend du mouvement de leurs parties déſunies, & que le mouvement de telles parties doit être un mouvement de tourbillon, par les raiſons que j'ai données lorſque j'ai prouvé que les petites parties de la flamme ont un mouvement de tourbillon; ſi on ne veut pas que ce qui répand de la lumiére dans ces phoſphores, ſoit un vrai Feu, il ne ſera pas ſurprenant qu'il n'y ait point de flamme, quoiqu'ils donnent de la lumiére, parce que la flamme eſt toûjours compoſée des ſubſtances ignées dont j'ai parlé, & qu'il n'eſt pas d'ailleurs conſtant que d'autres ſubſtances par un ſemblable mouvement, ne puiſſent point donner de lumiére, puiſqu'au contraire il eſt très-apparent que le Soleil, dont la lumiére eſt ſi éclatante, n'eſt pas compoſé des mêmes ſubſtances que nos feux uſuels. On ne peut donc tirer de ces phoſphores aucune légitime conſéquence contre moi dans la matiére préſente.

Ainſi puiſque les ſubſtances ignées ne donnent point de lumiére, ſi elles ne ſont déſunies & enflammées, ou, ce qui eſt le même, ſi elles n'ont un mouvement de tourbillon; puiſqu'il n'y a point de feu ſans lumiére, je conclurai que le Feu eſt une véritable flamme, & que le mouvement des petites parties du Feu eſt un mouvement de tourbillon.

3°. La fumée ſe change en flamme, & la flamme en fumée, ce ſont des expériences journaliéres. Qu'on éteigne la flamme d'une chandelle, ſi on approche une autre chandelle de la fumée qui en ſort, on la verra s'enflammer : qu'on mette du bois aſſez ſec ſur des charbons ardens, il en ſortira bientôt une fumée noire & épaiſſe; peu-à-peu cette fumée deviendra plus blanche, & enfin on la verra s'enflammer. L'huile bouillante exhale une fumée qui s'enflamme à l'approche d'une chandelle, ou de la flamme du foyer. On voit encore toutes les flammes ordinaires ſe changer ſenſiblement en fumée.

La fumée qui ſe change en flamme, eſt compoſée de la même matiére que le Feu; mais elle n'a pas encore aſſez de mouvement pour être Feu : elle ne devient flamme que lorſque le mouvement de ſes parties a acquis la vîteſſe néceſſaire : or il eſt certain que le mouvement des parties de cette fumée, eſt un mouvement de tourbillon; on le voit à l'œil : on voit la vîteſſe de ce mouvement augmenter à meſure que la fumée qui ſort du bois eſt plus prête à s'enflammer; cette vîteſſe eſt ſi rapide l'inſtant qui précéde l'inflammation, qu'on a peine à l'appercevoir; donc le mouvement de ces mêmes parties, l'inſtant ſuivant, c'eſt-à-dire, lorſque cette fumée eſt enflammée, eſt encore un mouvement de tourbillon, le mouvement qu'elles avoient, n'ayant fait qu'augmenter à chaque inſtant, & n'y ayant aucune cauſe qu'on puiſſe légitimement ſoupçonner d'un mouvement différent : on doit d'autant moins ſoupçonner ce changement, que le grand éclat de cette fumée, l'inſtant qui précéde ſon inflammation, vient apparemment de ce qu'il y a déja pluſieurs parties qui ont aſſez de vîteſſe pour être feu, & donner de la lumiére; lumiére ſans doute qui vient de leur mouvement de tourbillon, puiſqu'il eſt certain qu'elles ont alors ce mouvement.

Le mouvement de tourbillon qu'on voit dans les parties de la flamme lorſqu'elle s'eſt changée en fumée, nous prouve encore aſſez bien que leur mouvement étoit un mouvement

de tourbillon avant que la flamme ne fût changée en fumée. L'expérience nous montre que l'éclat de la flamme s'affoiblit peu-à-peu, jusqu'à ce que changée en fumée, elle ne donne plus de lumiére. Cette diminution qui se fait par degrés de la lumiére de la flamme, ne peut venir que de l'affoiblissement ou de la diminution du mouvement des parties de la flamme, & non du changement de leur mouvement en un mouvement d'une autre espéce : donc aussi la perte entiére de l'éclat de la flamme, ou son changement en fumée, ne vient que de ce qu'il ne reste plus assez de mouvement dans ces parties pour donner de la lumiére, & non d'un changement de leur mouvement en un mouvement d'une autre espéce, ni de la perte entiére de leur mouvement, puisqu'en cessant de donner de la lumiére, elles n'ont pas perdu tout leur mouvement ; il faut donc que le mouvement qui leur reste, soit de la même espéce que celui qu'elles avoient : or il leur reste un mouvement de tourbillon qu'on y découvre sensiblement ; elles avoient donc un mouvement de tourbillon lorsqu'elles étoient encore flamme : le mouvement des petites parties de la flamme, & par conséquent du feu, est donc un mouvement de tourbillon.

A cette idée si bien prouvée d'un mouvement de tourbillon, que j'ai dit être la forme du Feu, dont les sels volatils ou essentiels, les soufres, l'air, la matiére éthérée sont la matiére, on pourroit opposer quelque expérience par laquelle on voudroit prouver que le mouvement des parties du feu est un simple bouillonnement. On le voit clairement ce bouillonnement, dira-t-on, au bout de la méche d'une chandelle allumée, & dans le Soufre enflammé ; on le voit dans les liqueurs dont le mêlange s'enflamme : donc le mouvement des petites parties du Feu est un semblable bouillonnement.

Ces expériences ou observations ne prouvent pas ce que l'on prétend, puisque la méche de la chandelle allumée, ni le Soufre qui bouillonne au-dessous de la flamme bleue qu'il jette, ni les liqueurs bouillonnantes au-dessous de la

flamme qu'elles donnent, ne ſont point du feu ; il n'y a que la flamme qui ſoit un véritable feu. A l'égard de ce bouillonnement, le feu en eſt la cauſe ou l'occaſion. Le Soufre qui bouillonne n'eſt que du ſoufre fondu, & par conſéquent dont les petites parties ont un mouvement de tourbillon, mais trop foible encore & trop embarraſſé de parties terreſtres ou de Sel fixe, pour former un vrai feu, & donner de la lumiére. Par ce mouvement de tourbillon des parties du Soufre fondu, les parties trop groſſiéres ſe ſéparent peu-à-peu des autres, & forment à la ſurface une eſpéce de crême ou de pellicule ; les petits tourbillons de Soufre fondu qui ſont au-deſſous, ſe dégagent plûtôt les uns que les autres des parties groſſiéres, & par leur reſſort perçant çà & là la pellicule, ſortent, ſe dilatent, & par cette dilatation leur mouvement devenant plus libre, ils deviennent feu, & forment cette petite flamme bleue. C'eſt en s'échappant ainſi çà & là hors de la pellicule, qu'ils produiſent un bouillonnement, lequel dure tandis qu'il y a dans le Soufre fondu aſſez de matiére propre à être feu, qui ſe dégage ſucceſſivement des parties terreſtres & ſalines d'un Sel trop fixe.

Il faut raiſonner à peu-près de la même maniére ſur les liqueurs dont le mêlange s'échauffe, & donne enfin de la flamme avec un bouillonnement ſenſible au-deſſous de cette flamme.

Le bouillonnement de la méche d'une chandelle allumée vient auſſi du ſuif fondu qui ſort par les pores de la méche ou du charbon qui s'y forme à meſure qu'elle brûle. Ces parties du ſuif fondu, en ſortant ainſi du charbon, ont déjà un mouvement de tourbillon, mais trop gêné pour être un vrai feu ; de-là vient qu'on les diſtingue à leur ſortie. Ces petits tourbillons de ſuif ſe dilatent un peu en s'écartant, & commencent à former un vrai feu, mais moins éclatant, parce que leur mouvement n'eſt point encore aſſez libre. Ce n'eſt qu'à une certaine diſtance, qu'ayant aſſez de liberté par une plus grande dilatation & accélération de leur vîteſſe, ils forment une flamme claire.

Ces explications très-naturelles font sentir que les expériences citées ne donnent aucune atteinte au sentiment que j'ai tâché d'établir.

Nous pouvons donc assûrer maintenant que le Feu est un fluide composé de sels essentiels ou volatils, de soufre, d'air, de matiére éthérée, communément mêlé d'autres substances hétérogénes qui en retardent la vivacité, dont les petites parties sont dans un mouvement de tourbillon très-violent. Nous avons prouvé par de solides raisons cette idée que nous donnons du Feu, tant lorsque nous avons démontré que la matiére dont il est composé, sont les sels, les soufres, l'air & la matiére éthérée, que lorsque nous avons prouvé que la force qui anime cette matiére, & la détermine à être feu, est le mouvement de tourbillon de toutes ces substances.

Je n'ai expliqué la nature du Feu que pour établir solidement ce que j'ai à dire sur sa propagation, qui est la question proposée. Ainsi je ne m'arrêterai point ici à expliquer ses autres propriétés, qui ne sont point de mon sujet, comme sa vertu d'éclairer, sa force de dilatation qui est si grande quand il est resserré & ne peut pas se dissiper, que suivant le calcul aisé qu'on peut faire du chemin que parcourroit un boulet de 4 livres, s'il recevoit toute la force de la poudre enflammée qui le chasse, sa vîtesse seroit plusieurs milliers de fois plus grande que celle de la lumiére. Par les mêmes raisons, on n'attend pas que je parle des différences qu'on observe dans différens feux; ce seroit des recherches aussi inutiles qu'étrangéres à mon sujet.

De la communication du Feu.

La communication du Feu n'est pas douteuse. On demande quelle est l'opération de la Nature dans cette propagation: c'est ce qu'il faut expliquer maintenant; mais il faut observer que le Feu se communique en diverses maniéres. Une bougie allumée en allume une autre; le Feu des tisons ardens du foyer se communique à une buche, quoique verte, qu'on y mêle;

mêle; toute sorte de plantes jettées dans le feu, y prennent feu; tout corps en feu communique le feu à d'autres corps combustibles qui en sont approchés : c'est la maniére ordinaire dont le feu se répand; mais nous le voyons encore se communiquer sans aucun feu communiquant : ainsi le bois sec jetté dans un four bien chaud, y prendra feu : ainsi le foin renfermé trop humide s'échauffe & prend feu : ainsi des matiéres soufrées & salines prennent feu dans les nues au milieu des airs : ainsi des matiéres semblables prennent feu dans le sein de la terre : ainsi un corps éclairé par les rayons du Soleil, réunis au foyer d'une grande loupe de verre, prendra feu : des liqueurs mêlées ensemble prennent feu : les parcelles d'un caillou détachées par un acier qui le choque, prennent feu, & le feu qui a pris dans toutes ces circonstances, se répand ensuite de près en près aux matiéres combustibles, tandis qu'il n'y a rien qui en arrête la propagation.

Nous examinerons d'abord la propagation du Feu usuel la plus commune : tout le reste s'expliquera ensuite avec une extrême facilité.

M. Bouillhet, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences, présenta en 1719. à l'Académie de Bordeaux un discours sur la nature des fermens, où il me paroît s'en former une idée très-débarrassée, & plus vraisemblable que tout ce que j'en ai pû voir ailleurs.

Selon cet Auteur, le ferment est un mixte propre à convertir en un ferment semblable d'autres mixtes analogues, qu'on lui mêle. Ainsi le levain est propre à convertir la pâte en un levain semblable.

Dans cette idée, la fermentation est un mouvement par lequel le ferment convertit les mixtes analogues en un ferment semblable.

La cause occasionnelle de la fermentation sont les secousses par lesquelles les parties du ferment ébranlent & désunissent les parties des mixtes analogues.

La cause immédiate de la fermentation, c'est la matiére éthérée, qui trouvant ces parties désunies, les meut, les fait

bouillonner avec elle, & par ce bouillonnement les brise, leur donne une autre conformation, ou plûtôt par la séparation des parties hétérogénes donne lieu aux homogénes de s'unir plusieurs ensemble; en conséquence de ce changement, le mixte fait sur nous la même impression que faisoit le premier ferment, & lui devient semblable; impression que ce mixte ne faisoit pas avant la fermentation, parce que les parties propres à faire cette impression y étoient trop séparées & trop mêlées avec d'autres parties qui en émoussoient le goût.

Suivant cette idée de ferments, nous devons regarder le Feu comme un véritable ferment, & la propagation du Feu comme une véritable fermentation. Le feu sera même un ferment général avec lequel tous les mixtes ou presque tous les mixtes sont analogues, qui les fait tous fermenter, & les convertit en un semblable ferment, puisque le Feu change en feu presque tous les mixtes : il sera en même tems le ferment le plus actif, puisqu'il n'en est point qui fasse fermenter les mixtes analogues avec tant de promptitude.

Ces réflexions font déja appercevoir les démarches de la nature dans la communication du feu aux matiéres combustibles. Ces matiéres, telles que sont les bois de toutes les espéces, contiennent beaucoup de sels volatils ou essentiels, & des soufres, puisqu'on les en tire par les opérations de la Chymie; ces deux principes, outre l'air & la matiére éthérée qui y sont par-tout répandus, y sont encore mêlés avec beaucoup d'autres substances hétérogénes, aqueuses, terrestres, &c. C'est le divers mêlange de ces substances, leur différente proportion, leur arrangement divers, qui fait la diversité des bois. Quand on met ces bois au feu, les petits tourbillons du feu agissant d'abord contre les parties de la surface, les agitent par le mouvement qu'ils leur communiquent, les secouent fortement, les séparent enfin, & les désunissent, sur-tout par l'action des sels qui sont roides, aigus, & tranchans. Pendant tout ce mouvement les pores s'élargissent, de petits tourbillons de feu y entrent & agissent en-dedans,

de la même maniére que les petits tourbillons de feu contigus à la ſurface, agiſſent en-dehors. Les petites parties du bois étant enfin ſéparées & déſunies par ces efforts redoublés, ne prennent pas ſitôt feu, parce que leurs ſels & leurs ſoufres, le peu d'air qu'il y a, & la matiére éthérée ſont encore trop embarraſſés par la quantité des parties hétérogénes qui y ſont mêlées; mais peu-à-peu les parties aqueuſes s'envolant en vapeurs, les ſels & les ſoufres ont plus de liberté pour bouillonner avec l'air & la matiére éthérée, ſe dilater & ſe mouvoir enfin d'un mouvement de tourbillon aſſez vif pour donner de la lumiére, & être un vrai feu. La premiére couche de la matiére combuſtible étant ainſi convertie en feu, fait de même fermenter la ſeconde couche, & la convertit pareillement en feu; & ainſi de couche en couche, juſqu'à la derniére, toute la matiére combuſtible ſe change ſucceſſivement en feu, & ſe conſume, ſi nul accident ne retarde & n'arrête cette propagation du feu.

Pour voir plus en détail l'opération du feu dans ſa propagation, il faut obſerver la part que chacune des quatre ſubſtances qui le compoſent, peut y avoir.

Quoique le mouvement de la matiére éthérée autour des corps durs & de leurs parties, ſoit très-grand, loin de déſunir ces parties, contre leſquelles elle exerce ſa force, elle les lie au contraire, & les unit par cette même force.

Dans la ſuppoſition même que ces parties ſeroient déja toutes déſunies, hors du cas où elles ſe trouveroient mêlées avec une ſuffiſante quantité d'air, de ſoufres & de ſels, cette matiére auroit peine à en faire un fluide. Nous ne connoiſſons que les parties aériennes dont elle faſſe un véritable fluide immédiatement par elle-même, & ſans le ſecours d'aucun autre agent. Tous les autres fluides doivent peut-être autant leur fluidité aux petites parties d'air qui y ſont mêlées, qu'à la matiére éthérée.

La matiére éthérée & l'air mêlés enſemble, avec les parties des ſoufres ou des ſels, déſunies, ne peuvent en faire que

de ſimples fluides, comme nous le voyons dans les eſſences ou huiles, & dans les eſprits acides; c'eſt que les parties ſulfureuſes, de même que les ſalines étant homogénes, elles laiſſent trop peu d'intervalle entr'elles pour admettre autant d'air & de matiére éthérée, qu'il en faudroit pour leur donner un mouvement auſſi violent que celui du feu, d'autant plus que les parties ſulfureuſes ſont trop molles & trop ſouples, & les parties ſalines trop peſantes pour recevoir un ſi grand mouvement de l'impreſſion de ces agens ſi déliés, & d'un ſi petit volume comparé au leur.

Il en va tout autrement lorſque les parties ſulfureuſes & ſalines ſont bien mêlées avec l'air & la matiére éthérée. Comme les parties ſulfureuſes & ſalines ſont hétérogénes, elles s'approchent moins, & admettent entr'elles beaucoup d'air & de matiére éthérée : la matiére éthérée & l'air agitent beaucoup plus violemment les ſoufres par les ſels, & les ſels par les ſoufres, qu'ils ne pourroient le faire ſans ce ſecours. C'eſt ainſi que la pile d'un pont eſt tout autrement ébranlée par une grande poutre ou par quelque grand arbre que le torrent y entraîne, que par l'eau ſeule, ou par le ſable & les broſſailles qu'elle charie.

Tout le mouvement du Feu vient donc de la matiére éthérée; mais, comme on le voit, pour le produire elle a beſoin des parties aëriennes, comme d'un inſtrument néceſſaire pour mouvoir les ſoufres & les ſels. L'air & la matiére éthérée unis enſemble ont encore beſoin des ſoufres pour donner autant de mouvement qu'il en faut aux ſels, & des ſels pour donner aux ſoufres un mouvement ſuffiſant. Ce mouvement enſuite augmente ſans relâche juſqu'à la diſſipation des parties, parce que les ſoufres & les ſels qui ont des parties oblongues, ne pouvant pas tourner ſur leur petit axe, ſans s'écarter les unes des autres, & occuper un plus grand eſpace, cet eſpace ſe remplit tout de ſuite d'air & de matiére éthérée; cette plus grande quantité d'air & de matiére éthérée augmente néceſſairement le mouvement des

parties salines & sulfureuses, lesquelles déterminées & par leurs chocs mutuels & par le mouvement même de l'air & de la matiére éthérée, à former par-tout de petits tourbillons, prennent une force de ressort, ou une force centrifuge proportionnée à la vîtesse de leurs révolutions autour du centre de leur mouvement. Par l'augmentation de cette vîtesse, le ressort de toute cette matiére devient bientôt supérieur à la résistance de l'air qui lui sert de vase, & tout se dissipe, ainsi qu'il arrive à la poudre enflammée.

Toute flamme cependant ne doit pas se dissiper avec la même promptitude; celle d'une bougie, par exemple, dure bien plus long-tems: en voici plusieurs raisons, dont le concours contribue à la conserver dans la même grandeur sensible jusqu'à la consommation de la bougie.

1°. La cire fondue qui monte par la méche fournit sans interruption un nouvel aliment à cette flamme.

2°. Les sels & les soufres de cette flamme n'y sont pas aussi dégagés de toute matiére hétérogéne, que dans celle de la poudre à canon: ils sont mêlés avec beaucoup de flegme qui en rallentit le mouvement, ainsi leur mouvement n'augmente pas si brusquement au point de vaincre la résistance de l'air environnant.

3°. Cette flamme est plus pressée en bas qu'en haut, parce que l'air environnant qui le presse, y a plus de hauteur, & par conséquent de pesanteur: c'est de-là que vient en partie sa figure oblongue.

4°. Les parties aqueuses du flegme plus légéres que les autres, montent vers le haut de la flamme, où elles se trouvent par conséquent en plus grande quantité qu'ailleurs. Comme elles prennent moins de mouvement, la force centrifuge ou le ressort de la matiére est plus foible en cet endroit; ainsi l'air a respectivement plus de force pour la presser: & c'est pour cette raison qu'il affile cette flamme par sa pression à mesure qu'elle s'éleve.

5°. L'excès des vapeurs aqueuses sur les soufres & les

ſels croiſſant toûjours à proportion que cette flamme monte plus haut, ſa lumiére diminue ſans ceſſe juſqu'à ce qu'elle s'éteint tout-à-fait ; la flamme alors ſe change en fumée, que la peſanteur de l'air continue à faire monter ; cette fumée fait comme une ouverture dans le vaſe d'air qui contient la flamme, & c'eſt par cette ouverture que la flamme s'écoule ſans ceſſe, en ſe changeant en fumée, ainſi que je viens de l'expliquer. Cette flamme ayant une extrême facilité à s'écouler par cette ouverture où elle eſt toûjours pouſſée par la peſanteur de l'air, les ſoufres & les ſels dont elle eſt compoſée, n'ont pas le tems de recevoir un mouvement aſſez violent pour ſe diſſiper en forçant les barriéres du lit d'air qui la contient : ainſi elle ne doit pas ſe diſſiper par les côtés ; mais en s'écoulant, comme je l'ai dit, elle doit durer tandis que la cire fondue fournit la même quantité de matiére à enflammer.

De tout ce que nous avons dit avant cette digreſſion ſur la maniére dont le Feu ſe diſſipe, il ſuit que ce ſont les ſels qu'il contient, qui ébranlent, qui ſéparent, qui déſuniſſent les parties des corps combuſtibles qui ſont appliqués à la flamme ; la matiére éthérée & l'air n'y peuvent rien ; les ſoufres ſont trop mols & trop émouſſés ; ce ſont les ſels peſans, roides, aigus & tranchans qui heurtent fortement les petites parties de ces corps combuſtibles, & qui les mettent, par la déſunion qu'ils en font, dans la diſpoſition prochaine d'être enflammées. Après cette déſunion la matiére éthérée, l'air, les ſoufres & les ſels de la flamme ſe mêlent, par le mouvement, avec la matiére éthérée, l'air, les ſoufres & les ſels qui ſe trouvent dans ces corps combuſtibles parmi leurs parties déſunies, les font bouillonner & les enflamment par le mouvement de tourbillon qu'ils leur communiquent ; c'eſt ainſi que le Feu ſe répand d'abord par l'action des ſels qu'il contient, enſuite par l'action des autres ſubſtances ignées dont il eſt compoſé.

Mais il faut que les quatre ſubſtances ignées, pour faire

leur manœuvre avec succès, ayent entr'elles une certaine proportion, sans laquelle on auroit beau les mêler ensemble, il n'y auroit point de feu; cette proportion a pourtant quelque étendue, & c'est ce qui fait la diverse vivacité des feux: car si cette proportion qui doit être entre les quatre substances qui composent le Feu, étoit fixée en un certain point, en de-çà ou au delà duquel il n'y eût point de feu, tous les feux seroient d'une égale ardeur. Nous voyons pourtant le contraire, ainsi le soufre commun ne donne qu'un feu bien foible, parce qu'il n'y a pas assez de parties salines pour la quantité des parties sulphureuses & d'autres parties hétérogénes qu'il contient; ainsi la Poudre à Canon bien pilée & bien serrée, ne forme pas un feu si violent, que lorsqu'elle est grenée & moins pressée, parce que lorsqu'elle est ainsi pilée, elle ne contient point assez d'air: ainsi pour augmenter la force de la Poudre pilée, on y ajoûte un peu de Salpêtre; ainsi pour l'affoiblir, on y ajoûte du Charbon, qui contient véritablement des soufres, mais en même tems des parties fuligineuses en trop grande quantité pour ne pas embarrasser le mouvement des substances ignées; ainsi le même mixte qui donne un beau feu hors de la machine du vuide, n'en donne point sous le balon de cette machine lorsqu'on en a pompé l'air, non-seulement parce que l'air environnant est nécessaire pour empêcher la subite dissipation des parties de la flamme, & lui servir de vase qui la contienne, mais encore parce qu'il faut une certaine quantité d'air pour faire du feu par son mêlange avec les autres substances ignées.

Tout cela fait voir pourquoi le Feu ne se propage pas avec la même rapidité dans tous les mixtes: sa propagation dans la Poudre à Canon est d'une promptitude étonnante, sur-tout lorsqu'elle est en plein air, parce que la Poudre est un mixte dans lequel les substances ignées sont en une proportion réciproque parfaitement convenable, & très-peu embarrassées par les parties légéres du Charbon qu'on y a fait entrer, & que d'ailleurs avant que le feu les touche,

elles ſont déja intimement mêlées, à peu-près comme elles doivent l'être pour faire du feu, & ſi peu liées enſemble, que le moindre ébranlement de la bluette qui tombe deſſus, les déſunit ſuffiſamment pour donner liberté entiére à la matiére éthérée de les agiter.

La propagation du feu de la Poudre à Canon enfermée & un peu preſſée dans un Canon, eſt plus lente, parce que y étant plus reſſerrée, & par-là ſon mouvement étant plus gêné, y ayant même moins d'air, toutes les ſubſtances ne peuvent pas ſi-tôt prendre un degré de mouvement auſſi vif; bien-tôt pourtant elle s'allume, & ſon feu devient plus fort que celui de la Poudre brûlée en plein air, parce que ne pouvant pas ſe diſſiper de même, à cauſe des obſtacles qu'il trouve à ſa diſſipation, les ſubſtances qui le compoſent ont le tems de recevoir une augmentation de mouvement infiniment plus grande, qui rend ce feu capable des effets étonnans que nous voyons avec ſurpriſe.

Le Feu ne ſe répand pas avec la même promptitude dans les autres matiéres combuſtibles, parce que les ſubſtances ignées n'y ſont pas dans la même proportion, parce qu'elles y ſont plus mêlées de matiéres hétérogénes, parce qu'elles y ſont plus fortement liées par la cauſe de la dureté, & qu'ainſi il en coûte plus au feu qu'on y applique, pour en déſunir les parties, dont le mouvement eſt enſuite plus gêné par les matiéres hétérogénes qui y ſont en ſi grande quantité.

La propagation du Feu eſt plus lente dans la même eſpéce de bois quand il eſt vert que lorſqu'il eſt ſec, parce que les parties aqueuſes du bois vert embarraſſent trop le mouvement des ſubſtances ignées, & que les ſubſtances ignées du bois ſec ſont délivrées de cet embarras.

On voit par-là d'où vient que la propagation du Feu eſt plus lente en Eté qu'en Hiver, dans une chambre bien fermée, que dans une chambre ouverte. En Eté, l'air eſt plus dilaté par la chaleur de la ſaiſon, & il eſt moins pur, d'où

il

il arrive que les parties d'air ſont alors en moindre quantité dans le feu, & qu'elles y ſont plus mêlées de parties hétérogénes; deux ſources inévitables du retardement de la propagation du Feu. En Hiver, au contraire, l'air eſt plus denſe; il eſt plus pur & moins chargé de matiéres hétérogénes : il y a donc en pareil volume plus de parties aëriennes pour animer le feu, & moins de ces matiéres hétérogénes qui en retardent l'action; car je ne mets pas en ce nombre le Nitre qui, dans les grands froids, ſe trouve par-tout répandu dans l'air; ces parties nitreuſes, au contraire, qui ſont des ſels, contribuent beaucoup à l'ardeur & à l'activité du feu dans la ſaiſon la plus rude.

De même dans une chambre bien fermée, l'air qui ne ſe renouvelle pas, eſt bien-tôt impregné de vapeurs & autres matiéres exhalées du feu même, & dilaté par la chaleur que le feu produit, ſur-tout autour du foyer; ainſi il y a moins de parties aëriennes autour des tiſons, & plus de matiéres hétérogénes qui embarraſſent le mouvement des ſubſtances ignées. Au contraire, ſi la chambre eſt ouverte, l'air ſe renouvelle ſans ceſſe autour des matiéres combuſtibles qui ſont au foyer, parce que l'air qui eſt auprès étant échauffé & raréfié, l'air qui eſt dehors, plus denſe, peſe plus, pouſſe & chaſſe ſans ceſſe l'air du foyer pour prendre ſa place; ainſi c'eſt toûjours un air tout neuf, ſi on peut ainſi parler, & en plus grande quantité, qui ſe mêle avec les autres ſubſtances ignées, & anime leur mouvement. D'ailleurs, cet air nouveau venant avec impétuoſité dans le foyer, ſouffle & diſſipe les matiéres hétérogénes que le feu n'a pû enlever, & qui s'accumulant parmi les parties enflammées, en retardent le mouvement.

C'eſt par cette raiſon que le feu ſe répand avec plus de vîteſſe lorſqu'on ſouffle dedans; car alors on y répand beaucoup plus d'air qu'il n'y en avoit, & cette quantité d'air favoriſe extrêmement l'action de la matiére éthérée pour mouvoir les autres ſubſtances ignées. D'ailleurs, en ſoufflant

ainſi, on chaſſe les parties terreſtres & hétérogénes que l'action du feu n'avoit pû enlever, & qui demeurant deſſus, comme les cendres & autres fuliginoſités, retardoient le mouvement des ſubſtances ignées.

De tout ce que nous venons de dire, il ſera aiſé de conclure le moyen de retarder la propagation du Feu, & de l'arrêter entiérement. Pour le retarder, il faut ſeulement y mêler des ſubſtances hétérogénes, ou diminuer la quantité de l'une des ſubſtances ignées dont il eſt compoſé : ainſi on retarde le feu de la Poudre à Canon, en la pilant & la preſſant enſuite, parce qu'alors elle contient moins d'air; on retarde encore plus ſa propagation, en y mêlant du Charbon pulvériſé, ou en l'humectant un peu avec de l'eau : on retarde la propagation du feu ordinaire, en y jettant deſſus des cendres, ou encore mieux de la terre, qui, par ſa peſanteur, arrête mieux, & diminue davantage le mouvement des ſubſtances ignées; on la retarde plus efficacement encore, & on l'arrête tout-à-fait en y jettant une ſuffiſante quantité d'eau, parce que l'eau ſe mêlant mieux avec les ſubſtances ignées, à cauſe de ſa fluidité, doit en arrêter beaucoup plus vîte le mouvement.

Dans les cas où on n'a pas une ſuffiſante quantité d'eau, ou qu'on ne peut pas la tranſporter aſſez promptement ou aſſez facilement, on ſera toutefois aſſûré d'arrêter la propagation du feu, & même de l'éteindre bientôt, ſi on peut lui ôter toute communication avec un nouvel air; ainſi quand le feu a pris à une cheminée, quelque enflammé & étendu qu'il ſoit, pour l'éteindre, on n'a qu'à boucher la cheminée par le bas & par le haut avec du foin ou de la paille, qu'il ſera plus ſûr d'employer mouillée, ſi on le peut; car alors les vapeurs & fuliginoſités dont la fumée du feu impregne l'air qui eſt dans la cheminée, ſe mêlant parmi les ſubſtances ignées, en embarraſſent extrêmement le mouvement, & par-là le font diminuer conſidérablement; les matiéres hétérogénes, qui, dans l'endroit enflammé, ſont

mêlées avec les soufres & les sels, ne peuvent plus être élevées par l'action du feu; ainsi diminuées, elles demeurent donc mêlées parmi les substances ignées, & en arrêtent le mouvement bien plus efficacement; leur mouvement s'affoiblissant ainsi par ces deux causes dont chacune seroit suffisante, le feu ne tarde pas à s'éteindre. Mais il faut prendre garde de n'employer ce moyen d'éteindre le feu que lorsque la cheminée est assez forte pour soûtenir l'effort du ressort de l'air enfermé, qui s'augmente beaucoup par la chaleur; car si les murs de la cheminée étoient foibles, elle pourroit crever, & le feu s'échappant par les crévasses, faire plus de mal encore qu'on n'en auroit eu à craindre si on l'avoit laissé agir & consumer la suie.

Voyons maintenant les autres circonstances où le feu se communique sans aucun feu communiquant.

Quand nous n'aurions point de preuves de fait, que des matiéres combustibles prennent feu quelquefois, sans qu'aucun autre feu le leur communique, la chose nous paroîtroit très-possible & très-naturelle en consultant l'idée que j'ai donnée du feu, lorsque je l'ai représenté comme un ferment, ou comme un mixte propre à faire fermenter d'autres mixtes analogues, & à les convertir en un semblable mixte, & la communication du feu comme une véritable fermentation des mixtes analogues au feu. Car de même que la pâte sans levain ne laisse pas de fermenter en certaines occasions, quoique plus lentement, & d'être convertie par cette fermentation en un véritable levain, de même les matiéres combustibles pourront dans certaines circonstances, fermenter sans qu'aucun feu leur soit appliqué, & par ces fermentations être converties en un véritable feu.

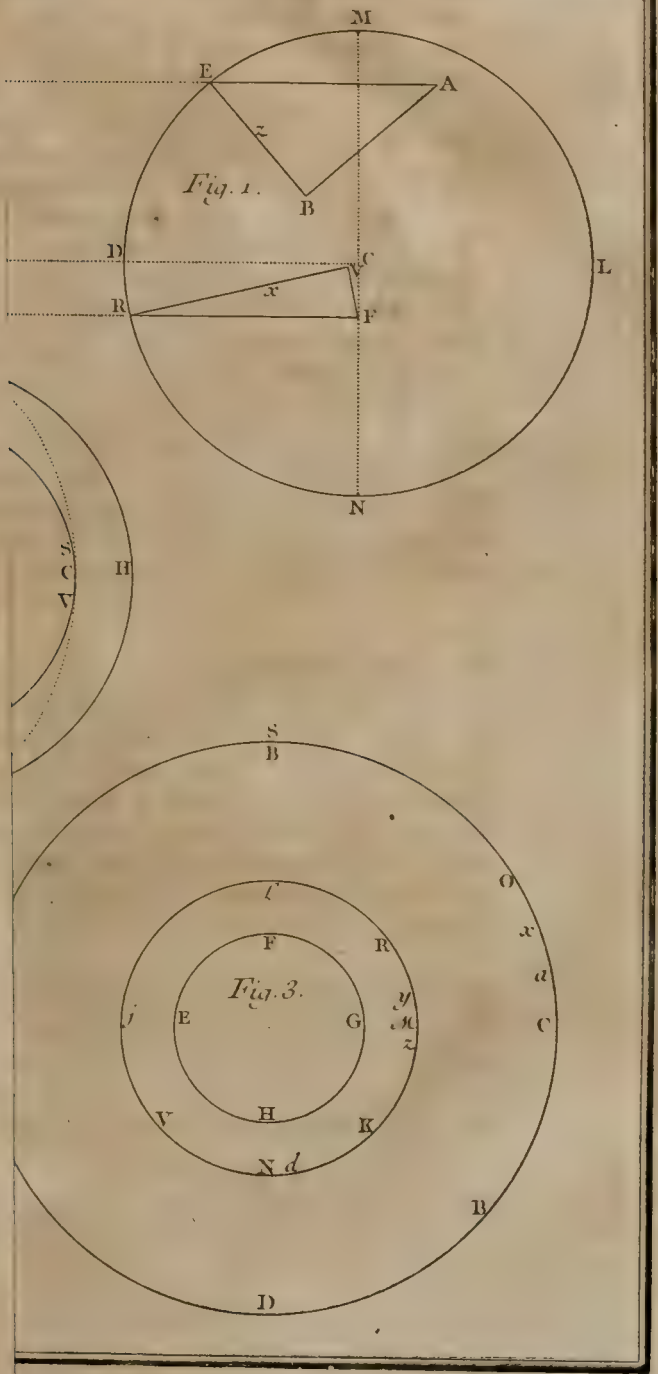
Il faut seulement pour cela qu'il y ait quelque cause capable de secouer, d'ébranler, de désunir les parties insensibles de ces corps combustibles. Ces parties étant ainsi désunies, si les sels & les soufres, l'air & la matiére éthérée y sont en suffisante quantité, cette matiére éthérée donnera

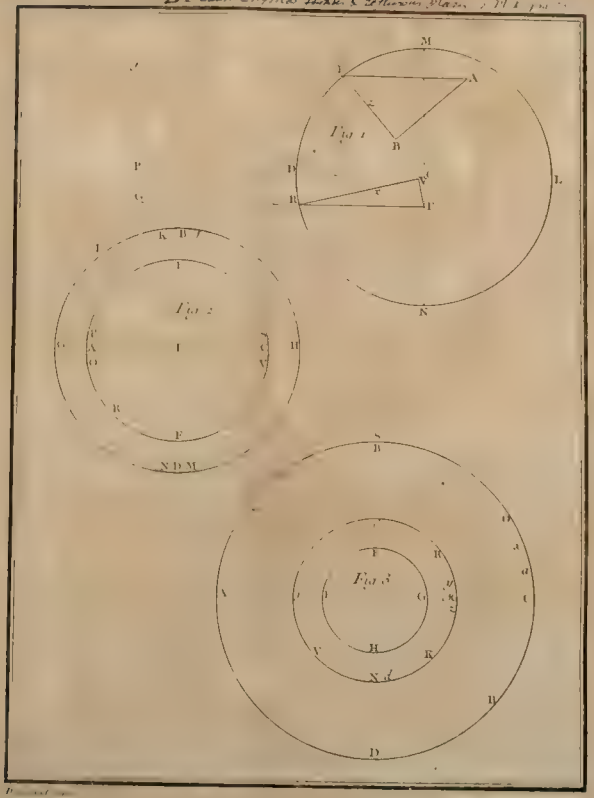
peu-à-peu à toutes les autres ſubſtances ignées le mouvement propre au feu, & les convertira par-là en un véritable feu. C'eſt ainſi que nous expliquerons facilement :

1°. Pourquoi, ſi l'on jette du bois bien ſec & facile à prendre feu dans un four bien chaud, le bois après quelque tems s'enflamme ; c'eſt que la chaleur de l'air & des pierres du four échauffant extrémement le bois en ſecoue les petites parties, les ébranle peu-à-peu, les déſunit enfin par le mouvement violent qu'elle leur communique : ces petites parties nageant ainſi déſunies dans la matiére éthérée, elle les agite, les fait bouillonner avec elle, juſqu'à ce que le mêlange des ſels, des ſoufres & de l'air ſoit devenu aſſez intime pour prendre par l'action de la matiére étherée, un mouvement de tourbillon aſſez violent, & c'eſt alors que le bois s'enflamme.

2°. Pourquoi le foin renfermé & entaſſé ſans être aſſez ſec, s'échauffe & s'enflamme quelquefois ; car les parties aqueuſes par leur mouvement, ſecouent ſans ceſſe les petites parties des cellules qui les contiennent, les ébranlent peu-à-peu, les ſéparent enfin, ce qui fait la pourriture qui précéde l'inflammation du foin : dégagées ainſi de leurs petites priſons, elles s'échappent & s'envolent en vapeurs par la chaleur que produit la fermentation qui ſe fait alors de toutes ces parties déſunies ; la fermentation continuant après leur départ, elle mêle intimement la matiére éthérée, l'air, les ſels & les ſoufres ; ce mêlange intime donne lieu à la matiére éthérée d'augmenter inſenſiblement le mouvement de tourbillon de toutes les ſubſtances ignées, & de le pouſſer juſqu'au point néceſſaire à l'inflammation, ſans que les parties des ſubſtances hétérogénes puiſſent l'empêcher, parce qu'elles n'y ſont pas en aſſez grande quantité. Lorſqu'au contraire on enferme le foin bien ſec, il n'y a aucune ſource d'ébranlement & de déſunion des parties ; ainſi demeurant liées enſemble, il n'eſt pas ſurprenant que le foin ne prenne pas feu dans ces circonſtances.

3°. Pourquoi des matiéres ſulfureuſes & ſalines prennent feu au milieu des nuées dans un orage ; car on ſçait qu'avec


M
E
A
z
B
Fig. 1.
D
C
L
x
R
F
N
S
C
H
V
S
B
O
x
a
C
B
D
l
F
R
Fig. 3.
y
x
z
j
E
G
V
H
K
N d


M
L
A
B
Fig. 1
L
N
P
G
K B F
I
Fig. 2
N D M
B
Fig. 3
N
D

les vapeurs s'élevent quantité d'exhalaiſons ſalines, ſulfureuſes, métalliques, &c. Ces exhalaiſons, de même que les vapeurs répandues & diſperſées dans l'immenſité des airs, y demeurent ſuſpendues par la peſanteur même de l'air dont elles n'obſcurciſſent pas ſenſiblement la tranſparence, tandis qu'elles demeurent ainſi diſperſées; mais lorſqu'il vient à ſouffler des vents contraires, ces vents rapprochent, raſſemblent ces exhalaiſons avec les vapeurs, & en font des nuées. Ces vents continuant à ſouffler contre & dans ces nuées, y produiſent une infinité de mouvemens variés dans les vapeurs & les exhalaiſons qui les compoſent; cette variété de mouvement doit viſiblement former, ſinon par-tout, du moins en bien des endroits, des tourbillons plus grands ici, là plus petits. Lorſqu'il arrive que quelqu'un de ces tourbillons contient beaucoup d'exhalaiſons ſulfureuſes & ſalines, & peu d'autres exhalaiſons ou de vapeurs, comme les ſoufres & les ſels y ſont mêlés avec beaucoup d'air & de matiére éthérée, & qu'il y a peu de matiéres hétérogénes, il n'eſt pas ſurprenant que le mêlange de ces ſubſtances ignées devenant toûjours plus intime par le mouvement, & ce mouvement croiſſant ſans ceſſe, l'inflammation ſuive bientôt, & que le feu en ſoit d'autant plus vif & plus éclatant, que les ſels & les ſoufres en ſont plus purs, pour avoir été élevés par une chaleur plus modérée, & plus exaltés.

4°. Pourquoi des matiéres ſulfureuſes & ſalines prennent feu dans le ſein de la terre, & produiſent les effroyables effets dont on a vû en divers lieux tant de triſtes exemples dans tous les ſiécles, & que l'on vient d'éprouver cette année dans le Royaume de Naples, où le Veſuve vomiſſoit avec un bruit épouvantable d'horribles flammes, & lançoit d'immenſes piéces de rochers à la diſtance de 10 à 12 milles. Car quand il ne ſeroit pas d'ailleurs conſtant que l'intérieur de la terre eſt par-tout impregné d'exhalaiſons de toutes les eſpéces, ſalines, ſulfureuſes, métalliques, &c. leſquelles, ſuivant leur différent mêlange & les différentes matrices où

elles ſe figent, forment des pierres de différentes eſpéces; des métaux, des ſucs viſqueux, & nourriſſent les Plantes de toutes les ſortes ; les torrens enflammés qui ſortent quelquefois des lieux où s'allument ces feux ſoûterrains, nous démontrent aſſez qu'il y a dans ces endroits beaucoup de ſels & de ſoufres, puiſque les matiéres de ces torrens en ſont preſque entiérement compoſées. Il y a grande apparence que dans les Volcans qui jettent de tems en tems de grandes flammes, les ſels & les ſoufres y découlent comme par des petites ſources en forme de bitumes liquides, telles qu'on en voit en divers lieux ſur la ſurface de la terre : ces différens bitumes coulant & s'aſſemblant dans les mêmes cavités de ces Volcans, leurs parties différentes ſulfureuſes, ſalines, métalliques, &c. ſe mêlent par leur mouvement de fluidité : ce mêlange donne lieu à de petites fermentations, parce que les ſels & les ſoufres, lorſqu'ils ſont enſemble, admettent entr'eux, comme nous l'avons dit ailleurs, une plus grande quantité d'air & de matiére éthérée, & que cet air & cette matiére éthérée leur donnent un plus grand mouvement que n'étoit leur mouvement de fluidité avant ce mêlange : cette fermentation fait évaporer les parties aqueuſes, & dégage inſenſiblement les ſels & les ſoufres des autres matiéres hétérogénes qui ne ſont pas ſi propres au mouvement; par-là les ſels & les ſoufres étant moins gênés, ils ſe dilatent davantage par leur mouvement de tourbillon, lequel croiſſant ſans ceſſe par l'action de la matiére éthérée & de l'air qui y ſont mêlés en plus grande quantité, devient enfin ſi violent en quelques endroits, qu'ils s'enflamment. Ces petites inflammations ſe communiquant au reſte de cette matiére avec grande promptitude, elle s'enflamme toute; mais comme les parties de ce feu renfermé dans la terre ne peuvent pas ſe diſſiper, la vîteſſe de leur mouvement de tourbillon augmente à l'infini, de ſorte qu'il n'eſt pas ſurprenant qu'enfin la force de leur reſſort creve avec grand fracas, les voutes qui renferment ce feu; ou que s'il s'y trouve déja quelque

ouverture mal bouchée, comme au mont Vesuve, le feu souterrain s'élance par-là avec une force effroyable, & lance par cette ouverture toutes les énormes piéces de rocher qu'il trouve dans son chemin, & les lance à des distances étonnantes, de même que la Poudre enflammée dans un Canon lance un boulet de fer avec une vîtesse incroyable par l'ouverture de ce canon.

5°. Pourquoi les rayons du Soleil réunis au foyer d'une loupe de verre, enflamment les corps combustibles qu'on y expose : la cause en est visible; ces rayons par leur force ébranlent & désunissent bientôt les petites parties du corps combustible, & mettent ainsi les sels & les soufres qu'il contient, dans la disposition où ils doivent être pour que la matiére éthérée les enflamme.

Ce que j'ai dit ailleurs de l'Huile essentielle de plante aromatique mêlée avec de l'esprit de Nitre & des parcelles du caillou qu'on en détache en le battant avec un acier, suffit pour entendre comment ces liqueurs mêlées, & ces parcelles du caillou s'enflamment : une explication plus longue seroit superflue.

Du reste, on voit assez que la propagation de ces feux ainsi allumés sans aucun feu communiquant, doit se faire de la même maniére que la propagation des autres feux.

En finissant ce discours, il y a une réflexion à faire sur les parties ignées qu'on emploie à tout propos pour l'explication de bien des phénomenes, que l'on croit dépendre de quelque action du feu. Il semble qu'on regarde ces parties ignées comme des parties d'un élément particulier, qui sont très-différentes des parties des sels & des soufres, ou de l'air, & qui conservent toutes les qualités du Feu dans les mixtes où on les dit cachées. Il est visible par tout ce que j'ai établi dans ce discours, qu'on se trompe beaucoup en cela, puisque le Feu considéré comme un élément particulier & non comme un mixte, est une véritable chimére qui ne se trouve nulle part. Il faut donc traiter de fausses toutes les

explications phyſiques où on fait entrer ces parties ignées comme un agent néceſſaire aux opérations qu'on veut expliquer. S'il y a des parties ignées cachées dans tous les corps, ce ne ſont que les ſels, les ſoufres, l'air & la matiére éthérée qui ſe trouvent réellement dans tous les mixtes, mais qui n'y ont nullement les propriétés du feu avant l'inflammation de ces mixtes, & par conſéquent qui n'y peuvent pas plus agir que les autres parties de ces mixtes avant d'avoir été déſunies, raſſemblées intimement, mêlées & agitées du mouvement qui doit leur donner la forme de Feu.

FIN de la ſeconde Piéce.

EXPLICATION

EXPLICATION
DE LA
NATURE DU FEU,
ET DE SA PROPAGATION.

Cette Piéce eſt une des trois entre leſquelles le Prix a été partagé également.

Par M. le Comte de CREQUY.

EXPLICATION
DE LA
NATURE DU FEU,
ET DE SA PROPAGATION.

Exercitio Athleta valet.

QUOIQUE la queſtion du programme ſoit d'un genre qui n'intéreſſe que la curioſité des hommes, puiſque, ſoit qu'ils connoiſſent ou non la nature du Feu, ils jouiſſent également de tous les avantages qu'il leur procure, on peut néanmoins tirer quelque profit de cette recherche & des autres ſemblables, par l'exercice qu'elles peuvent donner à l'eſprit, qui, comme le corps, ſe fortifie par la variété des exercices, & devient enſuite plus capable de réſoudre les queſtions qui importent à notre bien-être.

Entrons donc dans ce labyrinthe, & eſſayons ſi entre les divers ſentiers qui ont égaré tant de Philoſophes, nous pourrions marcher dans celui par lequel on peut aller à la vérité. Heureuſement, ſi nous nous égarons comme eux, notre égarement n'aura pas d'autre inconvénient, que celui d'être privé de la connoiſſance d'une vérité dont l'ignorance n'eſt pas incompatible avec la vertu humaine.

Les hommes employent le Feu en une infinité de façons, pour amollir, fondre ou diſſoudre tous les corps, ce qui

fait, avec raiſon, conjecturer que la nature du Feu conſiſte dans le mouvement; & comme c'eſt un axiome reçû, que le néant n'a point de propriété, il en réſulte une ſeconde conjecture, que par-tout où il y a du feu, il y a auſſi quelqu'être qui le produit, & duquel il emprunte toute la puiſſance avec laquelle il opére la diſſolution des corps; ſans quoi il faudroit penſer que le mouvement produit par le Feu, eſt créé par l'Auteur de la Nature pendant la durée du Feu, & proportionnellement à ſa quantité, ce qui répugne.

Au lieu de cette erreur, il vaut mieux admettre avec la multitude des Philoſophes cet axiome, *que Dieu a créé dans l'Univers une certaine quantité de matiére & de mouvement, dont l'eſſence ne périt jamais*, & qu'il a combiné ces deux eſſences dans un ſi parfait mêlange, qu'il en a fait éclorre toute la Nature, du ſein de laquelle nous voyons ſortir toutes les merveilles que nous admirons, & cette variété infinie de productions dont la ſurface de la Terre eſt ornée.

La quantité du mouvement une fois déterminée par cet axiome, il en réſulte deux Corollaires qui en ſont conſéquences infaillibles.

L'un, qu'*un corps qui commence à ſe mouvoir, ou qui accélere ſon mouvement, reçoit ſon mouvement ou l'excès de celui qu'il avoit, d'un ou pluſieurs autres corps viſibles ou inviſibles qui le lui communiquent.*

L'autre, qu'*un corps qui rallentit ou perd ſon mouvement, communique le mouvement qu'il perd, à quelque corps viſible ou inviſible.*

Ces deux Corollaires ſuppoſent néceſſairement l'impénétrabilité de la matiére, ſans laquelle la communication du mouvement eſt impoſſible, & qu'un corps mû vers un lieu continueroit éternellement ſon mouvement en ligne droite, s'il ne rencontroit rien qui l'arrêtât.

Comme le Feu, s'il eſt aſſez violent, fond tous les corps & les rend fluides, nous tirerons ſans doute de grandes lumiéres ſur ſa nature, ſi nous pouvons découvrir en quoi conſiſte celle des fluides.

En considérant une portion de matiére comme un tout indivisible, on lui trouve deux diverses capacités de se mouvoir; l'une de parcourir l'espace en ligne droite dans un parfait parallélisme à soi-même; l'autre de tourner sur le centre de sa masse, & sans déplacer.

De ces deux capacités, il en naît par le mêlange une infinité d'autres : car la matiére peut recevoir en même tems ces deux différens mouvemens, comme le fait la Terre, qui parcourt son cercle annuel presqu'en ligne droite, pendant qu'elle tourne encore sur son centre en 24 heures; & comme la vîtesse du mouvement axiligne peut différer en une infinité de façons, de celle du mouvement rectiligne, & encore le couper de tous les angles possibles, depuis le parallélisme de l'axe au mouvement rectiligne, jusqu'à 90 degrés; il s'ensuit que ces deux premiers genres de mouvement en peuvent engendrer par toutes les combinaisons dont ils sont capables, une infinité d'autres.

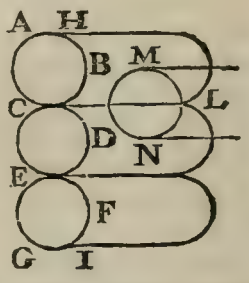
Mais on ne peut attribuer à la matiére d'autre capacité d'être mûe, & on peut même assûrer que le mouvement rectiligne est le seul naturel : car lorsque la matiére considérée comme un tout indivisible, tourne sur son centre, les parties de ce tout décrivent des cercles, & ont une véritable inclination de se mouvoir en ligne droite; elles ressemblent à la roue du Coûtelier, dont les parties sont toûjours prêtes à échapper par la tangente, comme ces Ouvriers en ont quelquefois fait la malheureuse expérience aux dépens de leur vie ou de leurs membres, par les éclats échappés de leur pierre.

C'est le sentiment commun, que les parties des fluides sont divisées les unes des autres par le mouvement continuel de leurs parties; à quoi j'ajoûte que comme on ne peut pas attribuer à ces parties le mouvement rectiligne, elles ont nécessairement le mouvement axiligne, par lequel la division actuelle de toutes les parties est nécessairement produite, & en conséquence la fluidité de leur tout.

C'est pourquoi il faut considérer tous les fluides, sans

exception, comme des corps dont les parties ſont fermes & indiviſibles, ſemblables aux atomes inſécables des Anciens, & qui ſe tiennent réellement diviſés les uns des autres par le mouvement axiligne; diviſion qui eſt d'autant plus parfaite, que le mouvement axiligne eſt plus précipité.

Si on attribue à un cylindre le mouvement axiligne, ce mouvement ſera éternel, à moins qu'il ne ſe communique; & ſi on approche deux ſemblables cylindres, juſqu'à ce que leurs circonférences ſe touchent, leur mouvement pourra encore être éternel malgré cette union, pourvû que les portions touchantes de leurs circonférences ſe meuvent en même part & d'égale vîteſſe.



Ainſi ſi le cylindre *B* ſe meut ſelon *ABC*, & le cylindre *D* ſelon *EDC*, il eſt manifeſte que ces deux mouvemens ſe concilient, & concourent vers le point *C*: ainſi la continuation de leur mouvement ne répugne pas à l'impénétrabilité de la matiére: & qu'on ſuppoſe tant de cylindres qu'on voudra ſur la même ligne *B D F*, ſi leur mouvement axiligne eſt ſelon *A B C*, *E D C*, *E F G*, &c. ils ſeront compatibles, & leur durée ſera éternelle.

Il n'en ſeroit pas de même ſi les cylindres ſe mouvoient comme *ABC*, *CDE*, *EFG*: car le mouvement des parties touchantes ſeroit directement oppoſé; alors il eſt évident que le mouvement axiligne doit ſe rallentir, mais comme le mouvement ne ſçauroit s'anéantir, & le cylindre *C* ne pouvant ſe réflechir ni vers *H*, ni vers *I*, les cylindres *B* & *F* partageront la ſomme de mouvement axiligne perdu dans les trois cylindres, & le transformeront en mouvement rectiligne vers *H* & vers *I*. C'eſt ainſi que par la communication, le mouvement axiligne peut ſe transformer en mouvement rectiligne en tout ou en partie; c'eſt ce qui mérite toute l'attention poſſible, & qui aura ſon application ci-après. Au contraire, ſi deux corps ſe choquent ſans

que les centres de gravité ſe rencontrent directement, il eſt évident que leur mouvement rectiligne ſe rallentira, & qu'une portion d'icelui ſe transformera en mouvement axiligne.

De ceci il réſulte que le mouvement axiligne des parties des fluides ne ſçauroit ſubſiſter que par une cauſe toûjours renaiſſante : car ſi les cylindres *B*, *D*, *F*, ſe meuvent comme *ABC*, *EDC*, *EFG*, ſans ſe nuire ; lorſqu'on ajoûtera le quatriéme cylindre *L*, s'il ſe meut ſelon *MLN*, il s'oppoſera au mouvement *ABC*, & au contraire s'il ſe meut ſelon *NLM*, il s'oppoſera au mouvement *EDC*; & comme il ne ſçauroit tourner que de l'une de ces deux maniéres, il faut néceſſairement qu'il s'oppoſe au mouvement de l'un ou de l'autre des deux cylindres, & ainſi des autres qui ſeroient ajoûtés; & comme il en ſeroit de même des ſpheres que des cylindres, il en réſulte que le mouvement axiligne des parties des fluides, qui reſſemble à un amas innombrable de ſpheres, ne peut ſe perpetuer de ſoi-même, à cauſe de la multitude infinie des frottemens oppoſés, il faut donc qu'il ſoit perpetué par quelque être préſent qui en ait la puiſſance.

S'il eſt quelque être capable d'opérer perpétuellement le mouvement axiligne des parties des fluides, il eſt conſtant que cet être doit exiſter en tous lieux, puiſque le feu peut y être produit.

Or quel être avons-nous préſent en tous lieux ? Ce n'eſt ni le Soleil, ni la Lune, ni les Etoiles, ni l'Eau, ni l'Air, ni la Terre, mais un être qui pénétre ſans doute toutes ces ſubſtances, & dont la connoiſſance ne nous eſt parvenue qu'à la faveur des expériences de l'Aimant : c'eſt le double cours de matiére ſubtile magnétique, qui ne reſſemble en rien aux Elémens de Deſcartes ; matiére ſi déliée & ſi ſubtile qu'elle pénétre tous les corps, même tous les métaux, à l'exception du Fer & de l'Aimant, avec autant de facilité que l'air même.

Pluſieurs révoquent en doute l'exiſtence de ce double cours, & n'admettent qu'un ſeul courant de matiére magné-

tique, par la raiſon que deux courans contraires ne ſemblent pas pouvoir compatir; mais cette prétendue incompatibilité s'évanoüit par des exemples qu'on ne ſçauroit révoquer en doute; car ſi on ſuppoſe avec ceux qui nient le double cours, qu'il n'y en ait qu'un ſeul qui ſe meuve, par exemple, du Sud au Nord, il eſt conſtant que le vent du Nord au Sud ſubſiſte avec lui lorſque le cas arrive. Donc deux courans de matiére peuvent ſubſiſter dans des directions diamétralement oppoſées.

Entre ceux à qui les expériences de l'Aimant ſont familiéres, je crois qu'il ne s'en trouvera guères qui ne ſoient convaincus, ou tout au moins perſuadés de ce double cours, & peut-être que les réflexions ſuivantes pourront contribuer à lever leurs doutes.

Soit une aiguille de Bouſſole, dont l'une des deux branches ſoit d'Acier, & l'autre de Cuivre; elle ſe dirige comme les autres, quoiqu'avec moins de vivacité; on peut déterminer la branche d'acier au Nord ou au Sud ſelon le ſens dont on l'a touchée ſur la pierre; lors donc qu'elle ſe dirige au Nord, n'eſt-il pas manifeſte que c'eſt un courant du Sud au Nord qui l'y pouſſe & qui l'y conduit; comme le vent fait une girouette qu'il entraîne le plus qu'il eſt poſſible vers le lieu où il tend? Et au contraire lorſqu'elle eſt touchée pour déterminer la branche d'acier au Sud, n'eſt-il pas évident que c'eſt un courant du Nord au Sud qui l'y détermine, & par conſéquent qu'il en eſt deux diametralement contraires? car dans la ſuppoſition d'un ſeul courant, il eſt impoſſible de concevoir que la même aiguille puiſſe être déterminée tantôt vers le Nord, tantôt vers le Sud: au contraire il ſaute aux yeux que le bras d'acier doit être entraîné au de-là du ſupport, & il faut ſe faire violence pour penſer qu'elle puiſſe retrograder vers le courant lorſqu'elle eſt touchée pour ſe diriger du côté où on le ſuppoſe.

Prouver qu'il entre de la matiére par chacun des deux poles d'une pierre, ou bien prouver qu'il en ſort, c'eſt auſſi prouver l'exiſtence des deux courans: or ſi vous approchez deux

deux pierres avec de petites gondoles sur l'eau, ensorte que les poles de même nom se regardent, elles se chasseront l'une l'autre en arriére, ce qui prouve nettement qu'il sort de la matiére par ces deux poles : car puisque ce sont des poles de même nom, on ne peut rien supposer qui ne leur soit commun; & comme les deux autres poles de ces mêmes pierres se chasseroient également, il en résulte qu'il sort de la matiére par les quatre poles de ces deux pierres, ce qui démontre le double cours.

Entre les suppositions qu'on peut faire pour expliquer les phénomenes de la Nature, on ne doit point tolérer celles qui sont purement arbitraires, à moins que l'explication des phénomenes ne s'en déduise avec beaucoup de clarté & de simplicité. Mais lorsqu'outre l'explication des phénomenes, on appuie encore les suppositions par des raisons pertinentes, elles acquiérent des degrés de probabilité qui entraînent les suffrages ; parce que la raison de supposer, jointe à l'explication des phénomenes, approche souvent de la certitude d'une démonstration ; ainsi je me persuade qu'on m'accordera l'existence du double cours, moins comme une supposition que comme une vérité démontrée par les expériences de l'Aimant, & qu'il est facile de confirmer par l'explication des phénomenes de cette pierre.

La communication du mouvement étant une suite nécessaire de l'impénétrabilité de la matiére, l'impénétrabilité de la matiére se prouve également par la communication du mouvement : or en tous les êtres matériels, nous ne connoissons que l'Aimant & le Fer à qui le double cours communique manifestement son mouvement ; ils sont donc aussi les seuls que cette matiére ne sçauroit commodément pénétrer, & qui lui fassent résistance.

Cette résistance que le double cours trouve à pénétrer l'Aimant, est la cause efficiente de toutes ses merveilles ; car cette pierre est comme un crible qui épure la matiére du double cours, & qui fait que lorsqu'on approche deux de ces pierres par les poles de différens noms, le double cours

pénétre mieux les poles intérieurs, que les extérieurs, parce que la matiére épurée qui sort de ces poles intérieurs, est réciproquement admise avec plus de facilité d'une pierre à l'autre.

Ainsi en divisant l'effort du double cours sur les poles de toutes les pierres en 100 parties, lorsqu'on approche deux pierres par les poles de différens noms, les efforts du double cours sur les poles extérieurs sont toûjours 100., pendant que les efforts sur les poles intérieurs, se réduisent à 99, 98, 97, &c. à proportion de la proximité & de l'excellence des deux pierres; parce que les efforts intérieurs sont d'autant moindres que la matiére a été mieux épurée par les pierres, & qu'elle a eu moins d'espace à parcourir après sa sortie, pour se remêler dans la masse générale du double cours.

Or dès que les impulsions sur les deux poles d'une même pierre ne sont plus équilibres, & que l'effort sur le pole intérieur est moindre que sur l'extérieur, il s'ensuit nécessairement que la pierre doit être poussée par la plus grande impulsion vers la moindre; c'est-à-dire, du pole extérieur vers l'intérieur, & par conséquent que les deux pierres doivent s'approcher.

Je pense qu'il est impossible de déterminer en quelle raison l'équilibre des efforts réciproques du double cours est rompu, parce que nous ne connoissons ni la vîtesse du mouvement de ce double cours, ni quelle est la mesure de la résistance que l'Aimant lui fait.

Nous sçavons néanmoins qu'il y a des Aimants qui soûlevent jusqu'à 20 livres & au de-là, quoique les surfaces touchantes d'entre l'armure & le crochet n'ayent pas 1 ligne de large sur 12 de long; & si la raison selon laquelle l'équilibre est rompu, étoit seulement d'une centiéme partie, c'est-à dire comme 99 à 100, il s'ensuivroit que les efforts de chacun des deux courans seroit de 2000 livres sur une surface de 12 lignes; car si l'unité pour différence produit 20 livres, la force totale 100 produira 2000 livres.

Davantage comme l'impénétrabilité de l'Aimant n'eſt pas totale, puiſque réellement le double cours le pénétre, quoiqu'avec quelque difficulté, ſi on diviſe encore en 100 degrés tous les cas poſſibles depuis l'impénétrabilité totale juſqu'à la pénétrabilité parfaite, & qu'on n'attribue à l'Aimant qu'un ſeul degré d'impénétrabilité, il s'enſuivra encore que le double cours ne comprimera les deux poles de l'Aimant que d'une centiéme partie de ſa puiſſance réelle : or ſi cette centiéme partie ſur une ſurface de 12 lignes peut valoir 2000 livres, l'impénétrabilité totale peut valoir 200000 livres ſur la même ſurface, ce qui fait appercevoir l'immenſité de la puiſſance de ce double cours, puiſſance néanmoins qui ne ſe communique aucunement aux corps qu'elle pénétre parfaitement, par la raiſon ſuſdite, que la communication du mouvement eſt une ſuite néceſſaire de l'impénétrabilité de la matiére ; & au contraire, que l'impénétrabilité de la matiére eſt une ſuite néceſſaire de la communication du mouvement.

Il eſt vrai qu'en n'attribuant à l'Aimant qu'une centiéme partie de l'impénétrabilité totale, & de même une centiéme partie ſeulement à la raiſon ſelon laquelle l'effort réciproque du double cours eſt rompu, ces deux ſuppoſitions ſont purement arbitraires ; en quoi j'ai eu deſſein de faire appercevoir ce qui eſt par ce qui peut être : car ſi on peut réduire ces deux ſuppoſitions vers le moins, on peut auſſi les augmenter vers le plus ; enſorte que quoique la puiſſance du double cours ſoit impoſſible à déterminer, on apperçoit néanmoins qu'elle eſt ſans doute infiniment grande.

En effet étant convaincu de l'exiſtence de cet être immenſe, quant à l'étendue, il ne reſte pas beaucoup de chemin à faire pour lui attribuer une extrême puiſſance, parce que les êtres ne ſont pas créés en vain, & la direction de l'Aiguille aimantée n'eſt certainement pas l'unique fin pour laquelle cet être a été créé ; ſa vaſte étendue & ſon extrême puiſſance font entrevoir en lui le mobile de l'Univers : car d'où tous ces grands globes emprunteroient-ils leurs mou-

vemens, ſi ces mouvemens étoient rectilignes. On pourroit peut-être leur attribuer une durée éternelle ; mais le mouvement des Aſtres étant circulaire, il faut que quelque mobile inviſible les guide perpétuellement ; & comme le Feu eſt plein de mouvement, il eſt probable qu'il l'emprunte de ce même mobile dont il dépend, ainſi que tous les autres phénomenes de la Nature.

Après avoir déclaré l'agent par lequel le Feu eſt produit, voyons en quoi conſiſte la fermeté des corps qu'il peut diſſoudre.

Tous les corps ſenſibles ne ſont autre choſe qu'une multitude innombrable d'atomes inſécables réunis ; mais je n'eſtime pas (comme on l'a fait juſqu'à préſent) que le ſeul contact de ces atomes ſuffiſe à opérer la fermeté de leur union. Il eſt impoſſible de concevoir que la fermeté du Diamant procéde de ce ſeul contact ; il faut que quelqu'autre cauſe intervienne à former cete dureté : en effet, j'en trouve une qui me paroît ſenſible, & qui me fait appercevoir que ſans elle tous les corps ſenſibles ne ſeroient que de purs amas de poudre, ſans fermeté ni conſiſtance.

Cette cauſe conſiſte uniquement dans la preſſion de la maſſe univerſelle du double cours ; & voici comme j'en explique l'effet.

On doit ſans doute attribuer l'impénétrabilité parfaite aux atomes inſécables dont les êtres ſenſibles ſont compoſés, ſans quoi leur eſſence ſeroit incompréhenſible : or ſi un de ces atomes inſécables nage dans la matiére du double cours, il doit en être comprimé de toutes parts, parce qu'il en eſt enveloppé, & qu'il occupe un eſpace qui ſeroit rempli dans l'inſtant par le double cours, ſi Dieu le réduiſoit au néant. On peut conjecturer ce que cette preſſion pourroit être, ſi l'Univers étoit plein, comme Deſcartes l'a ſuppoſé ; car il eſt manifeſte en ce cas qu'un ſeul atome créé, le ſoûleveroit de toutes parts pour acquérir ſa place.

Si deux de ces atomes inſécables ſe rencontrent & ſe touchent par deux petits plans, ils ſe colleront l'un à l'autre,

parce que la matiére du double cours ceſſant de s'appuyer ſur les ſurfaces intérieures touchantes, ceſſera auſſi de les y comprimer, pendant qu'elle continuera ſa preſſion ordinaire ſur les ſurfaces extérieures qui ſeront pouſſées vers le centre de figure des deux atomes.

Si un troiſiéme atome rencontre les deux premiers, en ſorte qu'il les touche tous deux, il pourra encore leur être uni par les ſurfaces touchantes, par la même preſſion ſur les ſurfaces extérieures; mais l'irrégularité de figure des trois atomes formera quelqu'intervalle entre les ſix ſurfaces touchantes, & le double cours continuera ſon mouvement par cet intervalle, & d'en preſſer les ſurfaces intérieures; il en ſera de même du quatriéme atome, du cinquiéme & de tous ceux qui ſeront ajoûtés pour former un corps ſenſible dont la fermeté ſera relative à la quantité des ſurfaces intérieures ou extérieures ſur leſquelles le double cours continue ſa preſſion vers les ſurfaces touchantes; d'où il réſulte que les corps les plus durs ſont ceux qui ont une plus grande multitude de pores, & dont les atomes ſont d'un genre fort délié.

Il ne faut pas confondre la preſſion du double cours avec l'effort de ſon mouvement rectiligne; ce ſont deux choſes très-diſtinctes : par exemple, la preſſion de l'air eſt entiérement diſtincte de l'effort du vent; la preſſion de l'air fait monter l'eau dans les pompes, pendant que ce même air agité d'un mouvement rectiligne arrache les arbres des campagnes; de même la preſſion du double cours eſt autre choſe que l'effort de ſon mouvement rectiligne. Nous venons de voir que la fermeté des corps procéde de cette preſſion, & celle de l'air peut nous en fournir un bel exemple; car ſi on prend pluſieurs bandes de Glace de Veniſe, épaiſſes d'une ligne, larges de ſix, & longues de 48, & qu'on en diſpoſe ſur un plan horiſontal quatre du Nord au Sud à un pouce d'intervalle, puis quatre autres ſur celles-ci d'Orient en Occident, ſucceſſivement quatre autres du Nord au Midi, &c. juſqu'à ce qu'il ſe forme un tout cube dont la racine

ſoit quatre pouces, ce tout ſera au reſpect de l'air qui le tiendra uni, ce que tous les corps ſont au reſpect du double cours. Car l'air ne comprimant aucunement les ſurfaces touchantes, peſera ſeulement ſur les ſurfaces qui ne ſe touchent point, au milieu de ce tout, comme à ſes extrémités, & formera de toutes ces bandes un corps ſolide, & en quelque ſorte poreux, puiſqu'il ſera rempli d'intervalles, & la fermeté de ce tout ſera relative à la preſſion de l'air ſur les ſurfaces oppoſées aux touchantes.

Il en eſt de même de tous les corps ſenſibles, qui, ſans la preſſion du double cours, ſeroient, comme je l'ai déja dit, de purs amas de poudre ſans aucune conſiſtance.

La diverſité des corps ſenſibles dérive de la diverſité des figures & grandeurs des atomes dont ils ſont compoſés; & comme Dieu en a pû créer d'une infinité de grandeurs & figures, les corps homogénes peuvent être nombreux en eſpéces différentes; & comme il eſt une infinité de corps hétérogénes, les êtres ſenſibles peuvent être variés en une infinité d'eſpéces par les différentes combinaiſons des atomes de toutes figures & grandeurs.

Après l'examen de ce en quoi la fermeté des corps conſiſte, pourſuivons la recherche de ce en quoi conſiſte leur diſſolution.

En conſidérant un atome flottant dans la matiére du double cours, ſans pouvoir être entraîné ni par l'un ni par l'autre, parce que leurs efforts ſont équilibres, il ne paroît pas poſſible qu'il demeure immobile entre deux courans rapides qui ſe pénétrent mutuellement & dans des directions diamétralement oppoſées: il faut donc que l'atome reçoive le mouvement axiligne, de même qu'une boule tourne ſur elle-même lorſqu'elle eſt entre deux plans qui ſe meuvent d'égale vîteſſe & ſelon des directions oppoſées & paralleles.

Or entre les propriétés de la matiére, il en eſt une très-remarquable, qui conſiſte en ce que la ſurface d'un corps eſt toûjours d'autant plus grande, que ſa maſſe eſt moindre & plus différente de la figure ſphérique; d'où il eſt évident

qu'un atome flottant dans la matiére du double cours participera d'autant mieux à ſon mouvement, que ſa maſſe ſera moindre & plus différente de la figure ſphérique, parce que la communication du mouvement ſe fait par les ſurfaces choquées, & que les corps qui ont plus de ſurfaces, reçoivent néceſſairement plus de mouvement de ceux qui les environnent; c'eſt ainſi qu'une voile avec peu de maſſe & beaucoup de ſurface, reçoit aſſez de mouvement pour ébranler un Vaiſſeau, & le tranſporter aux extrémités du Monde.

De ceci il réſulte que le double cours a en ſoi deux puiſſances dont les effets ſont tous contraires: par ſa preſſion il unit tous les corps, & leur donne cette liaiſon ſans laquelle ils ne ſeroient que poudre; & par ſon mouvement rectiligne, il tend à opérer leur diſſolution par le mouvement axiligne qu'il peut imprimer aux atomes dont ils ſont compoſés.

De ces deux puiſſances, celle qui opére l'union eſt plus grande que celle qui opére la diſſolution au reſpect des atomes qui compoſent les corps fermes, & même au reſpect de ceux qui compoſent la maſſe des eaux, parce que l'état naturel de l'eau eſt d'être glacée, & qu'elle ne ſe fond que par la préſence du Soleil.

Au contraire, la puiſſance qui opére l'union, eſt infiniment moindre que celle qui opére la diſſolution au reſpect des atomes qui compoſent la maſſe de l'air; car ni la Nature, ni l'Art n'ont jamais pû figer l'air: ce n'eſt pas que ces deux puiſſances varient entr'elles, puiſque la preſſion qui produit la force uniſſante, eſt toûjours la même, & que la vîteſſe rectiligne qui produit la diſſolvante, eſt auſſi invariable; mais ces deux puiſſances agiſſent diverſement ſur les corps, & relativement aux propriétés des figures des atomes dont ils ſont compoſés. Enſorte que toute la différence d'entre les fluides & les ſolides, conſiſte uniquement en ce que l'équilibre de ces deux puiſſances ſe trouve rompu en faveur du mouvement axiligne au reſpect des atomes des fluides, & en faveur du repos au reſpect des atomes des ſolides.

La diſſolution des corps peut être produite non-ſeulement

par le Feu, mais encore par toutes les maniéres dont le mouvement ſe communique. Car ſi on ſuppoſe un corps ferme quelconque, dont la largeur ſoit 10, la profondeur 10, & la longueur 100, appuyé par ſes extrémités ſur deux points fixes, & chargé au milieu d'un fardeau quelconque; ce fardeau le fera d'abord plier, puis s'il eſt aſſez puiſſant, il le fera rompre.

Or lorſqu'un corps ferme plie, la ſurface convexe s'étend & s'allonge, ce qu'elle ne ſçauroit faire que tous les atomes de la contexture ne ſe diviſent réellement les uns des autres; néanmoins tant que la diviſion d'entre les ſurfaces des atomes eſt moindre que les diametres des parties du double cours, la rupture ne s'enſuit pas, & la diviſion n'eſt pas parfaite, parce que la preſſion du double cours ſur les ſurfaces preſque touchantes étant encore nulle, la preſſion ſur les ſurfaces oppoſées opére encore l'effet de les rapprocher juſqu'au contact, & c'eſt en cela que conſiſte la vertu élaſtique des corps; car comme les atomes qui compoſent leur contexture, ſont, pour ainſi dire, innumérables, il eſt évident que les diviſions imparfaites ſont en auſſi grand nombre que les atomes qui ſe rencontrent ſur une ſeule ligne tracée ſur la ſurface convexe, & que ces diviſions imparfaites produiſent par la multitude, une grandeur ſenſible qui allonge la ſurface convexe, & permettent ſon extenſion avant la rupture, juſqu'au point où ces diviſions imparfaites s'ouvrent à la meſure des diametres des atomes du double cours.

De-là il eſt ſenſible que lorſque la puiſſance qui forçoit le corps ferme à plier, ceſſe avant ſa rupture, toutes les diviſions imparfaites de la ſurface convexe ſe rapprochent juſqu'au contact par la preſſion du double cours ſur toutes les ſurfaces oppoſées.

Ceci fournit une occaſion d'apprécier aſſez exactement en quelle raiſon le plus grand eſpace poſſible des diviſions imparfaites eſt au volume des atomes des corps ſenſibles, & par conſéquent en quelle raiſon les atomes des corps ſenſibles ſont aux atomes dont le double cours eſt compoſé : car

ſi

ſi un filet de verre ſuſpendu perpendiculairement à l'horiſon, & long de deux pieds, s'allonge d'une ligne avant la rupture, il eſt évident que comme deux pieds ſont à une ligne, ainſi un des atomes de ce filet de verre a ſon intervalle poſſible avant la rupture, ce qui eſt à peu-près comme 1 à 300; d'où il réſulte que les diametres des atomes du double cours ſont à ceux des atomes des corps ſenſibles, tels que le Verre, le Marbre, & ſemblables, comme 1 à 300, & par conſéquent que leurs maſſes différent comme l'unité à 27 millions.

La rupture des corps ne différe en rien de leur diſſolution totale qu'en quantité; mais comme le Feu peut opérer cette diſſolution totale ſans le ſecours d'aucun fardeau, parcourons les diverſes maniéres dont le Feu s'engendre communément, & profitons, s'il eſt poſſible, de ce que cette méditation pourra nous offrir.

Nous uſons ordinairement du fuſil d'Acier contre le Caillou, l'Agathe ou autre pierre dure dont le frottement vif avec le fuſil, fait naître à l'inſtant beaucoup d'étincelles que nous recevons ſur le champignon de forêt deſſéché, appellé *amadoue*; puis avec méche ou autre corps combuſtible ſoufré, nous allumons enfin le Feu.

La plûpart des Orientaux l'allument avec bien moins de façons au moyen de deux morceaux de bois, dont l'un qui eſt plat, eſt percé d'un petit trou, puis l'autre étant aiguiſé à la meſure de ce trou, & poſé en icelui, ils l'y font tourner avec rapidité, en le roulant entre les mains, comme on fait le bâton au Chocolat. Alors le frottement violent de la ſurface convexe du bois pointu contre la concave du bois percé, fait d'abord de la fumée, puis du feu.

Nous avons encore une autre maniére d'allumer du Feu ſans frottemens, en réuniſſant les rayons du Soleil par réflexion avec miroirs concaves, ou par réfraction avec verres convexes.

Outre les deux maniéres générales d'allumer du Feu par les divers frottemens ou les diverſes façons de réunir les rayons du Soleil, nous en avons encore une troiſiéme qu'on

Noviſſimè, le feu de l'Hôtel-Dieu s'eſt allumé par la fermentation des linges ſales de l'Office du chiffon.

appelle *fermentation ;* le Feu s'allume en une infinité de façons par cette derniére, qui ſe produit ordinairement par le mêlange de diverſes ſubſtances.

La Nature opére ſouvent elle-même ce mêlange, tantôt dans les airs où il engendre des feux de diverſes natures, comme l'éclair, & ce qu'on nomme *Etoiles tombantes* ou *errantes*, tantôt au ſein de la Terre, où les feux enfermés produiſent ces ſoûlevemens que nous appellons *tremblemens de Terre*, & qui ſe font ſentir dans de vaſtes eſpaces.

Entre ces trois façons générales dont le Feu s'engendre, cette derniére paroît la plus propre au deſſein que nous avons de découvrir la nature du Feu, parce que nous le voyons ſouvent engendrer ſans autre myſtère que le mêlange de deux fluides : & comme nous avons déja acquis quelques lumiéres ſur la nature des fluides, & principalement ſur ce en quoi la fluidité conſiſte, nous aurons plus de facilité d'aller en avant, parce que les choſes connues ôteront une partie de l'obſcurité qui ſe rencontreroit dans notre recherche, ſi tout étoit à connoître.

Quoiqu'en général les Chymiſtes ne diſtinguent que cinq principales ſubſtances dans les végétaux & les minéraux, ſçavoir, l'Eſprit, l'Eau, le Soufre, la Terre & le Sel, néanmoins on peut penſer avec raiſon que les atomes inſécables étant ſuſceptibles de toutes ſortes de figures & grandeurs, peuvent être infiniment plus nombreux en eſpéces différentes, relativement à la variété de leurs figures & grandeurs.

Entre les figures ſolides, il y en a deux principales qu'on peut conſidérer comme les deux extrêmes, ſçavoir la Sphére & la Pyramide ; car la ſphére eſt le plus grand nombre des plans poſſibles pour terminer un ſolide, & la pyramide formée de quatre angles ſolides, eſt le moindre.

Les ſolides ſont ſuſceptibles de trois genres de variété : le premier eſt d'être diverſement figurés à l'extérieur, le ſecond d'être plus ou moins étendus, & le troiſiéme d'être pleins ou concaves. Ces trois genres de variété ſont innumérables ; on ne ſçauroit dénombrer les figures dont les ſolides

ſont ſuſceptibles, ni leurs divers degrés de grandeur ou de petiteſſe, non plus que celle de la concavité qu'ils peuvent contenir concentriquement ou excentriquement; car une ſphére peut contenir une concavité ſphérique ou triangulaire concentrique ou excentrique; il en eſt de même de la pyramide grande ou petite, pleine ou concave, & dont la cavité peut être ſphérique ou pyramidale, concentrique ou excentrique.

Outre ces deux premiers genres de ſolides, il y en a une infinité d'autres; & autant peut-on ajoûter de nombres depuis quatre juſqu'à l'infinité, autant peut-on auſſi ajoûter de plans aux quatre premiers pour former des ſolides différens. Si ces plans ſont tous égaux, ils formeront des figures réguliéres, qui s'approcheront de plus en plus de la ſphérique, & qui s'en éloigneront au contraire d'autant plus qu'ils ſeront inégaux; ainſi la ſphére ne devient elliptique que par l'inégalité des plans qui la forment, & l'Ellipſe à ſon tour ne devient irréguliére que par l'inégalité des plans oppoſés ou collatéraux; il en eſt de même de la pyramide irréguliére, & de tous les corps ſolides poſſibles.

De ces réflexions, il réſulte qu'au lieu de cinq ſubſtances principales ou élémens des mixtes, il peut y en avoir d'une infinité d'eſpéces différentes, à raiſon de la diverſité des figures, grandeurs, concavité ou plénitude que Dieu a pû donner aux atomes inſécables; je les nomme *inſécables*, parce qu'il a pû les créer ſi fermes que nul agent créé ne puiſſe les rompre.

Auſſi les Chymiſtes trouvent-ils dans les cinq ſubſtances générales des Végétaux, une variété étonnante; les ſels, les ſoufres & les eſprits extraits de divers corps ſont tous diſſemblables. D'ailleurs, outre les élémens ou corps ſenſibles qu'on peut recueillir par la Chymie, il échappe à l'induſtrie de cet art beaucoup de ſubſtances volatiles que les vaſes ne peuvent contenir, & qui paſſent légérement à travers de leurs pores, ſans quoi on ne voit pas pourquoi le mêlange de tous les extraits du Vin, du Cidre, ou autre liqueur, forme un tout qui ne leur reſſemble plus.

Ces ſubſtances volatiles ne ſont pas chimériques ; car ſi on frotte de la Cire d'Eſpagne ſur du drap, les eſprits qui en ſortent, ſont ſi volatils qu'ils pénétrent parfaitement le Verre, puiſque la vertu électrique de ces eſprits ébranle les corps légers, comme paille, &c. au de-là du Verre.

Quelque figure qu'on puiſſe attribuer aux atomes inſécables dont nos végétaux ſont compoſés, il eſt ſenſible qu'ils ſont tous également ſuſceptibles de repos ou de mouvement, & que le mêlange de tous les genres d'atomes poſſibles ne fermenteroit jamais ſans le ſecours d'un agent qui puiſſe en opérer le mouvement ; car la fermentation de pluſieurs fluides mêlés enſemble, n'eſt autre choſe qu'une accélération du mouvement des atomes qui les compoſent : or par le premier des Corollaires réſultans de l'axiome, que l'eſſence du mouvement ne périt jamais, l'accélération du mouvement procéde de celui d'un corps viſible ou inviſible ; par conſéquent la fermentation étant une accélération du mouvement de ces fluides, elle eſt l'effet d'un agent actuellement préſent, dont l'exiſtence nous devient manifeſte par ſon effet ſenſible.

Quel eſt cet agent ? c'eſt le double cours de matiére magnétique auquel le mêlange des atomes de divers genres fait un plus grand obſtacle que de coûtume : cet obſtacle conſiſte en l'obſtruction qui arrive à la pénétrabilité diamétrale des deux courans magnétiques oppoſés ; plus l'obſtruction eſt grande, plus le double cours reflue vers la détermination oppoſée à celle qui lui eſt naturelle, & plus il fait d'effort pour la diſſiper, comme un Fleuve arrêté par ſa digue éleve ſes eaux, & peſe d'autant plus ſur elle que ſon reflux eſt grand.

L'obſtruction des deux courans eſt donc la cauſe générique des fermentations des fluides ; elle fait que leurs atomes inſécables accélérent leur mouvement axiligne ; & comme nous avons vû ci-deſſus, que les frottemens oppoſés des atomes qui ſe touchent pendant le mouvement axiligne, ſont incompatibles ; les atomes de la ſurface extérieure de la maſſe qui fermente, prennent l'eſſor à la faveur du mouvement rectiligne, & ſe diſſipent extérieurement juſqu'à

ce que la maſſe ſoit épuiſée ; & comme on ne peut pas attribuer de bornes à la vîteſſe poſſible du mouvement axiligne, il en réſulte que la diſſipation de la maſſe qui fermente, eſt d'autant plus prompte & abondante, que le mouvement axiligne de ſes atomes eſt plus précipité, parce qu'alors les frottemens oppoſés ſont ſi violens, que les atomes de la ſurface s'élancent avec plus de rapidité à l'extérieur: c'eſt en cela que conſiſte la diſſolution de la maſſe qui fermente ; & ſi on nourriſſoit cette maſſe d'une quantité égale à ſa diſſipation, elle continueroit de fermenter auſſi longtems que dureroit le ſoin de la nourrir, ce qui ſeroit relatif à la propagation du feu.

Lorſque la fermentation acquiert un certain degré de violence, & que la diſſipation par la ſurface devient fort abondante, alors tous les atomes qui prennent l'eſſor à la faveur du mouvement rectiligne, fermentent de nouveau avec l'air ; cette ſeconde fermentation devient plus vive que la premiére, parce que l'air eſt lui-même un ferment ſi vif, que l'Auteur de la Nature a donné la reſpiration à tous les animaux terreſtres, afin d'entretenir leur principe de vie par une fermentation perpétuelle dont l'air eſt la nourriture.

C'eſt en cette fermentation vive de l'air avec les atomes qui prennent l'eſſor, que conſiſte la flamme ; puis donc que la fermentation qui acquiert un certain degré de violence, engendre le Feu, elle doit être conſidérée comme un diminutif du Feu, & le Feu comme ſa plénitude, parce qu'ils ſont l'un & l'autre de même nature.

Que l'air ſoit un ferment très-vif, on n'en ſçauroit douter ; car outre que la reſpiration des animaux le prouve, il eſt évident que les ſoufflets des forges n'augmentent l'activité du feu que parce qu'ils le font fermenter avec plus de violence. Au contraire, les corps combuſtibles, même la Poudre à Canon ſous la machine pneumatique, ont beaucoup plus de peine à brûler, parce que le défaut d'air diminue la force de la fermentation. Les labours par leſquels on cultive la terre, ne tendent qu'à la rendre légére & friable, afin

que l'air abondamment mêlé & incorporé dans ſa ſubſtance, y fermente vivement lorſque l'eau la détrempe.

Dès que la flamme eſt l'effet d'une fermentation vive de l'air & des atomes qui prennent l'eſſor à la ſurface des liqueurs qui fermentent, il eſt évident que l'obſtruction du double cours en devient plus grande, & que ſon reflux chaſſe l'air des environs de la flamme, ce qui eſt conforme à mille & mille expériences; car on ne remplit les Eolipiles, les Barometres & les Thermometres, qu'en chaſſant l'air de leur capacité par le moyen du feu.

Comme le centre de la matiére qui fermente en l'air, eſt l'appui des élancemens de toutes les parties qui ſe diſſipent par la circonférence, il eſt évident que ce centre eſt plus comprimé que la ſurface, par conſéquent la matiére qui fermente y eſt plus abondante; & ſi on diviſe parallélement à l'horiſon la maſſe qui fermente en trois tranches d'égale épaiſſeur, il eſt évident que la matiére de la fermentation ſera plus abondante à la tranche inférieure qu'à la moyenne, & à la moyenne plus qu'à la ſupérieure; d'où il réſulte que ſi le centre de la tranche ſupérieure a un pouce d'étendue où la matiére ſoit aſſez abondante pour fermenter avec l'air, celle de la moyenne en pourra avoir deux, & celle de l'inférieure trois: par conſéquent la maſſe qui fermente en l'air ſera pyramidale; & ſi elle ne l'eſt pas exactement, cela procéde de ce que la fermentation avec l'air n'eſt pas à ſa perfection au premier inſtant où les atomes prennent l'eſſor, mais ſeulement à peu-près au tiers de la hauteur de la flamme.

Non-ſeulement les liqueurs peuvent fermenter enſemble, mais encore les corps ſecs entr'eux, comme l'extrait d'Alun de Roche avec le tiers de ſon poids de farine, dont on fait avec le fourneau, une poudre inflammable qui brûle le papier ou autre corps combuſtible ſur lequel on la poſe; de même les diverſes ſubſtances dont les corps combuſtibles ſont formés, peuvent fermenter entr'elles, pourvû que le feu en ait diſſout une partie ſuffiſante, laquelle par ſon contact

avec ce qui n'eſt pas encore diſſous, continue la diſſolution lorſque le corps eſt ſuffiſamment combuſtible, parce que les parties déja diſſolues ayant reçû le mouvement axiligne, choquent de leurs angles celles qui ſont encore adhérentes au corps combuſtible qui brûle, & les détachent ainſi l'une après l'autre, puis les nouvelles détachées détachent à leur tour les autres, pendant que les anciennes prennent l'eſſor à cauſe des frottemens oppoſés des divers mouvemens axilignes; c'eſt ainſi que ſe continue la diſſolution du corps combuſtible (une fois allumé) juſqu'à ſon entiére deſtruction.

Quant aux corps qui ſont moins combuſtibles, la diſſolution totale peut auſſi s'achever, pourvû que le Feu ſoit embraſé entre beaucoup de ſurfaces, comme entre pluſieurs buches, parce qu'alors la fermentation ſe nourrit non-ſeulement par le contact des ſurfaces embraſées aux parties qui touchent immédiatement l'embraſement, mais encore par l'élancement des atomes des ſurfaces embraſées vers les autres ſurfaces auſſi embraſées, qu'elles choquent, rompent & pénétrent profondément par l'effort de leur double mouvement, dont l'un eſt axiligne, parce que l'atome nage dans la matiére du double cours, & l'autre rectiligne, pour avoir pris l'eſſor par l'incompatibilité des frottemens des mouvemens axilignes touchans; enſorte que les ſurfaces qui ſe regardent, s'élancent mutuellement des atomes qui contribuent à leur diſſolution.

Enfin la diſſolution des corps peu combuſtibles peut encore être favoriſée par une troiſiéme circonſtance, qui ſe rencontre néceſſairement lorſque la maſſe embraſée devient plus grande; car alors la circonférence étant moindre, à raiſon de la maſſe, la diſſipation des atomes qui prennent l'eſſor eſt auſſi moindre, & conſéquemment l'embraſement plus durable.

Il ſe préſente une queſtion incidente, ſur laquelle je ne puis me retenir de lâcher quelques conjectures.

Pourquoi la diſſolution des atomes des corps combuſtibles fait-elle varier en eux cette qualité qui les rendoit peſans

lorſqu'ils étoient réunis en corps fermes ou liquides ; enſorte qu'au lieu de tendre au Nadir, comme ils faiſoient avant la diſſolution, ils tendent au contraire au Zénit après qu'elle eſt accomplie ? Une expérience familiére à tout le monde, me paroît indiquer le chemin de développer ce myſtère. Il n'eſt perſonne qui dans l'enfance n'ait joué à la toupie ou au ſabot ; & je ne vois pas qu'on ſe ſoit mis en peine d'expliquer pourquoi l'axe du ſabot, ſouvent oblique à l'horiſon, ſe redreſſe verticalement, & éleve en même tems le centre de gravité vers le Zénit, autant qu'il lui eſt poſſible *.

* *Nota.* Cette queſtion me ſemble mériter d'être la matiére d'un Programme.

Il eſt évident que le mouvement axiligne empêche ici l'effet ordinaire de la gravité du ſabot ; car lorſqu'il en eſt dépourvû, il trébuche auſſi-tôt. Il y a beaucoup d'apparence que le mouvement axiligne des atomes produit quelque effet équivalent pour les élever au Zénit ; ce qui concourt à faciliter la diſſolution de tous les corps qui en ſont ſuſceptibles, ſans quoi l'eſſor que les atomes prennent par l'incompatibilité des mouvemens axilignes, ſeroit bientôt rallenti par la réſiſtance de l'air ; par exemple, l'eau d'un étang, au lieu de s'élever en vapeurs, ne s'éleveroit peut-être pas plus d'une toiſe au-deſſus de la ſurface, & retomberoit incontinent comme une roſée, ce qui empêcheroit l'évaporation des eaux de cet étang.

Je finis par conclure du contenu en cette Diſſertation, que le Feu n'eſt autre choſe que la diſſolution des corps combuſtibles par un agent inviſible qui eſt le double cours, & qui communique ſon mouvement lorſqu'il y a obſtruction à la pénétrabilité diamétrale & réciproque des deux courans ; on ne voit aucun être que ce double cours, qui étant actuellement préſent en tous lieux, puiſſe être le mobile des phénoménes de la Nature, & qui puiſſe encore nous être commun avec les Aſtres, qui comme le Soleil & les Etoiles fixes, ſont des feux permanens, dont les effets parviennent juſqu'à nous ; feux qui néanmoins doivent avoir une cauſe ſemblable ; car le feu émané des rayons du Soleil, ne différe en rien de celui que nous tirons du caillou ; par conſéquent

il

il eſt de même nature que le nôtre, & la même cauſe le produit.

La Lumiére a été dans tous les tems l'admiration des Philoſophes; la prodigieuſe vîteſſe de ſon émanation a même donné lieu de penſer qu'elle étoit momentanée; mais les obſervations de M. Roëmer ont prouvé qu'elle eſt ſucceſſive, & qu'elle emploie environ 22 minutes pour traverſer l'orbe annuel de la Terre. Il eſt vraiſemblable que la lumiére ſe tranſmet dans la maſſe du double cours, comme le ſon dans la maſſe de l'air, ſans aucun tranſport de la maſſe, mais uniquement par ſon frémiſſement, de la même maniére que ſi une corde de cent braſſes eſt tendue comme celle qui ſert au tirage des bateaux, ſi on frappe un coup de bâton ſur une des extrémités de la corde, il ſe forme tout le long de la corde un mouvement ondoyant, qui la parcourt avec beaucoup de rapidité; & il eſt manifeſte que plus la corde eſt tendue, plus grande eſt auſſi la vîteſſe dont ce mouvement parcourt la corde; & comme la Puiſſance divine eſt ſans bornes, on peut ſuppoſer un cable d'une longueur, d'une force & d'une tenſion ſi grande que la vîteſſe du mouvement ondoyant paſſe en un inſtant l'orbe annuel de la Terre, & à plus forte raiſon en 22 minutes.

Or ſi au lieu d'un cable tendu, on ſuppoſe une matiére également preſſée en toutes ſes dimenſions de la circonférence au centre, il arrivera à cette matiére, à proportion de ſa preſſion, ce qui arrive au cable à proportion de ſa tenſion, & toute la différence qu'on peut y remarquer, eſt que le ſon, ou la lumiére, s'étend d'un centre à une circonférence, & ébranle des pyramides, & non des filets d'un égal diametre en leur longueur. Mais on peut également ſuppoſer un cable pyramidal, & concevoir auſſi ſa force, ſa longueur & ſa tenſion, telle que le mouvement ondoyant puiſſe encore parcourir l'orbe annuel en 22 minutes, ce qui donne à la comparaiſon toute la parité déſirable.

De ceci on peut conclure (& il n'y a rien qui y répugne) que lorſque l'air fermente avec pluſieurs corps hétérogénes

dont toutes les parties, ainſi que les ſiennes, tournent ſur leurs centres, les frottemens ſont ſi grands & ſi violens, qu'ils font frémir la matiére du double cours, comme les vibrations d'une corde d'inſtrument, l'air; & que c'eſt en cela que conſiſte la cauſe générative de la lumiére dont la vîteſſe eſt relative à la preſſion de l'Univers, & non pas à la force de la lumiére; comme la vîteſſe du ſon eſt relative à la preſſion de l'air, & non pas à ſes différens degrés de force ni à ſes différens modes entre le grave & l'aigu, d'où il eſt apparent que ſa vîteſſe eſt plus grande lorſque le Barometre eſt au beau-fixe, que lorſqu'étant à tempête, le Vif-Argent ſe trouve près de deux pouçes plus bas.

FIN de la troiſiéme Piéce.

PIECES

QUI ONT ÉTÉ PRESENTÉES

A L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES,

POUR CONCOURIR AU PRIX

de l'année 1738.

AVERTISSEMENT.

LES Auteurs des deux Piéces ſuivantes s'étant fait connoître à l'Académie, & lui ayant marqué qu'ils ſouhaitoient qu'elles fuſſent imprimées, l'Académie y a conſenti volontiers, ſur le témoignage que lui ont rendu les Commiſſaires du Prix, que quoiqu'ils n'ayent pû approuver l'idée qu'on donne de la Nature du Feu, *en chacune de ces Piéces, elles leur ont paru être des meilleures de celles qui ont été envoyées, en ce qu'elles ſuppoſent une grande lecture & une grande connoiſſance des bons ouvrages de Phyſique, & qu'elles ſont remplies de beaucoup de faits très-bien expoſés, & de beaucoup de vûes.*

La Piéce N°. 6, qui a pour Deviſe,

Ignea convexi vis, & ſine pondere cœli
Emicuit, ſummâque locum ſibi legit in arce.

Ovid.

eſt d'une jeune Dame d'un haut rang.

Et la Piéce N°. 7, qui a pour Deviſe,

Ignis ubique latet, naturam amplectitur
omnem,
Cuncta parit, renovat, dividit, unit, alit.

eſt d'un de nos premiers Poëtes.

DISSERTATION

SUR

LA NATURE ET LA PROPAGATION DU FEU.

Ignea convexi vis, & ſine pondere cœli
Emicuit, ſummâque locum ſibi legit in arce.
Ovid.

PREMIERE PARTIE.

De la Nature du Feu.

INTRODUCTION.

LE Feu ſe manifeſte à nous par des phénomenes ſi différens, qu'il eſt auſſi difficile de le définir par ſes effets, qu'il paroît impoſſible de connoître entiérement ſa nature: il échappe à tout moment les priſes de notre eſprit, quoiqu'il ſoit au-dedans de nous-mêmes, & dans tous les corps qui nous environnent.

Combien il eſt difficile de définir le Feu.

I.

En quoi la Lumiére & la Chaleur différent.

La chaleur & la lumiére ſont de tous les effets du Feu ceux qui frappent le plus nos ſens; ainſi c'eſt à ces deux ſignes

qu'on a coûtume de le reconnoître ; mais il ſemble qu'une attention un peu réflechie aux phénomenes de la Nature, peut faire douter ſi le Feu n'opére point ſur les corps quelque effet plus univerſel, par lequel il puiſſe être défini.

Plus l'eſprit humain s'étend, plus la Philoſophie devient éclairée, plus nous apprenons à douter. La Géométrie a ſçû régler la marche irréguliére de la Phyſique ; elle lui a appris à s'appuyer toûjours du bâton de l'expérience, & à ne jamais conclure du particulier au général ; ainſi quoique la chaleur & la lumiére ſoient ſouvent réunies, il ne s'enſuit pas qu'elles le ſoient toûjours : ce ſont deux effets de l'être que nous appellons *Feu* ; mais ces deux propriétés, de luire & d'échauffer, conſtituent-elles ſon eſſence ? en peut-il être dépouillé ? le Feu enfin eſt-il toûjours chaud & lumineux ?

Si le Feu eſt toûjours chaud & lumineux.

Pluſieurs expériences décident pour la négative.

1°. Il y a des corps qui nous donnent une grande lumiére ſans chaleur : tels ſont les rayons de la Lune, réunis au foyer d'un verre ardent ; (ce qui fait voir en paſſant l'abſurdité des Aſtrologues.) On ne peut dire que c'eſt à cauſe du peu de rayons que la Lune nous envoie : car ces rayons ſont plus épais, plus denſes, réunis dans le foyer d'un verre ardent, que ceux qui ſortent d'une bougie ; & cependant cette bougie, que dis-je ? la plus petite étincelle nous brûle à la même diſtance à laquelle les rayons de la Lune réunis dans ce foyer ne font aucun effet ſur nous.

Lumiére ſans chaleur dans les rayons de la Lune.

Ce n'eſt point non plus parce que ces rayons ſont réflechis : car les rayons du Soleil réflechis par un miroir plan, & renvoyés ſur un miroir ardent, font, à très-peu de choſe près, les mêmes effets que lorſque le miroir ardent les reçoit directement.

Ce ne peut être enfin à cauſe de l'eſpace qu'ils parcourent de la Lune ici, 90000 lieues de plus ne pouvant faire perdre aux rayons une vertu qu'ils conſervent pendant 33 millions de lieues ; peut-être cet effet doit-il être attribué à la nature particuliére du corps de la Lune, & peut-être les Satellites de Jupiter & de Saturne donnent-ils quelque chaleur

chaleur à ces Planetes, quoique notre Lune ne nous en donne point.

Les bornes de nos sens sont si étroites, qu'il ne nous est guères permis de rien affirmer sur leur rapport : ils suffisent aux besoins de notre vie; mais si la connoissance de la vérité en étoit un, ils seroient bien imparfaits : ainsi quoique les rayons de la Lune, quelque rassemblés qu'ils puissent être, ne nous donnent aucune chaleur, quoiqu'ils ne fassent aucun effet sur le Thermometre, qui a sur la chaleur le tact plus fin que nous, ils seroient peut-être chauds pour des êtres dont les sens seroient plus parfaits que les nôtres; donc quoiqu'il soit très-vraisemblable que les rayons du Soleil perdent leur vertu brûlante, quand ils sont réflechis sur la Lune, quoiqu'ils ne fassent alors aucun effet sensible sur le Thermometre, nous ne devons cependant pas assûrer qu'ils soient entiérement privés du pouvoir d'échauffer & de raréfier; nous sommes certains seulement qu'ils sont incapables d'exciter en nous ce sentiment que nous avons appellé *chaleur:* peut-être inventera-t-on quelqu'instrument assez fin pour que la raréfaction qu'ils opérent vraisemblablement dans les corps, nous soit sensible; mais il est presque démontré qu'ils n'exciteront jamais dans nous aucune chaleur.

Les rayons échauffent d'autant moins que l'on monte plus haut au-dessus de l'Atmosphére, quoiqu'ils y donnent la même lumiére que près de la surface de la Terre; cependant ils sont plus purs en haut où l'Atmosphére est plus léger : donc la chaleur n'est pas essentielle au feu élémentaire : donc la chaleur & la lumiére sont deux effets du feu très-différens.

Il y a plusieurs corps dans la Nature qui sont lumineux, & qui ne donnent point de chaleur; tels sont les Dails, les Vers luisans, &c.

L'eau n'éteint point les Vers luisans.

J'ai plongé des Vers luisans dans de l'eau très-froide, & leur lumiére n'en a point été altérée. Cette expérience s'accorde avec celle que le sçavant M. de Reaumur a faite sur les Dails, dont l'eau fait revivre la lumiére, loin de l'éteindre : ces phénomenes semblent être une nouvelle preuve que la

chaleur & la lumiére ſont deux propriétés du feu très-différentes, puiſque ce qui détruit l'une, ne fait aucun effet ſur l'autre.

Chaleur ſans lumiére dans le Fer prêt à s'enflammer.

2°. Il y a des corps qui bruleroient la main qui s'en approcheroit, & qui ne donnent aucune lumiére : tel eſt le Fer prêt à s'enflammer : donc le feu peut être privé de la lumiére comme de la chaleur.

Ainſi la chaleur & la lumiére paroiſſent être au feu ce que le mode eſt à la ſubſtance; la lumiére n'étant autre choſe que le feu tranſmis en ligne droite juſqu'à nos yeux, & la chaleur, l'agitation en tout ſens que ce même feu excite en nous.

Différente propagation de la lumiére & de la chaleur.

3°. La chaleur & la lumiére ſe propagent différemment; la lumiére agit toûjours en ligne droite, & la chaleur s'inſinue dans les corps ſelon toutes ſortes de directions : ainſi le feu ne nous éclaire jamais, qu'il ne ſoit dirigé en ligne droite vers nos yeux; mais il nous échauffe d'autant plus que l'agitation qu'il cauſe dans les parties de notre corps ſe fait en tout ſens : de plus, la vîteſſe de la lumiére eſt infiniment plus grande que celle de la chaleur; mais on ne peut aſſigner en quelle proportion; car il faudroit connoître les différens degrés de vîteſſe avec laquelle le feu pénétre dans les différens corps : ce qui eſt très-difficile.

Autre différence entre la lumiére & la chaleur.

4°. Une autre différence très-remarquable entre la chaleur & la lumiére, c'eſt qu'un corps peut perdre ſa lumiére en un inſtant, mais qu'il ne perd ſa chaleur que ſucceſſivement; cette différence eſt une ſuite de la façon dont la chaleur & la lumiére agiſſent : car pour faire périr la lumiére, il ſuffit d'interrompre la direction du feu en ligne droite; mais puiſqu'il faut, pour exciter la chaleur, qu'il pénétre les corps en tout ſens, cette action doit être plus difficile à arrêter : ainſi ſi vous couvrez le miroir ardent d'un voile, la lumiére diſparoît dans le moment à ſon foyer; & cependant un corps ſolide qu'on y auroit expoſé, conſerveroit long-tems la chaleur qu'il y auroit acquiſe; c'eſt encore pourquoi les corps ſe refroidiſſent lentement dans le vuide, quoiqu'ils s'y éteignent très-promptement.

5°. Si on vouloit s'appuyer de l'autorité, on diroit que Descartes (pour qui tout être pensant, aura toûjours une grande vénération, même en combattant les erreurs où l'esprit de système l'a entraîné) Descartes, dis-je, composoit la lumiére de son second élément, & le feu de son premier : il ne donne à la vérité aucune raison de cette idée, & je ne prétends pas l'examiner ici ; mais elle ne pouvoit être fondée que sur ce que ce grand homme pensoit que la lumiére & la chaleur étoient deux choses très-séparées.

Sentiment de Descartes, qui justifie cette opinion.

6°. La lumiére & la chaleur sont les objets de deux de nos sens, le tact & la vûe ; & par cette raison même elles ne paroissent point propres à constituer l'essence d'un être aussi universel que le feu. Ce sont des sensations, des modifications de notre ame, qui semblent dépendre de notre existence, & de la façon dont nous existons : car un aveugle définira le feu *ce qui échauffe*, & un homme privé du tact universel, *ce qui éclaire*. Ils auront donc tous deux des idées différentes d'un même être ; & celui qui seroit privé de ces deux sens n'en auroit aucune. Or je suppose qu'il ait plû à Dieu de créer dans Sirius, par exemple, un globe dont les êtres n'ayent aucun de nos sens (& il est très-possible que dans l'immensité de l'Univers il y ait de tels êtres) le feu ne seroit certainement ni chaud, ni lumineux dans ce globe, & cependant il n'y seroit pas anéanti ; il paroît donc qu'il faut chercher dans le feu quelque effet plus universel, qui ne dépende point de nos sens, & qui par cette raison même, soit un signe moins équivoque de sa présence.

La chaleur & la lumiére ne sont que des modifications de notre ame.

7°. La nécessité d'un tel signe pour nous faire juger avec certitude de la présence du feu, paroît avec évidence par la façon dont nos sens nous font juger de la chaleur des corps ; car un même corps nous paroît d'une température différente, selon la disposition où nous nous trouvons ; ainsi lorsqu'on touche un corps avec les deux mains, dont l'une sort de l'eau froide, & l'autre de l'eau chaude, ce corps paroît froid & chaud en même tems. Les altérations qui arrivent à notre santé, changent encore pour nous la chaleur des corps ; un

Combien nos sens nous trompent sur la chaleur.

homme dans l'ardeur de ſa fiévre trouvera froid le même corps qui, dans ſon friſſon, lui avoit paru chaud : donc la chaleur que les corps nous font éprouver, ne peut nous faire juger avec certitude, du feu qu'ils contiennent.

II.

Quel eſt l'effet le plus univerſel du Feu.

Quel eſt donc l'effet le plus univerſel du feu ? à quel ſigne pourrions-nous le reconnoître ? je dis le reconnoître en Philoſophes : car il eſt deux façons de connoître les corps ; & ceux qui étudient la Nature les voyent d'un autre œil que le vulgaire.

L'effet le plus univerſel du feu, c'eſt d'augmenter le volume de tous les corps.

Ce ſigne certain de la préſence du feu, cet effet qu'il produit dans tous les corps, qu'on voit, qu'on touche, & qu'on meſure, qui s'opére dans le vuide avec la même facilité que dans l'air, c'eſt d'augmenter le volume des corps avant d'avoir enlevé leurs parties, de les étendre dans toutes leurs dimenſions, & de les ſéparer juſques dans leurs principes lorſque ſon action eſt continuée ; cet effet s'étend au de-là de la lumiére & de la chaleur du feu ; car l'air eſt très-raréfié ſur le haut des montagnes où la chaleur eſt inſenſible, & cette raréfaction de l'air qui eſt beaucoup plus grande que ne la donne la raiſon inverſe des poids, doit être attribuée en partie au feu qui alors le raréfie ſans l'échauffer ſenſiblement.

L'eau qui bout à 212 degrés environ, & qui paſſé cela n'acquiert plus aucune chaleur par le feu le plus violent, s'évapore cependant à force de bouillir : or elle ne peut s'évaporer que ſa raréfaction n'augmente, & que ſes parties ne s'écartent de plus en plus les unes des autres.

Enfin une bougie que vous éteignez, & qui ceſſe d'éclairer, s'évapore, & ſe raréfie encore par la fumée qu'elle rend, &c. Donc la raréfaction précéde la lumiére & la chaleur, & leur ſurvit.

Il eſt vrai qu'il a fallu des expériences très-fines pour

découvrir cet effet universel du Feu ; sa chaleur & sa lumiére ont été connues sans doute bien long-tems avant qu'on se doutât de sa raréfaction ; mais presque toutes les idées des hommes n'ont-elles pas besoin d'être réformées par leur raison? La forme & le mouvement de la matiére ont été connues bien long-tems avant son impénétrabilité ; & personne, je crois, n'en conclura que le mouvement & une certaine forme sont aussi inséparables de la matiére, que l'impénétrabilité.

On peut cependant faire plusieurs objections contre cette définition du Feu.

Objections contre cette définition du feu, & réponses à ces objections.

1°. On peut dire que la raréfaction que le feu opére, ne se manifeste pas toûjours à nous.

Mais il est de la nature du Feu que cela soit ainsi ; le feu est également répandu dans tous les corps (comme je le dirai dans la suite ;) ainsi nous ne pouvons nous appercevoir de ses effets quand ils sont les mêmes par-tout : il nous faut des différences pour être notre *criterium*, & pour nous conduire dans nos jugemens. Nous n'avons point de signe pour connoître le feu lorsqu'il est enfermé entre les pores des corps ; il y est comme l'air qu'ils contiennent, & qui ne se découvre à nous que lorsque quelque cause le dégage.

2°. Le Feu, dira-t-on, raréfie les corps en augmentant leur chaleur.

Cela est vrai, mais je ne crois pas qu'on puisse en conclure que ces deux effets sont la même chose : car nous nous appercevons de la raréfaction sans nous appercevoir de la chaleur ; le Thermometre marque des variations dans l'air, dont nous ne nous appercevrions pas sans lui ; & de plus cette raréfaction augmente encore, quoique la chaleur n'augmente plus, elle s'opére indépendamment de nos sens ; mais sans ces sens, il n'y auroit point de chaleur ; ainsi la chaleur accompagne quelquefois, mais elle ne cause pas la raréfaction.

3°. On dira peut-être que l'air & l'eau augmentent aussi le volume des corps, & qu'ainsi on ne peut faire de la raréfaction la propriété distinctive du feu.

On ne peut nier que l'air & l'eau ne fassent cet effet sur

les corps ; mais en augmentant leur volume, ils ne les ſéparent pas juſques dans leurs parties conſtituantes, ils ne les font point s'évaporer, ſe quitter les unes les autres, comme fait le feu ; ainſi l'eſpéce de raréfaction qu'ils opérent quelquefois dans les corps, eſt eſſentiellement différente de celle qui y eſt opérée par le feu : peut-être même cette raréfaction de l'air & de l'eau eſt-elle cauſée par le feu lui-même ; car c'eſt par le mouvement que l'air & l'eau pénétrent dans les corps ; & ce mouvement interne des corps ne leur vient que du feu qu'ils contiennent.

Il eſt vrai que l'eau glacée augmente ſon volume, qu'elle ſurnage l'eau liquide, quoiqu'elle contienne beaucoup moins de feu qu'elle ; mais ce phénomene doit être attribué à une cauſe particuliére dont je parlerai dans la ſeconde Partie de cet Ouvrage, en traitant de la congélation de l'eau : ainſi je ne m'étendrai pas davantage ici ſur cet article.

4°. On peut dire encore que le feu ne raréfie pas tous les corps ; que la corne, la crotte & beaucoup d'autres corps s'endurciſſent au feu, y diminuent de volume : or ces effets ſont préciſément le contraire de la raréfaction : donc la raréfaction ne peut être la propriété univerſelle du feu, puiſqu'il y a des corps dans leſquels il produit des effets tout oppoſés.

Cette objection tombera d'elle-même, ſi on fait réflexion que le feu n'endurcit ces corps, & ne les réduit ſous un plus petit volume, que parce qu'il les a réellement raréfiés, parce qu'il a fait évaporer l'eau qui étoit entre leurs parties, & qu'alors les parties qui ont réſiſté à ſon action, ſont d'autant plus compactes, occupent d'autant moins de volume, que le feu a enlevé plus de matiére aqueuſe d'entre leurs pores.

5°. Enfin, les rayons de la Lune qui ſont du feu, ne raréfient point les corps qu'on leur expoſe. Mais j'ai prévenu cette objection, en parlant des rayons de la Lune ; il y a grande apparence, comme je l'ai dit, qu'il ne nous manque que des inſtrumens aſſez fins pour nous appercevoir de la raréfaction qu'ils opérent, & de celle des corps qui paroiſſent

le plus se refuser à cette action universelle du feu, comme le sable, &c.

Il est donc certain que le feu raréfie tous les corps qu'il pénétre; cette raréfaction paroît être une des loix primitives de la Nature, un des ressorts du Créateur, & l'effet pour lequel le Feu a été créé. Sans lui tout seroit compact dans la Nature; tous les corps s'uniroient par la force qui les porte les uns vers les autres, si le Feu ne s'opposoit sans cesse à leur adunation, & il ne peut s'y opposer que par la raréfaction; toute fluidité, & peut-être toute élasticité, toute électricité vient de lui; enfin, sans cet agent universel, sans ce souffle de vie que Dieu a répandu sur son ouvrage, la Nature languiroit dans le repos, & l'Univers ne pourroit subsister un moment tel qu'il est.

La raréfaction des corps par le feu, paroît une des loix primitives de la Nature.

Si on osoit, on diroit qu'il n'y a peut-être que trois sortes de mouvemens dans la Nature, le mouvement de projectile imprimé en ligne droite à tous les globes célestes par le Créateur; le mouvement qui porte les corps les uns vers les autres, & qui les fait tendre tous perpendiculairement vers un centre; & le mouvement en tout sens, qui existe entre les parties internes des corps. Le feu paroît être la cause de cette troisiéme sorte de mouvement; ce mouvement dépend du feu que les corps contiennent dans leurs pores, ainsi que leur tendance vers un centre dépend de la quantité de leur matiére; c'est pourquoi il n'y a aucun corps qui ne contienne du feu, comme il n'y en a point qui étant abandonné à lui-même, ne tende vers le centre de la terre (si vous en exceptez le feu lui-même.)

Trois sortes de mouvemens dans l'Univers.

La rotation des Planetes sur leur axe, est le seul phénomene de la Nature qui paroisse n'être l'effet d'aucun de ces trois mouvemens; peut-être est-il la suite des deux premiers; il est très-possible que le Créateur ait imprimé à chaque partie solide de la matiére, à chaque atome indivisible, un mouvement de projectile, comme il lui a donné la tendance vers un centre. Tous les atomes de chaque globe, en obéissant à ces deux directions, tourneroient dans des courbes infiniment

Conjectures sur la rotation des Planetes.

petites, de même que le globe entier tourne autour du Soleil; & le mouvement de ce globe autour de ſon centre réſulteroit de ce mouvement particulier de tous les atomes qui le compoſent. Ce n'eſt pas ici le lieu d'examiner la poſſibilité de cette ſuppoſition; mais ſoit que la rotation des Planetes autour de leur centre ſe puiſſe expliquer par ce méchaniſme, ſoit qu'il faille avoir recours pour cela à la volonté libre du Créateur, ſoit qu'elle ſoit cauſée par la fermentation violente d'un feu renfermé dans les entrailles de ces globes, il n'en eſt pas moins certain que tous les autres phénomenes de la Nature peuvent être déduits des trois ſortes de mouvemens, de l'exiſtence deſquels nous ſommes certains; ſçavoir, le mouvement de projectile des corps céleſtes en ligne droite, la tendance de tous les corps vers un centre en ligne perpendiculaire, & le mouvement *quaquaverſum* dont le feu paroît être le principe * : ainſi loin que le mouvement ſoit la cauſe du feu, comme quelques Philoſophes l'ont penſé, le feu eſt au contraire la cauſe du mouvement, ou (pour m'exprimer avec plus d'exactitude) d'une des directions du mouvement.

C'eſt ici le lieu d'examiner les raiſons qui prouvent que le feu n'eſt pas le réſultat du mouvement; mais qu'il eſt un être ſimple qui ne ſe produit & ne s'altére par aucune cauſe.

III.

Si le mouvement produit le Feu.

Le mouvement ne produit point le feu.

1°. Si le feu étoit le réſultat du mouvement, tout mouvement violent produiroit du feu; mais des vents très-forts, comme le vent d'Eſt ou du Nord, loin de produire l'inflammation de l'air & de l'atmoſphere qu'ils agitent, produiſent au contraire un froid dont toute la Nature ſe reſſent, & qui eſt ſouvent funeſte aux biens de la terre.

2°. Si le mouvement produiſoit le feu, l'eau froide

* Je ne parle ici que des mouvemens méchaniques, & non de celui que les créatures organiſées ont le pouvoir de commencer.

ſecouée

ſecouée avec force, s'échaufferoit; mais c'eſt ce qui n'arrive point, du moins d'une façon ſenſible, & ſi elle s'échauffe, c'eſt fort difficilement.

3°. Nous avons dans la Chimie des fermentations qui font baiſſer le Thermometre: il eſt vrai que dans ces fermentations les parties ignées s'évaporent, puiſque la vapeur que le mêlange exhale eſt chaude; ainſi ces fermentations mêmes ſont cauſées par le feu qui ſe retire des pores des liqueurs; mais il n'en eſt pas moins vrai que la quantité de feu eſt diminuée dans les corps qui fermentent, & dont les parties ſont cependant dans un mouvement très-violent: donc le mouvement de ces liqueurs les a privées du feu qu'elles contenoient, loin d'en avoir produit. Ce qui prouve encore ce que j'avance, c'eſt que dans ces fermentations le mêlange ſe coagule dans quelques endroits, preuve certaine que le feu qui ſe retire de ces liqueurs, eſt cauſe que leurs particules s'uniſſent avec plus de force, comme le ſçavant M. Geoffroy l'a très-bien remarqué.

4°. Les rayons de la Lune, qui ſont dans un très-grand mouvement, ne donnent aucune chaleur.

5°. L'eau qui bout n'augmente plus ſa chaleur; & cependant il faut bien que le mouvement de ſes parties augmente, puiſqu'elles s'évaporent.

6°. Un mêlange de Sel ammoniac & d'huile de Vitriol, produit une fermentation qui fait baiſſer le Thermometre; mais ſi on y jette quelques goutes d'Eſprit de Vin, l'effervescence ceſſe, & le mêlange s'échauffe, & fait alors hauſſer le Thermometre. Voilà donc un cas dans lequel le mouvement étant diminué, la chaleur a augmenté: donc le mouvement ne produit point le feu. *Tentamina Florentina.*

7°. Si le Feu n'étoit pas un être à part, s'il étoit le réſultat du mouvement, & qu'il convertît les autres corps en ſa ſubſtance, il ſeroit en plus grande quantité dans certains corps que dans d'autres, ſelon qu'ils contiendroient plus ou moins de particules propres à le produire; mais tous les corps contiennent également du feu dans le même air, (comme je Le feu ne ſe forme de rien, & ne ſe change en rien.

le prouverai dans la ſuite :) donc on eſt obligé de conclure que le Feu eſt un être à part, qui ne ſe forme de rien, & qui ne ſe change en rien.

IV.

Si le Feu a toutes les propriétés primordiales de la matiére.

Mais quel eſt cet être ? a-t-il toutes les propriétés primordiales de la matiére ? Enfin ce puiſſant agent eſt-il matiére ? ou bien doit-on le regarder comme un être d'une eſpéce particuliére ? Voilà ce que toute la ſagacité des Boyle, des Muſſchenbroek, des Boërhave, des Homberg, des Lémery, des S'graveſende, &c. n'a pû encore décider.

Non noſtrum inter vos tantas componere lites.

Il ſemble qu'une vérité qui a échappé aux recherches de ces grands hommes, ne ſoit pas faite pour l'humanité. Quand il s'agit des premiers principes de la Nature, il n'y a guères que des conjectures & des vraiſemblances qui nous ſoient permiſes. Le Feu paroît être un des reſſorts du Créateur ; mais ce reſſort eſt ſi fin qu'il ne peut être apperçû par nos foibles yeux.

Le feu eſt étendu, diviſible, &c.

Nous voyons clairement dans le feu quelques-unes des propriétés de la matiére, l'extenſion, la diviſibilité, &c. Il n'en eſt pas de même de l'impénétrabilité & de la tendance vers un centre ; on peut très-bien douter ſi le feu poſſede ces deux propriétés de la matiére.

Il eſt certain que Dieu a pû créer une infinité d'êtres qui ne ſont ni eſprit, ni matiére ; ainſi l'eſpace (dont l'exiſtence eſt au moins poſſible) l'eſpace, dis-je, n'eſt ni eſprit, ni matiére, quoiqu'il ait quelques-unes des propriétés de ces deux êtres ; car il eſt étendu comme la matiére, mais il n'eſt ni mobile, ni impénétrable comme elle ; il eſt impalpable comme l'eſprit, mais il n'eſt point incommenſurable comme lui, &c. Voilà donc un être d'une nature mitoyenne entre l'eſprit & la matiére, qui ſemble nous indiquer qu'il exiſte

une infinité de ſubſtances dans l'Univers, qui ne ſont ni eſprit, ni matiére, & que la grande chaîne des êtres n'échappe à notre vûe, que parce qu'elle s'étend beaucoup au de-là : or pourquoi le feu ne ſera-t-il pas du nombre de ces ſubſtances? Il n'y a aſſûrément nulle contradiction à le ſuppoſer; c'eſt donc à l'expérience à décider cette grande queſtion, & à nous apprendre ſi le feu eſt grave & impénétrable; car s'il lui manque une de ces deux propriétés de la matiére, il n'eſt point matiére; l'impénétrabilité & la tendance vers un centre étant les deux principales propriétés qui diſtinguent la matiére, de l'eſpace pur.

Mais il n'eſt peut-être ni grave, ni impénétrable.

V.

Le Feu eſt-il impénétrable?

Il paroît également difficile de nier & d'admettre cette propriété dans le feu; voici quelques-unes des raiſons qui peuvent faire douter de ſon impénétrabilité.

1°. Nous voyons à travers un trou fait dans une carte par une épingle, la quatriéme partie du ciel, & tous les objets qui ſont entre l'horiſon & nous dans cet eſpace : or nous ne pouvons voir un objet que chaque point viſible de cet objet n'envoie des rayons à nos yeux; ainſi la quantité prodigieuſe de rayons qui paſſent à travers ce trou d'épingle, & qui s'y croiſent ſans ſe confondre, & ſans apporter aucune confuſion dans notre vûe, étonne l'imagination; & l'on eſt bien tenté de croire qu'un corps qui paroît ſe pénétrer ſi facilement, n'eſt point impénétrable.

Raiſons qui peuvent faire douter de l'impénétrabilité du feu.

2°. Le feu le plus puiſſant que les Hommes ayent raſſemblé juſqu'à préſent, c'eſt celui du foyer du grand miroir du Palais Royal, ou du miroir de Lyon; & cependant on voit le plus petit objet diſcernable à travers le cône lumineux qui va fondre l'Or dans ce foyer, ſans que cette épaiſſeur de rayons qui eſt entre l'objet & l'œil, affoibliſſe en rien l'image de cet objet.

3°. Une bougie porte ſa lumiére dans une ſphere d'une

demi-lieue de rayon; or de quelle petiteſſe incroyable les particules qui éclairent tout cet eſpace doivent-elles être, puiſqu'elles ſont toutes contenues dans cette bougie ? il eſt difficile de les y concevoir, ſi elles ne ſe pénétrent pas.

4°. M. Newton a démontré aux yeux & à l'eſprit, que les couleurs ne ſont autre choſe que les différens rayons colorés; il faut donc pour que nous voyions les objets, que chaque rayon élémentaire ſe croiſe en paſſant dans la prunelle, ſans jamais ſe confondre, & ſans que le rayon bleu prenne la place du verd, ni le rouge celle de l'indigo, &c. ce qui paroît preſque impoſſible, ſi les rayons ſont impénétrables.

5°. Le Verre qui tranſmet la lumiére, a bien moins de pores que la Mouſſeline qui la réflechit preſque entiérement. Les pores du papier huilé qui tranſmettent les rayons, ſont bien moins grands que ceux du papier ſec à travers leſquels ils ne trouvent point de paſſage : donc ce n'eſt point la grandeur ni la quantité des pores d'un corps qui le rendent perméable à la lumiére, puiſque le moyen de rendre les corps tranſparens, c'eſt de remplir leurs pores : donc il eſt bien vraiſemblable que le feu n'eſt point impénétrable, puiſqu'il pénétre les corps indépendamment de leurs pores.

Raiſons en faveur de l'impénétrabilité du feu.

Mais ces raiſons qui peuvent faire douter de l'impénétrabilité du feu, ſe trouvent combattues par d'autres raiſons très-fortes.

1°. Les rayons du Soleil ſont changer de direction à la fumée, & réunis par un verre ardent, ils fondent l'Or & les Pierres, & font faire des vibrations à un reſſort de Montre que l'on a placé à moitié détendu dans le foyer de ce verre; or on ne voit pas comment il ſeroit poſſible que le feu agît ſi puiſſamment ſur des corps auſſi durs & auſſi denſes que l'Or & les Pierres, ni comment il pourroit faire faire des vibrations à ce reſſort de Montre, s'il ne réſiſtoit à l'effort que font ces corps pour s'oppoſer à ſon action : donc il faut que les parties conſtituantes du feu ſoient dures, qu'elles ne ſoient point pénétrables, puiſqu'elles opérent tous ces effets.

On peut répondre à cela, que l'ame n'eſt pas un corps

Réponses à ces raisons.

ſolide, qu'elle n'eſt pas impenétrable, & qu'elle fait cependant remuer notre corps, qui eſt compoſé de parties qui réſiſtent. Les Newtoniens pourroient encore ajoûter, que l'attraction n'eſt pas un corps, & qu'elle agit pourtant ſur la matiére, qu'elle ſe proportionne aux maſſes, &c. enfin que tout ce qui agit ſur les corps n'eſt pas corps, puiſque Dieu certainement n'eſt pas matiére, & qu'il agit cependant ſur la matiére.

2°. Les rayons ſe réfléchiſſent de deſſus les corps pour venir à nos yeux; or la réflexion emporte néceſſairement l'élaſticité du corps qui réflechit : donc, puiſque les rayons réfléchiſſent, il faut qu'ils ſoient compoſés de parties ſolides.

Mais on peut répondre encore que M. Newton a démontré que ce n'eſt point en rebondiſſant de deſſus les parties ſolides des corps, que la lumiére ſe réflechit, & que par conſéquent la réflexion de la lumiére ne prouve point l'impénétrabilité du feu, que même ce phénomene de la réflexion prouve que la lumiére n'eſt point impénétrable; car comment le rayon perpendiculaire retournera-t-il après la réflexion, par la ligne ſelon laquelle il étoit tombé, ſi dans cette ligne il rencontre une continuation de lui-même, qui lui réſiſtera par les parties ſolides, & l'empêchera par conſéquent de retourner par la ligne déja décrite ? Si on dit que ce rayon ne décrira pas tout-à-fait la même ligne, mais qu'il ſe détournera un peu : outre que ce ſeroit détruire un axiome d'Optique, qui paſſe pour inconteſtable, je demande quelle ſeroit la raiſon de cette déclinaiſon du rayon, & ce qui le détermineroit à décliner plutôt à gauche qu'à droite ? Si l'on me répond enfin, que l'extrême poroſité que le Microſcope découvre dans les corps ſoûmis à nos recherches, nous porte à croire que la ténuité des parties conſtituantes du feu peut ſuffire pour opérer la réflexion du rayon perpendiculaire, & tous les phénomenes de la lumiére qui étonnent le plus notre eſprit, & qui pourroient nous faire douter de l'impénétrabilité du feu : je demande comment on peut concevoir qu'un rayon compoſé d'un million de pores qui ſéparent ſes

parties ſolides, puiſſe venir du Soleil à nous en ligne droite, ſans être interrompu & ſans ſe confondre avec des milliaſſes d'autres rayons de différentes couleurs qui émanent en même tems que lui du Soleil ?

On eſt donc obligé d'avouer que l'impénétrabilité du feu eſt bien loin d'être démontrée; & il eſt de plus très-poſſible que ſi le feu eſt impénétrable, il ne le ſoit pas de la même façon que la matiére; il y a peut-être mille maniéres d'être impénétrable, ſolide, d'agir ſur la matiére, &c. Ce n'eſt pas à nous, qui ne ſommes que d'hier, à borner la puiſſance du Créateur.

VI.

Sçavoir ſi le Feu tend vers le centre de la Terre.

Les Philoſophes conviendront ſans doute, que la ſolidité, l'impénétrabilité (quand même elle appartiendroit au feu) n'emporte point avec elle la néceſſité d'une tendance vers le centre de la terre : or je me propoſe ſeulement d'examiner ici ſi le feu a cette tendance qui appartient à tous les corps, quelle qu'en puiſſe être la cauſe.

C'eſt encore à l'expérience, ce grand maître de Philoſophie, à nous apprendre ſi le feu tend vers le centre de la terre.

Les Philoſophes ſont partagés ſur cette matiére.

Mais l'expérience elle-même nous laiſſe ici dans l'incertitude; les mains les plus exercées, les Philoſophes les plus éclairés, ont fait ſur cette peſanteur du Feu, des expériences entiérement oppoſées.

Je me contenterai d'examiner celle de M. Homberg ſur le poids du régule d'Antimoine calciné au Verre ardent, & celle de M. Boërhave ſur le poids du Fer enflammé.

M. Homberg rapporte que 4 onces de régule d'Antimoine expoſées à un pied & demi du véritable foyer du miroir du Palais Royal, augmentérent de 3 dragmes & de quelques grains pendant leur calcination, c'eſt-à-dire, environ d'un dixiéme; mais qu'ayant été miſes enſuite en fuſion au

véritable foyer, elles perdirent ce dixiéme acquis, & un huitiéme de leur propre poids.

M. Boerhave, au contraire, ayant pesé 8 livres de Fer, ne trouva aucune différence de poids entre le Fer enflammé & le Fer absolument froid.

Il y a plusieurs remarques à faire sur ces expériences.

Examen de l'expérience de M. Homberg, sur la calcination de l'Antimoine au verre ardent.

1°. Pendant tout le tems de la calcination de l'Antimoine, on fut obligé de le remuer avec une spatule de fer : or il est très-possible que la chaleur ait détaché quelques particules de cet instrument, lesquelles s'étant jointes au régule, auront augmenté son poids. Les sels & les soufres dont l'air est toûjours chargé, auront pû s'unir aussi à l'Antimoine par l'action du feu, & à la faveur de ce mouvement continuel de la spatule avec laquelle on le remuoit ; ainsi on est bien loin d'être sûr que le feu seul ait augmenté son poids ; car si le feu est le plus subtil dissolvant de la Nature, il est aussi le plus puissant agent pour unir les corps.

2°. Ce qui confirme cette conjecture, c'est que les corps qui augmentent le plus leur poids par le feu, sont ceux qu'on remue pendant leur calcination, & qu'ils perdent tout le poids acquis, & même de leur propre substance, lorsqu'on les remet en fusion. Boyle lui-même, convient que l'agitation continuelle pendant la calcination, est ce qui contribue le plus à augmenter l'action du feu sur les corps.

3°. L'Antimoine de M. Homberg ayant été mis en fusion au véritable foyer, perdit tout le poids acquis, & encore un huitiéme de son propre poids : or si c'étoit les particules de feu qui avoient augmenté son poids dans la calcination, comment se peut-il qu'il ait perdu ce poids au véritable foyer ? un nouveau feu n'auroit-il pas dû produire au contraire une nouvelle augmentation ? & n'est-il pas vraisemblable que le feu du foyer étant plus violent que celui auquel on l'avoit calciné, sépara les parties hétérogénes qui s'étoient unies au régule d'Antimoine pendant la calcination, & que c'étoit ces parties hétérogénes qui avoient augmenté son poids ; car je ne vois nulle raison pour laquelle ce dernier feu étant

plus violent que le premier, n'auroit pas apporté une nouvelle augmentation de poids à ce régule, si le feu seul avoit été la cause de la premiére.

4°. Tous les Métaux en fusion perdent de leur poids; & cependant la fusion est l'état dans lequel ils reçoivent la plus grande quantité de feu : ainsi si le feu augmentoit le poids des corps, il devroit augmenter considérablement celui des métaux en fonte; mais au contraire leur poids diminue. On sent aisément que cette diminution de poids doit être attribuée aux parties que ce feu violent fait évaporer d'entre les pores de ces métaux, & à l'augmentation de leur volume; mais il n'en est pas moins certain que la plus grande quantité de feu que ces métaux puissent recevoir, n'a point augmenté leur poids.

Examen & confirmation de l'expérience de M. Boërhave sur le poids du Fer enflammé.

5°. Le Fer de M. Boërhave, pendant qu'il étoit tout pétillant de feu, devoit contenir bien plus de particules ignées, que l'Antimoine de M. Homberg, qui avoit été calciné à 18 pouces du véritable foyer du miroir; & cependant ce Fer tout imprégné de feu ne pesoit pas un grain de plus que lorsqu'il étoit entiérement froid. Je ne vois cependant aucune raison pour laquelle si le feu étoit pesant, il n'augmenteroit pas toûjours le poids de tous les corps qu'il pénétre : je puis certifier que cette égalité de poids s'est retrouvée dans des masses de Fer depuis une livre jusqu'à 2000 livres, que j'ai fait peser devant moi toutes enflammés, & ensuite entiérement froides.

Autres expériences sur la pesanteur du feu.

6°. L'augmentation du poids des corps calcinés à travers le verre, est beaucoup moins considérable que celle des corps que l'on calcine en plein air; cependant la même quantité de feu pénétre à travers le verre, puisqu'il produit le même effet sur les corps, & qu'il les calcine; d'où peut donc venir cette différente augmentation de poids, lorsque la calcination se fait en plein air, ou lorsqu'elle se fait sous le verre, sinon de ce qu'il se joint alors moins de corps étrangers au corps calciné?

7°. L'Antimoine devient rouge dans la calcination, & lorsqu'on

lorſqu'on le met en digeſtion dans de l'Eſprit de Vin, il rend une teinture rougeâtre, & ſe trouve après du même poids qu'avant la calcination : donc cette couleur rougeâtre lui étoit venue des parties ſulfureuſes que le feu lui avoit unies pendant la calcination, puiſqu'après s'être déchargé de cette teinture, il ſe retrouve du même poids qu'il avoit avant d'être calciné.

8°. M. Boyle, célébre Anglois, eſt un des Philoſophes qui a fait le plus d'expériences ſur la peſanteur du Feu; & toutes concourent à l'établir.

Mais cependant tout ſon Traité *De Flammæ ponderabilitate*, prouve ſeulement que la flamme peſe, & que ſes parties pénétrent à travers les pores du verre; mais cela ne conclut rien pour la peſanteur des parties élémentaires du Feu.

9°. Le même Boyle rapporte * qu'une once de corne de Fer perdit au feu ſix ou ſept grains de ſon poids, & qu'une once de Zinc * y perdit cinq grains, & plus. * *Page 8.* * *Page 39.*

10°. Du Charbon enfermé hermétiquement dans une boîte de Fer, & expoſé pendant quatre heures à un feu très-violent, a diminué de 4 onces environ ſur 4 livres, & j'ai été témoin de cette expérience.

M. Boulduc aſſûre que l'Antimoine calciné dans un vaſe de terre, diminue de poids, bien-loin d'augmenter.

M. Hartſoëker, de ſon côté, ayant tenu de l'Etain pendant des heures entiéres, & du Plomb pendant pluſieurs jours de ſuite dans le foyer d'un Verre ardent, ne trouva aucune augmentation dans le poids de ces métaux.

Le célébre Boërhave rapporte qu'ayant tenu du Plomb dans un fourneau de digeſtion pendant trois ans, à un feu de 84 degrés, & l'ayant expoſé pendant quatre heures au feu de ſable, le Plomb n'augmenta nullement de poids; cependant ſi les expériences varient, c'eſt une preuve certaine que ce n'eſt point le feu qui augmente le poids des corps, car s'il l'augmentoit une fois, il l'augmenteroit toûjours. Mais ſi l'on attribue cette augmentation à l'intromiſſion de quelques corps hétérogénes dans les pores des corps que l'on

expoſe au feu, on conçoit aiſément que les différentes circonſtances de l'opération peuvent changer ces effets ; voilà pourquoi de toutes les expériences répétées ſur le poids du feu, aucune n'eſt entiérement la même. L'augmentation que le même feu cauſe dans les mêmes corps eſt tantôt plus grande, tantôt moindre, comme on peut s'en convaincre en liſant les expériences de Boyle, ou en opérant ſoi-même ; ce qui prouve bien que ce n'eſt pas à une cauſe auſſi invariable que le feu, qu'il faut attribuer l'augmentation du poids des corps.

11°. Si le feu tend vers le centre de la terre, il doit, près du Soleil, tendre vers le centre du Soleil : or comment cet énorme globe par la ſeule rotation ſur ſon axe, pourroit-il envoyer ſes rayons avec une ſi prodigieuſe vîteſſe, non-ſeulement juſqu'à nous, mais juſqu'aux Etoiles fixes, s'ils lui réſiſtoient par leur tendance vers ſon centre ? Il paroît donc que la propagation de la lumiére ſeroit impoſſible, ſi le feu étoit peſant.

Si le feu peſe, ſon poids ne peut pas être ſenſible pour nous.

12°. Mais je crois de plus qu'il eſt démontré que ſi les rayons du Soleil, ſi le feu peſe, ſon poids ne peut ſe faire ſentir à la groſſiéreté de nos inſtrumens ; & qu'ainſi toutes les expériences dans leſquelles on a cru le trouver peſant, ne doivent rien prouver.

Celle de M. Homberg dont j'ai parlé, fournit elle-même cette démonſtration par le poids très-ſenſible dont il trouva ſon Antimoine augmenté : cette augmentation étoit environ d'un dixiéme, & même de beaucoup plus, ſi l'on fait attention que l'Antimoine avoit perdu la huitiéme partie de ſon poids par la fumée très-épaiſſe qu'il avoit rendu pendant la calcination, & que non-ſeulement le feu avoit augmenté ſon poids d'un dixiéme ; mais qu'il avoit encore ſuppléé au huitiéme perdu par l'évaporation.

Or tout le feu que le Soleil envoie ſur tout notre hémiſphere pendant une heure du jour le plus chaud de l'Eté, doit peſer à peine ce que M. Homberg ſuppoſe qu'il en étoit entré dans ſon régule d'Antimoine : en voici, ſi je ne me trompe, la démonſtration.

On connoît la vîteſſe des rayons du Soleil depuis les obſervations que Mrs. Huguens & Roëmer ont faites ſur les Eclipſes des Satellites de Jupiter; cette vîteſſe eſt environ de 7 à 8 minutes pour venir du Soleil à nous : or, on trouve par le calcul, que ſi le Soleil eſt à 24000 demi-diametres de la Terre, il s'enſuit que la lumiére parcourt en venant de cet Aſtre à nous, mille millions de pieds par ſeconde en nombres ronds; & un Boulet de Canon d'une livre de balle pouſſé par une demi-livre de Poudre, ne fait que 600 pieds en une ſeconde, ainſi la rapidité des rayons du Soleil ſurpaſſe en nombres ronds 1666600 fois celle d'un boulet d'une livre.

Démonſtration de la propoſition précédente, tirée de la vîteſſe & des effets des rayons du Soleil.

Or l'effet de la force d'un corps étant le produit de ſa maſſe par ſa vîteſſe *, un rayon qui ne ſeroit que 1666600 moins peſant qu'un boulet d'une livre, feroit le même effet que le Canon, & un ſeul inſtant de lumiére détruiroit tout l'Univers ; & je ne crois pas que nous ayons de *minimum* pour aſſigner l'extrême tenuité d'un corps qui n'étant que 1666600 fois moins peſant qu'un boulet d'une livre, feroit de ſi terribles effets, & dont des millions de milliars paſſent à travers un trou d'épingle, pénétrent dans les pores d'un Diamant, & frappent ſans ceſſe l'organe le plus délicat de notre corps ſans le bleſſer, & même ſans ſe faire ſentir.

13°. La voie dont Mrs. Huguens & Roëmer ſe ſont ſervis pour découvrir le mouvement de la lumiére, & pour déterminer la vîteſſe avec laquelle elle nous vient du Soleil, étant une voie de comparaiſon, il ſeroit très-poſſible, & il eſt même très-probable que les rayons perdent de leur vîteſſe comme de leur quantité, par la réflexion, & que les différens corps réflechiſſent la lumiére avec plus ou moins de force, ſelon leur différente élaſticité, (de quelque façon que la réflexion s'opére;) ainſi la lumiére nous vient peut-être

* Mais que ſeroit-ce encore ſi la force d'un corps étoit le produit de ſa maſſe par le quarré de ſa viteſſe, comme M. Leibnitz, & de très-grands Philoſophes l'ont prétendu, & comme on le croiroit encore, ſans la façon admirable dont M. de Mairan a prouvé le contraire ?

beaucoup plus vîte du Soleil & des Etoiles fixes, que de Jupiter : or ſi la vîteſſe étoit plus grande, il faudroit néceſſairement, pour produire les mêmes effets, que ſa maſſe fût encore moindre que je ne l'ai ſuppoſée dans le calcul précédent.

14°. L'expérience du trou d'épingle (que l'on trouveroit bien admirable, ſi elle étoit moins commune,) fournit elle ſeule une démonſtration de l'exceſſive tenuité des rayons; car regardez à travers ce trou pendant un jour entier, vous verrez toûjours les mêmes objets, & auſſi diſtinctement : donc il vient à chaque moment indiviſible, des rayons de tous les points de ces objets, frapper votre rétine : or il faut de deux choſes l'une, ou que ce ne ſoit pas les rayons du Soleil qui ayent augmenté le poids de l'Antimoine de M. Homberg, ou qu'il entrât pendant ce jour dans vos yeux pluſieurs onces de feu, puiſqu'il y entreroit plus de rayons qu'il n'en pouvoit être entré dans le régule d'Antimoine pendant ſa calcination. Mais s'il entroit cette quantité de feu dans nos yeux en un jour, combien y en entreroit-il en une ſemaine, en un mois, &c. que deviendroit cette matiére ignée, ſi elle étoit peſante ? Je crois donc qu'il eſt démontré en rigueur, par la façon dont nous voyons, par les phénomenes de la lumiére, & par les loix primitives du choc des corps, que (ſuppoſé que le feu peſe, ce que je ne crois pas,) nous ne pouvons nous appercevoir de ſon poids ; & que ſi tous les rayons que le Soleil envoye ſur notre hémiſphere pendant le plus long jour de l'Eté, peſoient ſeulement 3 livres, nos yeux nous ſeroient inutiles, l'Univers ne pourroit ſoûtenir un moment de lumiére, tous les germes ſeroient détruits, & le poids de la Terre devroit être ſi conſidérablement augmenté par la lumiére depuis qu'elle exiſte, que toute l'œconomie de cet Univers ſeroit intervertie.

Argument de M. Muſſchenbroek, en faveur de la peſanteur du feu.

15°. Le ſçavant M. Muſſchenbroek fait en faveur de la peſanteur du Feu, un argument qui paroît très-fort. *Le Fer ardent que vous peſez*, dit-il, *vous le peſez dans l'air qui eſt un fluide : or le feu ayant augmenté le volume de ce Fer par la*

raréfaction, il devroit peſer moins dans l'air lorſqu'il eſt chaud, & que ſon volume eſt plus grand, que lorſqu'il s'eſt contracté par le froid, & que ſon volume eſt diminué; & vous ne trouvez le même poids dans le Fer refroidi, que parce que le feu avoit réellement augmenté le poids du Fer enflammé; car s'il ne l'avoit pas augmenté, vous auriez dû trouver votre Fer moins peſant lorſqu'il étoit tout rouge, que lorſqu'il étoit refroidi.

Réponſe à cet argument.

Cet argument ſeroit invincible, ſi l'on étoit sûr qu'aucun autre corps que le feu ne ſe fût introduit dans le Fer enflammé; mais on eſt bien loin d'en être sûr : car s'il peut ſe mêler des corps étrangers aux corps calcinés par les rayons du Soleil, (le feu le plus pur que nous connoiſſions,) combien à plus forte raiſon pourra-t-il entrer de particules de bois ou de charbon dans les corps qu'on expoſe au feu ordinaire? Ainſi on ſent aiſément qu'en réfutant l'expérience de M. Homberg, j'ai compté réfuter celles des Boyle, des Lémery, & toutes celles enfin qu'on a faites ſur les corps augmentés de poids par le feu; cette augmentation que le feu d'ici-bas cauſe dans les corps, devroit même être fort ſenſible par la quantité de particules hétérogénes qu'il doit introduire dans leurs pores; & elle n'eſt imperceptible dans quelques-uns, que parce qu'ils perdent beaucoup de leur propre ſubſtance par l'action du feu, & que leur peſanteur ſpécifique diminue par la raréfaction.

16°. Une réflexion très-ſinguliére, c'eſt que nous voyons le plus petit grain de ſable, & que nous ne voyons point les rayons du Soleil, quelque denſes qu'ils ſoient, à moins qu'ils ne ſoient réflechis par quelque corps. Vous voyez un rond lumineux au foyer du Verre ardent, quand vous recevez ſes rayons ſur une carte; mais la pointe du cône lumineux qui va ſe réunir ſur cette carte, & la conſumer, eſt entiérement inviſible à vos yeux : or ſi le cône lumineux entier du Verre ardent peſoit autant que le plus petit grain de ſable, nous le devrions voir. Donc, &c.

17°. Les eſpaces céleſtes ſont remplis de lumiére : or il faut, ou que la lumiére ne ſoit pas un corps ſolide, ou que

ſes particules ſoient d'une fineſſe qui doit ſouſtraire leur poids à nos recherches : car ſi la lumiére apportoit la moindre réſiſtance au mouvement des corps céleſtes, on s'appercevroit des dérangemens cauſés par cette réſiſtance : donc le Feu ne peſe point, ou s'il peſe, il eſt impoſſible que ſon poids ſoit jamais ſenſible pour nous, puiſqu'il ne dérange pas ſenſiblement l'œconomie de notre monde planétaire dont il remplit tous les eſpaces.

VII.

Quelles ſont les propriétés propres & diſtinctives du Feu.

Le feu tend naturellement en en-haut.

Mais ſi après avoir examiné les expériences de la peſanteur du Feu, on vient à conſidérer la nature & les propriétés diſtinctives de cet être, on ne peut s'empêcher de reconnoître que loin d'avoir cette tendance vers le centre de la terre, que l'on remarque dans les autres corps, il fuit au contraire toûjours ce centre, & que ſon action ſe porte naturellement en en-haut.

L'Académie de Florence a découvert cette tendance du Feu en en-haut, par une expérience qui ne permet plus aux Philoſophes de ſe méfier de leurs ſens, quand ils voyent la flamme monter, & l'action du feu ſe porter toûjours en haut.

Deux Thermometres, l'un droit, & l'autre renverſé, ayant été mis dans un tube de Verre, & deux globes de Fer, rouges & égaux, approchés à égale diſtance de ce tube, le Thermometre qui étoit droit, hauſſa ſenſiblement plus que celui qui étoit renverſé. Je ne rapporte point le procédé de cette expérience, ni les autres circonſtances qui l'accompagnent, on peut la voir dans les *Tentamina Florentina ;* mais toutes ces circonſtances concourent à prouver que le feu tend naturellement en haut, loin d'avoir aucune tendance vers le centre de la terre.

Cette tendance du feu en haut, loin de détruire l'équilibre auquel il tend par ſa nature, eſt un effet de cette propriété

qui le porte à ſe répandre également dans tout l'eſpace ; il tend ſans ceſſe à ſe dégager des pores des corps, & à ſe répandre en haut où il n'y a point d'atmoſphere, & où il peut s'étendre également de tous côtés ſans obſtacle : car l'atmoſphere contribue infiniment à la chaleur dans laquelle nous vivons, ainſi que le froid qu'il fait ſur les hautes montagnes le prouve.

Une expérience bien ſimple, & que j'ai répétée ſouvent, prouve encore cette tendance du feu en haut.

Si vous mettez une aſſiette ou une planche ſur un de ces grands cylindres de Verre, qui ſervent l'Eté à couvrir les bougies, & que vous laiſſiez une bougie allumée ſous ce cylindre couvert, il eſt certain que la chaleur de la flamme doit à tout moment raréfier l'air renfermé dans ce verre : donc ſi la flamme montoit par ſa ſeule légereté ſpécifique, (comme on le prétend,) on la devroit voir à tout moment s'arrondir & perdre ſa figure conique, puiſque cet air renfermé dans le cylindre, ſe raréfie à chaque inſtant ; mais c'eſt ce qui n'arrive point : la flamme conſerve cette figure conique juſqu'au moment auquel elle s'éteint, & lorſqu'elle eſt très-diminuée de hauteur, & prête à s'éteindre, on voit toûjours ſa pointe tendre en en-haut.

Pourquoi la flamme monte dans un air très-raréfié.

La cauſe de ce phénomene eſt que la flamme de cette bougie contient aſſez de feu pour qu'il puiſſe s'oppoſer à la tendance naturelle de cette flamme vers le centre de la terre, & qu'il la fait monter alors par cette ſupériorité de force, indépendamment de la peſanteur ſpécifique de l'air ; il ne feroit peut-être pas le même effet ſur toutes les flammes ; car il y en a qui contiennent bien moins de particules de feu l'une que l'autre.

La légereté ſpécifique de la flamme eſt aſſûrément une des cauſes qui fait qu'on ne la voit jamais tendre en embas ; c'eſt auſſi cette légereté ſpécifique qui fait monter la fumée : mais les particules de feu que la flamme & la fumée contiennent, contribuent à cette tendance en en-haut.

La fumée qui eſt la même choſe que la flamme, deſcend

Pourquoi la fumée descend dans le vuide. *Tentamina Florentina.*

dans le vuide, parce qu'elle eſt compoſée des particules que le feu a détachées des corps ; & que ces particules, quoique très-légéres, ont cependant la tendance de la matiére vers le centre de la terre : donc la réſiſtance de l'air étant ôtée, & la peſanteur de ces particules ſurpaſſant la force du feu, elles doivent tendre en embas ; mais ſi vous augmentez la quantité du feu, en approchant un charbon du récipient, alors la fumée monte par cette ſupériorité du feu.

Si le feu tendoit vers le centre de la terre, comme les corps que nous connoiſſons, ſes parties tendroient à s'unir comme les leurs : car la même raiſon, (quelle qu'elle puiſſe être,) qui fait que de deux gouttes d'eau qui ſe touchent il ne s'en forme qu'une ; que deux Marbres poſés l'un ſur l'autre, ne peuvent être ſéparés qu'avec peine, &c. (& tous ces effets s'opérent dans le vuide ;) cette même cauſe, dis-je, feroit que toutes les parties du feu tendroient toutes l'une vers l'autre, & qu'elles s'uniroient quelquefois : or ſi elles s'uniſſoient, leur maſſe augmenteroit, & leur maſſe étant augmentée, les effets qu'elles cauſeroient le feroient infailliblement : auſſi on ſent aiſément par tout ce que je viens de dire, les dérangemens qui réſulteroient de cette adunation des particules de feu : or aucun de ces dérangemens n'arrive ; les effets du feu & de la lumiére ſont toûjours les mêmes ; donc les particules de feu ne s'uniſſent pas : & cependant leur adunation ſeroit inévitable, ſi le feu étoit peſant ; donc il eſt abſolument néceſſaire que le feu ſoit privé de cette propriété de la matiére que nous appellons *peſanteur*, & que ſes parties ayent la même tendance à ſe fuir, que les autres corps ont à s'unir ; ainſi cette tendance du feu *quaquaverſum* eſt non-ſeulement ſa propriété diſtinctive, mais elle eſt eſſentielle à la conſtitution & à la conſervation de l'Univers ; c'eſt par elle que le feu raréfie tous les corps, & qu'il s'oppoſe à leur adunation ; c'eſt elle enfin qui conſtitue ſon eſſence.

Les parties conſtituantes du feu ont une tendance à ſe fuir.

La matiére ſubtile de Deſcartes eſt juſtifiée par la nature du feu.

La matiére ſubtile de Deſcartes, qui n'augmentoit point le poids des corps, ſe trouve juſtifiée par la nature du Feu. Deſcartes eût trop humilié les autres hommes, s'il ſe fût contenté

contenté d'obſerver la Nature, & qu'il n'eût imaginé jamais.

M. Geoffroy a fait une expérience dans laquelle on voit à l'œil l'effort que le feu fait ſur les corps pour écarter leurs particules les unes des autres. Cet habile Académicien rapporte qu'ayant fait fondre du Fer au Miroir ardent, & ayant ramaſſé les étincelles qu'il jettoit, il trouva que c'étoit autant de petits globes de fer creux : avec quelle force le feu n'avoit-il pas dû s'oppoſer à la tendance mutuelle des parties de ce fer, puiſqu'il les avoit écartées à ce point ?

Le feu eſt l'antagoniſte de la peſanteur, loin d'y être ſoûmis.

Le Feu eſt donc l'antagoniſte perpétuel de la peſanteur, loin de lui être ſoûmis ; & il la combat avec une force ſi puiſſante, que s'il n'y avoit pas des atomes ſolides dans l'Univers, des particules phyſiquement indiviſibles, tout ſe diſſiperoit par l'action du feu, les ſeuls élémens des corps lui réſiſtent ; ainſi tout eſt dans la Nature dans de perpétuelles oſcillations de dilatation & de contraction par l'action du feu ſur les corps, & la réaction des corps qui s'oppoſent à l'action du feu par la tendance de leurs parties les unes vers les autres ; & nous ne connoiſſons point de corps parfaitement durs, (ſi ce n'eſt les élémens,) parce que nous n'en connoiſſons point qui ne contienne du feu, & dont les parties ſoient dans un parfait repos : ainſi les anciens Philoſophes qui nioient le repos abſolu, étoient aſſûrément plus ſenſés, peut-être ſans le ſçavoir, que ceux qui nioient le mouvement.

Point de repos dans la Nature.

Le feu conſerve & vivifie tout dans l'Univers.

Sans cette action & cette réaction perpétuelle du feu ſur les corps, & des corps ſur le feu, toute fluidité, toute molleſſe ſeroit détruite ; & ſi la matiére étoit privée un moment de cet eſprit de vie qui l'anime, de ce puiſſant agent qui s'oppoſe ſans ceſſe à l'entiére adunation des corps, tout ſeroit compact dans l'Univers, & il ſeroit bientôt détruit. Ainſi non-ſeulement les expériences ne démontrent point la peſanteur du feu ; mais vouloir que le feu ſoit peſant, c'eſt détruire ſa nature, c'eſt lui ôter ſa propriété la plus eſſentielle, celle par laquelle il eſt un des premiers reſſorts du Créateur ; c'eſt enfin anéantir ſon eſſence, & la fin pour laquelle le Créateur l'a créé.

Le feu eſt également répandu partout.

Un autre attribut du Feu qui paroît encore n'appartenir qu'à lui, c'eſt d'être également diſtribué dans les corps. Les hommes ont dû être long-tems ſans doute à ſe perſuader de cette vérité. Nous ſommes portés à croire que le Marbre eſt plus froid que la Laine, nos ſens nous le diſent, & il a fallu pour nous détromper, que nous créaſſions, pour ainſi dire, un être pour juger du dégré de chaleur répandu dans les corps; cet être, c'eſt le Thermometre, c'eſt lui qui nous a appris que les matiéres les plus compactes & les plus légéres, les plus ſpiritueuſes & les plus froides, le Marbre & les Cheveux, l'Eau & l'Eſprit de Vin, le Vuide & l'Or, tous les corps enfin, (excepté les Créatures animées,) contiennent dans un même air la même quantité de feu. Il ſuit de cette propriété du Feu, 1°. Que tous les corps ſont également chauds dans le même air, puiſqu'ils font tous le même effet ſur le Thermometre. 2°. Que le feu eſt diſtribué non ſelon les maſſes, mais ſelon les eſpaces, puiſque l'Or & le Vuide n'en contiennent pas plus l'un que l'autre. 3°. Qu'il n'y a aucun corps qui attire le feu plus qu'un autre, ni qui puiſſe en retenir une plus grande quantité, puiſque dans un même air l'Eſprit de Vin n'eſt pas plus chaud que l'Eau, & qu'ils ſe refroidiſſent au même degré.

Tous les corps dans un même air, contiennent également de feu.

Le feu eſt répandu non ſelon les maſſes, mais ſelon les eſpaces.

Si nos ſens nous diſent que la Laine contient plus de feu que le Marbre, notre raiſon ſemble nous dire que l'Eſprit de Vin en contient plus que l'Eau; il refracte davantage la lumiére, le plus petit feu l'enflamme, il ſe conſume entiérement, il ne ſe gele jamais; enfin cette liqueur paroît toute ignée, ſur-tout lorſqu'elle eſt devenue alcohol par la diſtillation; cependant malgré tous ces Phénomenes, le Thermometre décide pour l'égalité; & effectivement on ne voit pas comment l'Eſprit de Vin pourroit contenir plus de feu que les autres corps, ſans que le Thermometre nous en fît appercevoir; on ne peut dire que c'eſt parce que cette plus grande quantité de feu eſt en équilibre avec les parties de l'Eſprit de Vin, comme une moindre quantité de feu eſt en équilibre avec celles de l'Eau, & que quand

L'Eſprit de vin ne contient pas plus de feu que l'eau.

l'action & la réaction ſont égales, c'eſt comme s'il n'y avoit point d'action. Car on ſuppoſeroit une choſe entiérement contraire à tout ce que nous connoiſſons de l'action du feu ſur les corps, & de la réaction des corps ſur le feu; les corps ne réſiſtent à l'action du feu que par leur maſſe, ou par la cohérence de leurs parties : or l'Eſprit de Vin eſt de tous les liquides celui qui peſe le moins, (ſi vous en exceptez l'air,) & dont les parties paroiſſent les moins cohérentes; l'alcohol, qui eſt encore plus léger que l'Eſprit de Vin, eſt cependant encore plus inflammable que lui; ainſi plus on conſidére le feu comme un corps qui agit ſelon les loix du choc ſur les autres corps, moins on trouvera vraiſemblable que le corps le plus léger ſoit de tous les corps celui qui réſiſte le plus à cette action du feu. Donc il faut convenir que le feu eſt diſtribué également dans tout l'eſpace, ſans égard aux corps qui le rempliſſent. Si l'Eſprit de Vin rompt plus la lumiére que des liquides plus denſes, s'il ne ſe gele jamais, cela dépend vraiſemblablement de la contexture & de la diſpoſition de ſes pores, & nullement d'une plus grande quantité de feu contenue dans ſa ſubſtance; & s'il s'enflamme plus aiſément, c'eſt qu'il contient plus de *pabulum ignis*, & que ſes parties ſont aiſément ſéparées.

Le Marbre nous paroît plus froid que la Laine, parce qu'étant plus compact, il touche notre main en plus de points, & qu'il prend par conſéquent d'autant plus de notre chaleur; ainſi malgré nos ſens, & malgré quelques apparences, nous ſommes forcés de reconnoître cette égale diſtribution du feu dans tous les corps.

Le froid artificiel que Faheinrheſt a trouvé le moyen de produire, & qui fait baiſſer le Thermometre à 72 degrés au-deſſous du point de la congélation, prouve que dans les plus grands froids que nous connoiſſions, aucun corps n'eſt privé du feu, & qu'il habite en tous, & en tout tems.

Cette diſtribution égale du feu dans tous les corps, ce phénomene de l'équilibre auquel il tend par ſa nature, dont on a été ſi long-tems ſans s'appercevoir, nous étoit

Le feu tend par ſa nature à l'équilibre.

cependant indiqué par mille effets opérés par le feu, qui ſont ſans ceſſe ſous nos yeux, & auxquels on ne faiſoit aucune attention.

Preuves.

1°. Toutes les parties d'un corps quelconque s'échauffent également, pourvû que le feu ait le tems de le pénétrer: or ſi le feu ne tendoit pas à l'équilibre par ſa nature, il eſt à croire qu'il trouveroit dans ce corps des parties dans leſquelles il pénétreroit plus facilement que dans les autres, ainſi il ſeroit inégalement échauffé; mais c'eſt ce qui n'arrive pas: Donc, &c.

2°. Un corps tout pétillant de feu, auquel on applique un corps froid, perd de ſa chaleur juſqu'à ce qu'il ait communiqué à cet autre corps une quantité de feu qui rétabliſſe l'équilibre entr'eux.

3°. L'Huile de Tartre par défaillance, qui nous paroît ſi ignée, & l'Huile de Térébenthine diſtillée, qui garantit nos corps du froid, & qui nous paroît ſi chaude, ne le ſont pas plus par elles-mêmes que l'Eau pure; car étant mêlées avec de l'Eau, elles ne changent rien à ſa température: ce qui prouve que l'efferveſcence que quelques liqueurs font avec l'Eau, ne vient pas de ce que ces liqueurs contiennent plus de feu qu'elle.

Je parlerai de ces mêlanges dans la ſeconde Partie de cet Ouvrage.

Cette tendance du feu à l'équilibre, eſt la cauſe de l'échauffement & du refroidiſſement des corps.

4°. Cette tendance du feu à l'équilibre paroît être la cauſe de l'échauffement des corps; car ſans cette indifférence du feu pour une eſpéce quelconque, il eſt difficile d'imaginer comment tous les corps pourroient s'échauffer ſi facilement; mais cette tendance du feu *quaquaverſum* fait qu'il eſt aiſé de la raſſembler, & que peu de choſe ſuffit pour rompre ſon équilibre, de même que le moindre poids fait pancher une balance bien juſte.

Cette égale diſtribution de feu ſemble être encore l'unique cauſe du refroidiſſement des corps échauffés; car on ne voit nulle raiſon pour laquelle le Fer tout imprégné de feu, n'en retiendroit pas quelques particules dans ſa ſubſtance,

ni pourquoi aucun corps n'exhale tout le feu qu'il contient; l'équilibre du feu donne la clef de toutes ces énigmes; car cet équilibre demande que tous les corps en contiennent une certaine quantité déterminée. C'eſt encore cette tendance à l'équilibre, qui fait que l'Huile & l'Eſprit de Vin, ces liqueurs ſi ſpiritueuſes, ſe refroidiſſent après l'ébullition au même degré que l'Eau; car comment l'air pourroit-il leur ôter la chaleur qu'elles acquiérent en bouillant, ſi le feu par lui-même ne tendoit à rétablir l'équilibre entre tous les corps, dès que la cauſe qui l'avoit rompu vient à ceſſer? Les corps ſe refroidiſſent également dans le Vuide & dans l'Air; or ſi le feu ne tendoit pas à l'équilibre, on ne voit aucune raiſon pour laquelle les corps ſe refroidiroient dans le Vuide.

5°. Le même feu qui fond l'Or & les Pierres au foyer du Miroir ardent, répand dans l'air une chaleur qui nous eſt à peine ſenſible, parce que l'air ne s'oppoſe pas à l'équilibre du feu comme l'Or & les autres corps, qui, par leur ſolidité, le retiennent quelque tems dans leurs pores. C'eſt encore pourquoi le feu du Soleil raréfie l'air ſupérieur ſans l'échauffer ſenſiblement; car la preſſion de l'atmoſphere n'oppoſant plus ſa réſiſtance au feu, il s'étend ſans obſtacle, & n'eſt plus raſſemblé en aſſez grande quantité, pour que nous nous appercevions de ſa chaleur; la néceſſité de cette preſſion de l'atmoſphere, par la chaleur du feu, ſe fait voir ſenſiblement dans l'Eau, qui acquiert un plus grand degré de chaleur en bouillant, à proportion de la plus grande peſanteur de l'atmoſphere.

6°. Une preuve de cette indifférence du feu pour tous les corps quelconques, c'eſt que l'air d'ici-bas, qui eſt compoſé de toutes les parties hétérogénes qui ſe mêlent à lui par les exhalaiſons, n'eſt pas plus échauffé par un même feu dans une partie que dans une autre.

7°. Le Thermometre de l'Eſprit de Vin, qui eſt compoſé d'une liqueur très-ſpiritueuſe, baiſſe dans les fermentations froides, & hauſſe dans les chaudes: pourquoi cela? ſinon

parce que dans les unes il donne de ſa chaleur aux corps qui fermentent, & que dans les autres il prend de la leur; ce qui n'arriveroit pas ſi le feu ne tendoit à ſe répandre également dans tous les corps.

Une des propriétés inhérentes & diſtinctives du feu, eſt donc d'être également répandu dans tout l'eſpace, ſans aucun égard aux corps qui le rempliſſent, & de tendre à rétablir l'équilibre entr'eux, dès que la cauſe qui l'a rompu vient à ceſſer.

Le feu a reçû le mouvement du Créateur.

Il eſt incapable par ſa nature, d'un repos abſolu.

Il paroît très-vraiſemblable que le Feu a reçû du Créateur une portion de mouvement, ainſi que la matiére, & qu'il eſt capable de plus ou moins de mouvement, ſelon que les corps lui réſiſtent plus ou moins, ou que ſa puiſſance eſt excitée par le frottement, mais que le repos abſolu eſt imcompatible avec ſa nature; la direction de ce mouvement imprimé au feu tend également en tous ſens; & c'eſt le feu qui imprime cette eſpéce de mouvement à la matiére, dont toutes les parties internes ſont, par cette action, dans un mouvement continuel; c'eſt ce mouvement qui eſt la cauſe de l'accroiſſement & de la diſſolution de tout ce qui exiſte dans l'Univers; ainſi le feu eſt, pour ainſi dire, l'ame du monde, & le ſouffle de vie répandu par le Créateur ſur ſon ouvrage.

Comment le feu n'étant point matiére, peut cependant ſe mouvoir.

Si on me demande comment le feu, s'il n'eſt point matiére, peut ſe mouvoir, je répondrai que je ne ſçai guères mieux comment un corps ſe remue, & que de plus, s'il y a des ſubſtances immatérielles, il faut bien qu'elles ſoient dans l'eſpace: or je ne vois pas pourquoi elles ne ſe remueroient pas dans cet eſpace où elles ſont. Je n'ai pas d'idée bien nette, à la vérité, de leur mouvement, parce que je n'en ai pas de leur nature, & qu'il n'appartient vraiſemblablement pas à mon être de la connoître parfaitement: or tout ce que je dis ſur cela de la ſubſtance immatérielle, je le dirai du feu.

VIII.

Conclusion de la premiére Partie.

Je conclus de tout ce que j'ai dit :

1°. Que la lumiére & la chaleur sont deux effets très-différens & très-indépendans l'un de l'autre, & que ce sont deux façons d'être, deux modes, deux attributs de l'être que nous appellons *Feu.*

2°. Que l'effet le plus universel de cet être, celui qu'il opére dans tous les corps, & dans tous les lieux, c'est de raréfier les corps, d'augmenter leur volume, & de les séparer jusques dans leurs parties élémentaires, quand son action est continuée.

3°. Que le feu n'est point le résultat du mouvement, que c'est une substance simple, que rien ne produit, qui ne se forme de rien, & qui ne se change en rien.

4°. Que le feu a quelques-unes des propriétés primordiales de la matiére, son étendue, sa divisibilité, &c.

5°. Que l'impénétrabilité du feu n'est pas démontrée, & que supposé qu'il soit impénétrable, il ne l'est peut-être pas de la même façon que la matiére.

6°. Que le feu n'est point pesant, qu'il ne tend point vers un centre, comme tous les autres corps.

7°. Qu'il seroit impossible, (supposé même qu'il pesât,) que nous pussions nous appercevoir de son poids.

8°. Que le feu a plusieurs propriétés distinctives qui lui sont propres, outre celles qui lui sont communes avec la matiére.

9°. Qu'une de ses propriétés, c'est de n'être déterminé vers aucun point, & de se répandre également ; & que ses parties ont la même tendance à fuir, que celles des autres corps ont à s'unir.

10°. Que c'est par cette propriété qu'il s'oppose sans cesse à l'adunation des corps, & que c'est par elle enfin

qu'il eſt un des reſſorts du Créateur, dont il vivifie & conſerve l'ouvrage.

11°. Que c'eſt le feu qui imprime à la matiére le mouvement *quaquaverſum*, & que cette eſpéce de mouvement a été donnée au feu par le Créateur.

12°. Que le feu eſt ſuſceptible de plus ou de moins dans ſon mouvement; mais que le repos abſolu eſt incompatible avec ſa nature.

13°. Que ſa nature eſt de tendre à l'équilibre, qu'il eſt également répandu dans tout l'eſpace, & que dans un même air tous les corps contiennent une égale quantité de feu dans leur ſubſtance, ſi l'on en excepte les créatures qui ont reçû la vie.

14°. Que le feu enfin eſt un être d'une nature mitoyenne; qu'il n'eſt ni eſprit, ni matiére, ni eſpace, & qu'il exiſte peut être une infinité d'êtres dans l'Univers, qui ſont très-différens de ceux que nous connoiſſons.

Après avoir examiné la nature du Feu & ſes propriétés; il me reſte à examiner les loix qu'il ſuit, lorſqu'il agit ſur les corps d'une façon qui nous eſt ſenſible.

SECONDE

SECONDE PARTIE.

De la Propagation du Feu.

I.

Comment le Feu eſt diſtribué dans les corps.

LE Feu eſt diſtribué ici-bas de deux façons différentes.

1°. Egalement dans tout l'eſpace, quels que ſoient les corps qui le rempliſſent, lorſque la température de l'air qui les contient eſt égale.

2°. Dans les créatures qui ont reçû la vie, leſquelles contiennent plus de feu que les Végétaux, & les autres corps de la Nature.

Le feu étant répandu par-tout, exerce ſon action ſur toute la Nature; c'eſt lui qui unit & qui diſſout tout dans l'Univers. Le feu agit ſur toute la Nature.

Mais cet être dont les effets ſont ſi puiſſans dans nos opérations, ſe dérobe à nos ſens dans celles de la Nature; & il a fallu des expériences bien fines, & des réflexions très-profondes pour nous découvrir l'action inſenſible que le feu exerce dans tous les corps.

Si l'équilibre que le feu affecte, n'étoit jamais interrompu, ni dans nous-mêmes, ni dans les corps qui nous entourent, nous n'aurions aucune idée du froid, ni du chaud, & nous ne connoîtrions du feu que ſa lumiére.

Mais comme il eſt impoſſible que l'Univers ſubſiſte, ſans que cet équilibre ſoit à tout moment rompu, nous ſentons preſque à chaque moment les viciſſitudes du froid & du chaud, que l'altération de notre propre température, ou celle des corps qui nous environnent nous font éprouver.

L'action du feu, lorſqu'elle ſe cache, ou lorſqu'elle ſe manifeſte à nous, peut être comparée à la force vive & à la force morte; mais de même que la force du corps eſt ſenſiblement arrêtée ſans être détruite, auſſi le feu conſerve-t-il

dans cet état d'inaction apparente, la force par laquelle il s'oppose à la tendance des corps les uns vers les autres; & le combat perpétuel de cet effort du feu, & de la réſiſtance que les corps lui oppoſent, produit preſque tous les Phénomenes de la Nature.

Ainſi on peut conſidérer le feu dans trois états différens, qui réſultent de la combinaiſon de ces deux forces.

1°. Lorſque l'action du feu ſur les corps, & la réaction des corps ſur lui ſont en équilibre; alors c'eſt comme s'il n'y avoit point d'action, & les effets du feu nous ſont inſenſibles.

2°. Lorſque cet équilibre eſt rompu, & que la réſiſtance des corps l'emporte ſur la force du feu; alors les corps ſe condenſent, une partie du feu qu'ils contiennent eſt obligée de les abandonner, & ils nous donnent la ſenſation du froid.

3°. Enfin, lorſque l'action du feu l'emporte ſur la réaction des corps; alors les corps s'échauffent, ſe dilatent, deviennent lumineux, ſelon que la quantité du feu qu'ils reçoivent dans leur ſubſtance eſt augmentée, ou que la force de celui qu'ils y renferment naturellement eſt plus ou moins excitée. Si cette puiſſance du feu paſſe de certaines bornes, les corps ſur leſquels il l'exerce ſe fondent ou s'évaporent; dans ce cas le feu n'ayant plus d'antagoniſte, force par ſa tendance *quaquaverſum*, les parties des corps à ſe fuir, à s'écarter l'une de l'autre de plus en plus, juſqu'à ce qu'enfin il les ait entiérement ſéparées.

La force répulſive des corps, n'eſt autre choſe que l'action du feu.

De grands Philoſophes conſidérant avec quelle force les parties des corps s'éloignent l'une de l'autre dans l'évaporation, (puiſque la vapeur qui ſort de l'eau bouillante augmente ſon volume juſqu'à 14000 fois,) ont ſuppoſé dans les particules des corps une vertu répulſive, par laquelle, quand elles ſont hors de la ſphere d'activité de la force, (quelle qu'elle ſoit,) qui les fait tendre vers leur centre commun, elles s'écartent, & ſe fuyent, pour ainſi dire; mais cette vertu répulſive pourroit bien n'être autre choſe que l'action que le feu exerce ſur eux, cette action acquiert d'autant plus de force que ces particules s'éloignent davantage de la ſphere

de leur tendance mutuelle; ainſi de ces deux forces combinées, *la tendance vers un centre*, & *l'effort que fait le feu pour s'y oppoſer*, réſultent tous les aſſemblages & toutes les diſſolutions de l'Univers, la tendance des corps les uns vers les autres, les uniſſant, les comprimant, les connectant, &c. & le feu au contraire les écartant, les ſéparant, les raréfiant, &c.

Il faut donc examiner les différens effets qui réſultent des combinaiſons de ces deux pouvoirs.

II.

Des cauſes de la chaleur des corps.

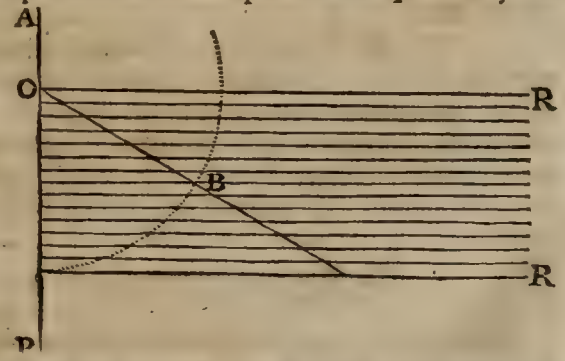
Un corps s'échauffe, ou parce qu'il reçoit plus de feu dans ſes pores, ou parce que celui qui y eſt renfermé, reçoit un nouveau mouvement, & par conſéquent une nouvelle force.

Il me ſemble qu'on peut rapporter les différentes cauſes qui peuvent produire ces deux effets ſur les corps, à deux principales.

Deux cauſes de la chaleur des corps.

La premiére eſt la préſence du Soleil, & la direction des rayons qu'il nous envoye; les corps reçoivent par la préſence du Soleil, un nouveau feu dans leurs pores, & ils en reçoivent d'autant plus que l'incidence de ſes rayons eſt plus perpendiculaire.

Car les rayons perpendiculaires ſont plus denſes que les rayons obliques, le plan perpendiculaire *AP*, reçoit tous les rayons qui tombent dans l'eſpace *RR*; mais il n'en recevroit environ que la moitié, s'il étoit incliné dans la direction *OB*, & il en recevroit d'autant



moins que ſa poſition ſeroit plus oblique : donc puiſque le même eſpace reçoit plus de rayons, il doit être plus échauffé.

La ſeconde cauſe qui manifeſte le feu, & qui interrompt l'équilibre auquel il tend, c'eſt l'attrition des corps les uns contre les autres. Toutes les façons dont le feu d'ici-bas peut être excité, ne ſont que des modifications de cette cauſe, de même que tous nos ſens ne ſont qu'un tact diverſifié.

Comment les premiers hommes ont connu le feu.

C'eſt peut-être cette attrition des corps qui a fait connoître le feu aux premiers hommes. L'embraſement de quelques forêts, que l'agitation de leurs branches aura produit, ou le choc de deux cailloux, leur auront fait connoître cet être qui les animoit, & dont ils ne ſoupçonnoient pas même l'exiſtence.

Ainſi les premiers hommes auront pû voir long-tems la lumiére du Soleil, & ſentir ſa chaleur; ils auront pû éprouver les viciſſitudes du froid & du chaud cauſées par la ſanté & la maladie, ſans avoir aucune idée du feu; c'eſt-à-dire, de cet être que nous avons le pouvoir d'exciter, & pour ainſi dire de créer : car le premier feu que les hommes ont produit, a dû leur paroître une création véritable.

La Nature ayant laiſſé deviner aux hommes le ſecret du feu, ils auront dû être encore long-tems ſans ſe douter que les rayons du Soleil, & le feu qu'ils allument, fuſſent de la même nature; il a fallu que l'invention admirable des Verres brûlans leur ait appris que ce Soleil, dont le retour leur apporte la ſanté, & rajeunit toute la Nature, avoit la vertu de tout détruire, comme de tout vivifier; & que l'effet de ſes rayons, lorſqu'ils ſont raſſemblés, ſurpaſſe de beaucoup ceux du feu d'ici-bas.

III.

Du Feu produit par le frottement.

Cette ſeconde cauſe, qui décéle le feu, agit d'autant plus puiſſamment, que les corps que l'on frotte s'appliquent plus

immédiatement l'un contre l'autre ; ainſi trois choſes peuvent augmenter l'effet que le feu produit par l'attrition.

1°. La maſſe des corps.

2°. Leur élaſticité.

3°. La rapidité du mouvement.

La maſſe des corps fait que leurs parties ſe touchent en plus de points ; c'eſt pourquoi un fluide, ou quelque matiére onctueuſe interpoſée entre deux, diminue beaucoup la chaleur qu'ils conçoivent par le frottement : car ce fluide s'oppoſe au contact immédiat de ces corps en ſe gliſſant entr'eux ; c'eſt en partie pour cette raiſon que l'on graiſſe les moyeux des roues.

L'élaſticité des corps fait que les oſcillations de contraction & de dilatation que le frottement excite en eux, ſe communiquent juſqu'à leurs parties les plus inſenſibles, & que par conſéquent le feu retenu dans leurs pores, acquiert un plus grand mouvement.

Enfin la rapidité du mouvement de ces corps augmente cette action du feu ; car toute cauſe produit des effets d'autant plus grands, qu'elle eſt plus ſouvent & plus continuement appliquée.

La production du feu par le frottement, ſuit les loix du choc.

Ainſi la production du feu, par le frottement, ſuit les loix générales du choc des corps, puiſqu'elle dépend de la maſſe & de la vîteſſe, quoique peut-être dans une proportion qui n'eſt pas aſſignable, par les changemens que la différente contexture des parties internes des corps y doit apporter.

L'attrition ne produit point le feu, mais elle le décéle.

L'attrition ne fait que déceler le feu que les corps contiennent dans leur ſubſtance ; alors cette balance établie par le Créateur entre la puiſſance du feu & la tendance des parties des corps vers leur centre, n'eſt plus en équilibre, & cette ſupériorité de force, que le feu acquiert par l'augmentation de ſon mouvement, ſe manifeſte par la chaleur des corps que l'on frotte, & quelquefois par leur embraſement. Cet effet n'eſt point produit par l'air, comme quelques-uns l'ont prétendu, puiſqu'il s'opére dans le vuide.

Les corps les plus élaſtiques étant ceux qui s'échauffent le

plus par le frottement, cette cauſe doit produire peu d'effet ſur les fluides, & elle en produit d'autant moins, qu'ils ſont moins élaſtiques; c'eſt pourquoi l'eau pure s'échauffe très-difficilement par le mouvement ſeul, ſes parties échappant par leur liquidité aux frottemens néceſſaires pour mettre en action le feu retenu dans ſes pores ; mais l'air au contraire, qui eſt très-élaſtique, s'échauffe très-ſenſiblement par l'attrition; car lorſque les fluides s'échauffent, ſoit par l'agitation ou par la mixtion, ils ne s'échauffent que par le frottement de leurs parties inſenſibles.

Les fluides s'échauffent très-difficilement par le frottement.

L'attrition eſt le moyen le plus puiſſant pour exciter le feu.

L'attrition des corps eſt en même-tems la plus univerſelle & la plus puiſſante cauſe pour exciter la puiſſance du feu; les effets qui ſont pour nous le dernier période de ſa puiſſance, & que le plus grand Miroir ardent n'opére que par un tems choiſi, la percuſſion les produit en tout tems, & en tout lieu, dans le vuide, comme dans le plein, par la gelée la plus forte, comme par le tems le plus chaud : car ſi vous frappez fortement une pierre contre un morceau de fer, il en ſort, en quelque tems que ce ſoit, des étincelles, qui, étant reçûes ſur un papier, ſe trouvent autant de petits globes de verre produits par la vitrification de la pierre ou du métal, & peut-être de tous les deux enſemble : c'eſt là ſans doute un des plus grands miracles de la Nature, que le feu le plus violent puiſſe être produit en un moment par la percuſſion des corps les plus froids en apparence.

En examinant les effets du feu ſur les corps, on va de miracles en miracles. Nous venons de voir comment la percuſſion augmente la puiſſance du feu en augmentant ſon mouvement; voyons à préſent comment le feu agit ſur les corps, lorſqu'ils en reçoivent une nouvelle quantité dans leur ſubſtance.

IV.

De l'action du Feu ſur les Solides.

Le Feu raréfie tous les corps; c'eſt une vérité que l'on a

tâché d'établir dans la premiére Partie de cet Ouvrage. Les fluides, les ſolides, tous les corps enfin ſur leſquels on a opéré juſqu'à préſent, éprouvent cet effet du feu; & tous les autres effets qu'il opére ſur eux, ne ſont que les différens degrés de cette raréfaction.

Je vais commencer par examiner les progrès & les bornes de cet effet du feu dans les ſolides.

Cette dilatation n'étend pas les corps ſeulement en longueur, mais ſelon toutes leurs dimenſions; & cela doit être ainſi, puiſque l'action du feu ſe porte également de tous côtés; ainſi un Cylindre de cuivre ne paſſe plus, lorſqu'il eſt chaud, à travers le même anneau qui le tranſmettoit avant d'être échauffé. *Le feu étend les corps ſelon toutes leurs dimenſions.*

Un Philoſophe de nos jours, qui joint l'adreſſe de la main aux plus grandes lumiéres de l'eſprit, a porté cette découverte à ſa derniére perfection, par l'invention d'un inſtrument qui nous fait voir la $\frac{1}{12500}$.^{e} partie d'un pouce dans l'augmentation du volume des corps; ainſi la plus petite différence qui puiſſe être ſenſible pour nous, tombe ſous nos yeux par le moyen du Pyrometre. Cet inſtrument admirable nous a appris :

1°. Que la Craie blanche elle-même, que l'on croyoit être exceptée de cette régle générale de la dilatation, y eſt ſoûmiſe, & qu'il ne nous manque vraiſemblablement que des inſtrumens, & des yeux aſſez fins, pour nous appercevoir de celle du Sable, des rayons de la Lune, & de tous les autres corps. *Tous les ſolides ſe dilatent.*

2°. Que cette dilatation des corps eſt plus grande dans les plus légers, & moindre dans ceux qui ont plus de maſſe; mais elle ne ſuit ni la raiſon directe de la maſſe, ni celle de la cohérence des parties, ni une raiſon compoſée des deux, mais une raiſon inaſſignable: car cet effet du feu ſur les corps dépend de leur fabrique interne, que nous ne découvrirons vraiſemblablement jamais. *La raiſon que ſuit cette dilatation, eſt inconnue.*

3°. Que cette expenſion des corps ne ſuit point non plus la quantité du feu; il eſt bien vrai que plus le feu augmente,

Un feu double n'opére pas une expenſion double, & pourquoi.

plus la dilatation augmente auſſi, mais non pas proportionnellement; la dilatation opérée par deux meches d'Eſprit de Vin, par exemple, n'eſt pas double de celle qu'une ſeule meche opére, mais un peu moindre; & celle que trois meches produiſent eſt encore dans une moindre raiſon.

Le feu en dilatant les corps les allonge, & il fait ſur eux le même effet que s'ils étoient étendus par une force externe quelleconque: la pulſion interne du feu, & la traction appliquée extérieurement, produiſant le même effet, qui eſt l'allongement du corps. Or le ſçavant M. Bernoulli a démontré que l'extenſion des fibres ſemblables & homogénes, chargées de poids différens, eſt moindre que la raiſon des poids, & que cette raiſon diminue à meſure que l'extenſion augmente: il en eſt de même de la dilatation des corps par le feu, car il les dilate d'autant moins, qu'il les a déja plus dilatés: ainſi une barre de Fer froide eſt comme une corde non tendue, ces corps s'allongent tous deux, le fer par le feu qu'on lui applique, & la corde par le poids dont on la charge; & il faudra d'autant plus de poids & de feu pour produire une même extenſion, que le fer ſera déja plus dilaté, & la corde plus tendue; car l'extenſion de la corde & la dilatation du fer ſont fixées. Ce qu'on dit de l'extenſion en longueur peut s'appliquer à la dilatation en largeur, hauteur, &c.

4°. On ſuit la marche du feu dans la dilatation des corps à l'aide du Pyrometre: cette dilatation eſt plus lente au commencement; car le feu eſt quelque tems à pénétrer dans les pores des corps, & à vaincre la réſiſtance de leurs parties; mais lorſqu'il l'a ſurmontée, ſon action étant plus forte, le corps ſe dilate davantage: enfin la dilatation eſt plus lente à la fin lorſqu'elle eſt prête d'atteindre ſon dernier degré, car alors le feu ayant ouvert les pores des corps, il eſt tranſmis en partie à travers ces pores dilatés: or ce corps ne recevant que la même quantité de feu, & en tranſmettant une partie, les progrès de ſa dilatation doivent être moindres.

5°. Le tems dans lequel cette raréfaction s'opére par un même feu, eſt différent dans les différens corps, & ne

ſuit

ſuit aucune raiſon aſſignable. La ſeule régle générale, c'eſt que plus un corps acquiert de chaleur, & plus ſa dilatation s'opére lentement.

6°. Les Métaux ne ſe fondent pas tous au même degré de chaleur; le Pyrometre nous apprend bien à la vérité la quantité de leur expenſion; mais il ne nous informe pas du degré de chaleur qu'ils acquiérent dans cette expenſion & dans la fuſion.

M. Muſſchenbroek, Inventeur du Pyrometre, imagina de découvrir la chaleur des Métaux en fonte, par la quantité de raréfaction que les différens Métaux feroient éprouver au Fer, de même que l'on connoît la chaleur des liqueurs par le degré de raréfaction qu'elles opérent ſur l'Eſprit de Vin, ou ſur le Mercure; car le Fer étant celui de tous les Métaux qui ſe fond le plus tard, il eſt le plus propre à marquer ces différences.

Cette chaleur des Métaux en fonte ne ſe trouve encore aſſervie à aucune régle; elle ne ſuit pas même la proportion de la dilatation: car le Plomb, qui ſe dilate preſque autant que l'Etain par un même feu, ſe trouve cependant avoir beſoin pour ſe fondre, d'un feu preſque double de celui qui fond l'Etain.

Une choſe qui eſt encore aſſez ſinguliére, c'eſt que deux Métaux quelconques mêlés enſemble, ſe fondent à un moindre feu, que s'ils étoient ſéparés.

7°. Lorſque la dilatation des corps eſt à ſon dernier période, leurs parties ſont obligées de céder à l'action du feu, & de ſe ſéparer; alors le feu les fait paſſer de l'état de ſolides à celui de fluides; & c'eſt là le dernier période de l'action du feu ſur eux: car leurs pores étant ſuffiſamment dilatés, ils rendent autant de particules de feu qu'ils en reçoivent, ainſi la chaleur des corps n'augmente plus après la fuſion.

Les métaux ne s'échauffent plus après la fuſion.

Si la puiſſance du feu ſur les corps n'étoit pas bornée, le feu détruiroit bientôt l'Univers; ces bornes que le Créateur lui a impoſées, & qu'il ne franchit jamais, prouvent qu'il y a des parties parfaitement ſolides dans la Nature, & que Dieu ſeul peut les diviſer.

S'il n'y avoit pas des parties parfaitement ſolides, tout deviendroit feu.

Le feu ſépare les corps juſques dans leurs parties élémentaires.

Ainſi l'action du feu, lorſqu'elle eſt à ſon dernier période de puiſſance, ſépare les corps juſques dans leurs parties élémentaires ; un grain d'Or fondu avec 100000 grains d'Argent, ſe mêle de façon avec l'Argent, que ces deux Métaux forment dans la fuſion une liqueur dorée ; & ſi après la fuſion on ſépare un grain de toute cette maſſe, on retrouve entre l'Or & l'Argent la même proportion de 100000 à 1, & l'on n'a point encore trouvé les bornes de cette incorporation de l'Or dans l'Argent ; ce qui prouve aſſûrément que le feu ſépare les corps juſques dans leurs parties conſtituantes élémentaires.

On voit dans cette expérience un exemple des deux plus puiſſants effets du feu ſur les corps ; l'un de les déſunir & de les ſéparer juſques dans leurs principes, & l'autre de les aſſembler & les incorporer enſemble.

Ces deux effets ſi différens, qui paroiſſent l'αλφα & l'ωμέγα de la Nature, (ſi je puis m'exprimer ainſi,) le feu les opére par cette même propriété qui lui fait raréfier tous les corps ; car pour que deux corps ſoient auſſi intimement unis que l'Or & l'Argent dont je viens de parler, il faut qu'ils ayent été diviſés juſques dans leurs principes, & que leurs plus petites particules ayent pû s'unir intimement l'une à l'autre ; ainſi le feu eſt le plus puiſſant, & peut-être le ſeul agent de la Nature pour unir & pour ſéparer ; il fait le Verre, l'Or, le Savon, &c. & il diſſout tous ces corps, il paroît être enfin la cauſe de toutes les formations & de toutes les diſſolutions de la Nature.

Le feu agit différemment ſur les différens corps ſuivant la cohérence, la maſſe, la glutinité de leurs parties, &c. & tous ces différents effets dépendent de l'action & de la réaction perpétuelle du feu ſur les corps, & des corps ſur le feu ; c'eſt toûjours la même cauſe qui ſe diverſifie en mille façons différentes ; mais cette cauſe s'arrête dans tous les corps à ces parties élémentaires ſur leſquelles le feu ne peut agir.

Puiſque le feu dilate tous les corps, puiſque ſon abſence les contracte, les corps doivent être plus dilatés le jour que

la nuit, les maiſons plus hautes, les hommes plus grands, &c. ainſi tout eſt dans la Nature dans de perpétuelles oſcillations de contraction & de dilatation, qui entretiennent le mouvement & la vie dans l'Univers : car le mouvement ſe perd en partie par la réſiſtance des corps durs, & le manque d'élaſticité dans les corps mols ; mais le feu le conſerve, & les créatures animées le renouvellent : les Newtoniens diroient que la gravitation eſt encore une des cauſes qui empêche le mouvement de périr.

La chaleur doit dilater les corps ſous l'Equateur, & les contracter ſous le Pole ; c'eſt pourquoi les Lappons ſont petits & robuſtes ; & il y a grande apparence que les Animaux & les Végétaux qui vivent ſous le Pole, mourroient ſous l'Equateur, *& vice versâ*, à moins qu'ils n'y fuſſent portés par des gradations inſenſibles, comme les Cometes paſſent de leur aphélie à leur périhélie.

Cette chaleur de l'Equateur doit élever la terre dans cette région, & abbaiſſer celle du Pole ; mais cette élevation cauſée par la chaleur ſeulement, doit être inſenſible pour nous.

Les corps s'échauffent plus ou moins, & plus ou moins vîte, ſelon leur couleur ; ainſi les corps blancs compoſés de particules très-compactes & très-ſerrées, cédent plus difficilement à l'action du feu, c'eſt pourquoi ils réfléchiſſent preſque toute la lumiére qu'ils reçoivent ; les noirs, au contraire, compoſés de particules très-déliées, cédent aiſément à l'action du feu, & l'abſorbent dans leur ſubſtance ; ainſi un corps noir, toutes choſes égales, peſe ſpécifiquement moins qu'un corps blanc : c'eſt la facilité avec laquelle le noir s'échauffe, qui rend les terres noires bien meilleures que les blanches.

Les corps s'échauffent plus ou moins, ſelon leur couleur.

Ce n'eſt pas ſeulement le noir & le blanc qui s'échauffent différemment par un même feu, mais les ſept couleurs primitives s'échauffent à des degrés différens. J'ai fait teindre un morceau de drap des ſept couleurs du priſme, & l'ayant mouillé également, l'eau, par un même feu, s'eſt retirée des pores de ces couleurs dans cet ordre, à commencer par celles

qui ſe ſéchérent le plus vîte : *violet*, *indigo*, *bleu*, *verd*, *jaune*, *orangé* & *rouge*. La réflexion des rayons ſuit le même ordre, & cela ne peut être autrement : car le corps qui abſorbe le moins de rayons, eſt ſûrement celui qui en réfléchit davantage.

Si les rayons de différentes couleurs n'auroient point différentes vertus brûlantes ?

Une expérience bien curieuſe, (ſi elle eſt poſſible,) ce ſeroit de raſſembler ſéparément aſſez de rayons homogenes pour éprouver ſi les rayons primitifs qui excitent en nous la ſenſation des différentes couleurs, n'auroient pas différentes vertus brûlantes ; ſi les *rouges*, par exemple, donneroient une plus grande chaleur que les *violets*, &c. c'eſt ce que je ſuis bien tentée de ſoupçonner :

Natura eſt ſibi ſemper conſona.

Or les différens rayons ne nous donnent la ſenſation des différentes couleurs, que parce que chacun d'eux ébranle le nerf optique différemment ; pourquoi ne feront-ils pas auſſi des impreſſions différentes ſur les corps qu'ils conſument, & ſur notre peau ? Il y a grande apparence, ſi cela eſt ainſi, que les *rouges* échauffent davantage que les *violets*, les *jaunes* que les *bleus*, &c. car ils font des impreſſions plus fortes ſur les yeux ; la plus grande difficulté eſt peut-être de s'appercevoir de ces différences, le ſens du tact ne paroiſſant pas ſuſceptible de ſentir des variétés auſſi fines que le ſens de la vûe : quoi qu'il en ſoit, il me ſemble que cette expérience mérite bien d'être tentée, elle demande des yeux bien philoſophiques, & des mains bien exercées : je ne me ſuis pas trouvée à portée de la faire ; mais à qui peut-on mieux s'adreſſer pour l'exécuter, qu'aux Philoſophes qui doivent juger cet Eſſai ?

V.

Comment le Feu agit ſur les Liquides.

On ſçauroit peu de choſe ſur la façon dont le feu agit ſur les liquides, ſans la découverte de M. Amontons ; on

ſçait que ce ſçavant homme, en cherchant le moyen de faire un Thermometre plus parfait que celui de Florence, découvrit que l'eau qui bout, acquiert un degré de chaleur déterminé, paſſé lequel elle ne s'échauffe plus par le plus grand feu ; ainſi le dernier période de la puiſſance du feu ſur les liquides, c'eſt l'ébullition.

L'eau bouillante n'acquiert plus de chaleur.

Le célébre M. de Reaumur, & Faheinrheit, cet Artiſan Philoſophe, ont perfectionné tous deux cette découverte d'Amontons.

M. de Reaumur a remarqué que l'eau ne fait pas monter le Thermometre à ſon dernier période dans le moment même de l'ébullition, mais quelque tems après, & que ce tems va même quelquefois juſqu'à un quart d'heure ; ce Philoſophe nous en a appris la raiſon : la liqueur du Thermometre ſe refroidit en montant dans le tube ; ainſi la chaleur de l'eau n'augmente pas réellement après l'ébullition, mais elle paroît augmenter, & cette augmentation apparente a trompé pluſieurs Phyſiciens avant la remarque de M. de Reaumur.

Faheinrheit de ſon côté a découvert que la preſſion de l'Atmoſphere augmente cette chaleur que l'eau acquiert en bouillant ; en ſorte que plus l'Atmoſphere eſt peſant, plus il faut de feu pour faire bouillir l'eau. Cette découverte eſt confirmée par ce qui arrive dans le vuide, où l'eau qui n'étoit que tiéde dans l'air, boût dans le moment qu'on la met ſous le récipient.

Pourquoi ?

Cette découverte de Faheinrheit eſt d'autant plus belle, qu'on en voit aiſément la raiſon ; car lorſque la ſurface de l'eau eſt preſſée par un plus grand poids, le feu ſépare plus difficilement ſes parties, & par conſéquent il faut une plus grande quantité de feu pour la faire bouillir, puiſque c'eſt dans cette ſéparation des parties des liquides que conſiſte l'ébullition ; ainſi il eſt vraiſemblable que l'eau preſſée par un poids pareil à celui que l'Atmoſphere auroit à 409640 toiſes de la ſurface de la terre, brilleroit comme les métaux en fonte ; car le poids de l'Atmoſphere à cette profondeur, ſeroit égal à celui de l'Or, ſuivant le calcul de M. Mariotte.

Cette propriété de l'eau de ne point augmenter sa chaleur passé l'ébullition, appartient à tous les fluides, ainsi :

Il en est de même des autres fluides.

1°. Ils acquiérent tous des degrés de chaleur différens dans l'ébullition : car il faut que le feu soit en plus grande quantité pour faire les mêmes effets sur les corps qui lui opposent une plus grande résistance ; mais cette quantité de feu plus ou moins grande, que les différents liquides reçoivent dans leurs pores, ne dépend point de leur masse ; car l'Huile qui est plus légére que l'eau, acquiert cependant près de trois fois autant de chaleur que l'eau avant de bouillir ; & l'Esprit de Vin qui est aussi plus léger que l'eau, acquiert moins de chaleur qu'elle dans l'ébullition.

Le Mercure est un des fluides à qui il faut un plus grand feu pour bouillir ; ainsi on connoît avec certitude le plus grand degré de chaleur des autres liquides, à l'aide des Thermometres qui sont composés de Mercure, de même que le Fer, qui est celui de tous les métaux qui se fond le plus difficilement, sert à faire connoître la chaleur des autres métaux en fonte.

2°. Les fluides se raréfient d'autant plus promptement, qu'ils sont plus légers ; ainsi l'air est celui de tous à qui il faut un moindre feu pour commencer à se raréfier ; ensuite l'alcohol, l'huile de Pétrole, &c. & ainsi de suite, suivant leur pesanteur spécifique.

Tous les fluides se raréfient.

3°. Tous les fluides sur lesquels on a opéré jusqu'à présent, se sont raréfiés : ainsi il y a la plus grande vraisemblance qu'ils se raréfient tous, comme tous les solides se dilatent.

Cette raréfaction ne suit point la densité des liqueurs.

4°. La quantité de cette raréfaction, depuis le froid artificiel produit par l'Esprit de Nitre, jusqu'à l'ébullition, est différente dans les différents fluides ; mais elle ne suit ni la raison de la pesanteur spécifique ni celle de la glutinité des parties, ni aucune raison constante : car l'Esprit de Vin, qui est plus léger que l'eau, augmente son volume de $\frac{1}{9}$.^{e} & l'eau seulement de $\frac{1}{23}$.^{e} ; mais le Mercure, dont la pesanteur spécifique est à celle de l'eau comme 14 à 1, augmente le sien de $\frac{1}{171}$.^{es}. Ainsi il en faut toûjours revenir à la contexture

intime des corps, quand on veut expliquer les effets que le feu fait sur eux; & comme nous ne la connoîtrons jamais, il y aura toûjours pour nous des exceptions aux régles les plus générales.

5°. La raréfaction de presque tous les fluides s'opére par des espéces de sauts inégaux; le Mercure est celui de tous qui se raréfie le plus également, & c'est un des avantages des Thermometres qui en sont composés.

6°. L'Air qui est de tous les fluides celui qui se raréfie le plus, ne parvient jamais jusqu'à l'ébullition: sa raréfaction est telle, que la chaleur de l'eau bouillante augmente son volume d'un tiers; & c'est encore à M. Amontons à qui nous devons cette découverte : cette grande raréfaction est peut-être ce qui l'empêche de bouillir, de même que l'Esprit de Vin ne bout point au foyer d'un verre ardent, parce qu'il s'évapore dans le moment; ainsi le dernier période de la puissance du feu sur les liquides, est à la vérité l'ébullition comme la fusion sur les solides; mais cependant si son action est continuée, leurs parties s'évaporent.

7°. Le mêlange des différentes liqueurs, produit des effets très-singuliers. Effets surprenans des différentes mixtions des liqueurs.

Quelquefois les liqueurs mêlées s'enflamment, & c'est ce qu'on appelle *des fulminations;* plusieurs Huiles font cet effet avec de l'Esprit de Nitre.

Dans d'autres mêlanges, il se fait une grande efferveſcence, qui produit le refroidissement des liqueurs; tel est l'effet de l'Huile de Térébenthine avec de l'Esprit de Vin; & c'est ce qui fait les fermentations froides dont j'ai parlé dans ma premiére Partie.

D'autres liqueurs au contraire, s'échauffent très-sensiblement par l'efferveſcence de leur mixtion: ainsi l'Esprit de Vin mêlé avec de l'eau fait monter * le Thermometre de 18 degrés. L'Esprit de Vin fait le même effet avec notre sang, qu'avec l'eau; c'est ce qui fait que les liqueurs

* Le degré de froid & de chaud dont je parle, ont été mesurés au Thermometre de Fahenrheit

ſpiritueuſes ſont ſouvent mortelles quand on en abuſe.

Dans les fermentations chaudes, le mêlange s'échauffe dans le moment même de la mixtion, la Poudre à Canon ne prend pas feu plûtôt; & lorſque le mêlange eſt parfait, la liqueur ne s'échauffe plus, quelque fort qu'on la remue.

Il y a bien de l'apparence que la chaleur des liquides qui s'échauffent par la mixtion, eſt produite par la même cauſe qui fait que les ſolides s'échauffent par le frottement.

Il y a des mêlanges qui s'échauffent plus que d'autres, parce que les particules des liqueurs qui les compoſent agiſſent plus puiſſamment les unes ſur les autres; de même que certains corps acquiérent plus de chaleur que d'autres, par l'attrition de leurs parties.

Cette chaleur dure juſqu'à ce que le mouvement où ſont les liquides ceſſe; alors ils retournent à leur premiére température, de même que la chaleur que les ſolides acquiérent par le frottement, ſe diſſipe dès que le mouvement interne de leurs parties vient à ceſſer.

L'analogie ſeroit parfaite, s'il y avoit des corps ſolides qui ſe refroidiſſent par le frottement, comme il arrive à quelques liqueurs par la mixtion; mais nous n'en connoiſſons point: ainſi il paroît plus difficile de connoître ce qui cauſe les fermentations froides que les chaudes.

Il eſt cependant vraiſemblable que c'eſt toûjours la même cauſe qui agit dans les unes & dans les autres; toute la différence conſiſte en ce que dans les fermentations chaudes, les particules ignées font évaporer les particules les plus légéres des liqueurs; & que dans les froides, ce ſont les parties de feu qui s'évaporent: ainſi ces effets ſi différents dépendent de la façon dont les particules des différentes liqueurs agiſſent les unes ſur les autres.

Mais l'effet le plus ſingulier de ces mêlanges, & qui paroît entiérement inexplicable, c'eſt que deux quantités égales, mais différemment échauffées d'un liquide quelconque, prennent par la mixtion un degré de chaleur, qui eſt la moitié de la différence de la chaleur que ces deux portions du liquide avoient

avoient avant d'être mêlées; ainsi une livre d'eau qui tient le Thermometre à 32 degrés, étant mêlée à une autre livre d'eau bouillante qui le tient à 212, fera monter le Thermometre après la mixtion, à 90 : or 90 est la moitié de la différence de 32 à 212.

De quelque façon qu'on explique ce Phénomene si singulier, il est toûjours certain qu'il est une nouvelle preuve de l'égalité avec laquelle le feu se répand dans les corps.

Dans toutes les fermentations, soit chaudes, soit froides, le mouvement dure jusqu'à ce que le combat entre l'action du feu & la tendance que les parties des corps ont à s'unir vienne à cesser; ainsi ces fermentations dépendent aussi de la combinaison de ces deux pouvoirs.

VI.

Comment le Feu agit sur les Végétaux & sur les Animaux.

Le Thermometre nous apprend que les créatures qui ont reçû la vie, contiennent une plus grande quantité de feu que les autres corps de la Nature : la plus grande chaleur de l'Eté étant, dans nos climats, de 80 degrés, & rarement de 84 degrés; & celle d'un Homme sain de 90 ou 92 degrés, & même dans les Enfans elle va jusqu'à 94. Ainsi le principe de la vie paroît être dans le feu, puisque les créatures animées en ont reçû une plus grande quantité que les autres, & que les Enfans, en qui le principe de la vie est encore tout entier, ont un plus grand degré de chaleur que les Hommes faits, & les Hommes faits plus que les Vieillards.

Le principe de la vie paroît être dans le feu.

La chaleur du sang d'un Bœuf est à celle de l'eau bouillante à peu-près comme $14\frac{3}{11}$ est à 33, c'est-à-dire, un peu moins de la moitié; la chaleur de l'eau bouillante fait monter le Thermometre à 212 degrés dans l'air ordinaire; ainsi ces Animaux ont un plus grand degré de chaleur que nous, aussi sont-ils plus vigoureux.

Le célébre Boërhave, dans son admirable Traité du Feu, rapporte qu'ayant mis plusieurs Animaux dans un lieu où *Page 148.*

l'on séche le Sucre, & dont la chaleur étoit de 146 degrés, non-seulement ils y moururent tous en peu de tems, mais leur sang & toutes leurs humeurs se corrompirent, de façon qu'ils rendoient une odeur insupportable. Les Hommes ne peuvent soûtenir la chaleur de ce lieu; & il faut que les Ouvriers qui y travaillent, se relayent presque à chaque instant pour aller respirer de nouvel air. M. Boërhave conclut de cette expérience & de quelques autres, que nous mourrions bientôt, si l'air qui nous entoure faisoit seulement monter le Thermometre à 90 degrés; ainsi nous pouvons regarder à peu de chose près ce degré de chaleur comme le point auquel toute l'espéce animale périroit.

Quel degré de chaleur feroit périr tous les Animaux.

En 1709 le Thermometre fut à 0 degrés en Islande, & l'espéce animale ne périt point; ainsi il est vraisemblable que nous pouvons supporter un plus grand froid, pourvû qu'il ne soit pas continu.

La végétation cesse au point de la congélation : car quoique les Arbres & quelques Herbes, comme l'herbe à foin, y résistent, elles ne végétent point tant que l'air a cette température; ainsi ce terme peut être regardé comme celui de la végétation du côté du froid; & s'il étoit continué, les Arbres & les Plantes ne végétant plus, seroient bientôt entiérement détruits.

Quel degré de froid & de chaud, les Végétaux peuvent soûtenir.

Le degré de chaleur de la Cire fondue, qui, nageant sur de l'eau chaude, commence à se coaguler, peut être regardé comme le point extrême de la végétation du côté du chaud : car puisqu'une plus grande chaleur fondroit la Cire, qui est une substance végétale, cette chaleur disperseroit & sépareroit les matiéres nutritives, au lieu de les amasser & de les unir, & les Plantes ne pourroient que dépérir.

VII.

De l'aliment du Feu.

On sçait assez que ce qu'on appelle l'aliment du Feu, *pabulum ignis*, sont les parties les plus légéres des corps, que

le feu enleve, & qui disparoissent entiérement pour nous. Les opérations chymiques nous font voir que l'Huile contient seule cet aliment du feu; on retrouve tous les autres principes, lorsqu'on rassemble les exhalaisons que le feu tire des corps, l'Huile seule se consomme, & échappe entiérement à nos sens.

Quel est l'aliment du feu.

De grands Philosophes ont cru que cet aliment du feu, qui disparoît entiérement pour nous, n'étoit autre chose que le feu lui-même, qui se dégageoit d'entre les pores des corps qui se consumoient; mais si cela étoit, les matiéres qui restent après des opérations réitérées, comme le *caput mortuum*, par exemple, devroient toûjours être inflammables : car certainement cette tête-morte n'est pas entiérement privée de feu; cependant le feu ne peut plus rien sur elle : Donc elle ne contient plus cette matiére sur laquelle le feu exerçoit sa puissance : Donc cette matiére n'étoit pas du feu.

Que l'aliment du feu n'est pas du feu.

De plus, il y a des corps qui contiennent beaucoup plus de ce *pabulum*, de cette huile qui nourrit le feu, que d'autres : & cependant tous contiennent également de feu dans un même air; c'est ce qui a été, je crois, invinciblement prouvé : Donc l'aliment du feu n'est pas du feu.

Mais que sera-ce donc?

Les parties les plus tenues & les plus volatiles des corps, lesquelles cédant plus facilement à l'action du feu que les autres, s'envolent avec lui dans l'air où elles se dissipent, & ne reparoissent plus à nos yeux, du moins sous la même forme : car l'huile & l'esprit ne sont autre chose que ces parties les plus subtiles, mêlées encore avec quelque flegme dont le feu les dégage.

Mais ces exhalaisons que le feu tire des corps, cette huile qu'il consomme, ne se changent pas non-plus en sa substance; ne deviennent pas du feu; c'est ce que j'ai déja tâché de prouver dans ma premiére partie.

Et qu'il ne se change point en feu.

Voici encore quelques preuves de cette vérité : car on ne peut trop s'en convaincre, si l'on veut avoir quelque idée de la nature du feu.

1°. Si le feu changeoit quelque partie des corps en feu, la matiére ignée augmenteroit à tel point sur la terre par la puissance du feu, que tout deviendroit feu à la fin : or la constitution de notre globe demande qu'il y ait toûjours à peu-près la même quantité de feu, sans quoi tous les germes seroient détruits : Donc, &c.

2°. Il paroît par les plus exactes & les plus anciennes Tables Météorologiques, que la quantité du feu est toûjours la même : Donc, &c.

3°. Les incendies des forêts qui brûlent pendant plusieurs mois, ne changent point, lorsqu'ils sont passés, la température des climats qui les ont soufferts : Donc, &c.

4°. La flamme de l'alcohol (la plus pure de toutes,) nous est visible ; & le cone lumineux qui va fondre l'Or dans le foyer du verre ardent, échappe entiérement à notre vûe ; marque certaine que l'esprit qui compose l'alcohol n'est pas du feu, & qu'il ne se change point en feu : Donc les particules que le feu enleve des corps, & qui disparoissent à nos yeux, ne se changent point en feu.

Ce que c'est que la flamme & la fumée.

A l'égard des parties plus grossiéres des corps, le feu les atténue, & les transforme en un fluide élastique, que nous voyons tantôt sous la forme de fumée, lorsqu'il ne contient pas encore assez de particules de feu pour briller, & tantôt sous celle de flamme, lorsqu'il en contient une plus grande quantité ; ainsi la fumée ne différe de la flamme, que par le plus ou le moins de particules ignées qu'elles contiennent l'une & l'autre ; elles montent toutes deux dans l'air par leur légéreté spécifique, & par l'action du feu qui les enleve & qui tend en en-haut, comme je l'ai déja dit.

En quelle proportion les corps se consument.

Le feu consume les corps plus ou moins vîte, selon leur densité ; ainsi dans un mêlange d'Esprit de Vin, d'Huile, de Camphre, de Sel ammoniac, de Terre & de Limaille de bois, l'Esprit de Vin brûle le premier, & la flamme a la même couleur que s'il étoit seul ; & tous les autres corps de ce mêlange brûlent de même, selon leurs densités respectives.

L'air par son élasticité, & l'atmosphere par son poids, sont

aussi nécessaires au feu pour entretenir son action, que la matiére même qui lui sert d'aliment; ainsi les matiéres les plus combustibles ne brûleroient point sans air; & l'air ne s'enflammeroit jamais, si les exhalaisons ne méloient pas de cette huile alimentaire à sa substance.

Pourquoi l'air est nécessaire au feu pour brûler.

L'atmosphere pese sur un feu d'un pied en quarré, comme un poids de 2240 livres environ; ce poids étant sans cesse agité, & pressant sans cesse par de nouvelles secousses, sur le corps que le feu consume, augmente la puissance du feu dans ce corps, à peu-près par la même raison qu'un corps s'enflamme d'autant plus promptement par le frottement, que celui qui lui est successivement appliqué est plus pesant: car dans tous les feux que nous allumons, l'atmosphere fait sur le corps qui s'enflamme, le même effet qu'un corps qu'on appliqueroit successivement sur un autre par le frottement.

C'est par cette raison que l'eau éteint le feu, & qu'un soufflet l'allume: car l'eau empêche que les oscillations que l'air communiquoit au feu, parviennent jusqu'à lui; & le soufflet au contraire rend les vibrations de l'atmosphere plus fortes & plus fréquentes; la force avec laquelle un soufflet double de Forge pousse l'air dans le feu, étant égale à la 30e partie du poids de l'atmosphere, cette force doit faire sortir l'air avec une grande vîtesse, & le renouveller à chaque moment. On peut juger par-là combien un vent violent doit augmenter le feu.

Pourquoi l'eau éteint le feu, & pourquoi un soufflet l'allume.

Le feu dure tant que l'action & la réaction excitée par cette pression de l'atmosphere subsiste. Ainsi trois choses peuvent faire cesser le feu.

Des causes de l'extinction du feu.

1°. La consommation du corps combustible.
2°. La suppression du poids de l'atmosphere.
3°. La destruction de l'élasticité de l'air.

VIII.

Si le Feu est cause de l'Elasticité.

Cette nécessité de l'air élastique pour entretenir l'action

Le feu n'eſt point la cauſe de l'élaſticité.

du feu, prouve bien clairement, ce me ſemble, que le feu, loin d'être la cauſe de l'élaſticité de l'air, comme quelques phénomenes pourroient d'abord le faire croire, en eſt au contraire le deſtructeur : car on voit toûjours le feu détruire cette propriété dans l'air, & dans tous les corps.

Il la détruit dans l'air & dans tous les corps.

1°. Le feu détend le reſſort de tous les corps, puiſque ce n'eſt que par cet effet qu'il les raréfie : or un corps eſt d'autant moins élaſtique que ſon reſſort eſt plus détendu ; & il n'y a pas même d'autre moyen de faire perdre l'élaſticité à l'air & à tout autre corps, que de détendre ſon reſſort : Donc puiſque celui de l'air & d'un corps quelconque, eſt d'autant plus détendu qu'il eſt plus échauffé, le feu ne peut être la cauſe de l'élaſticité de l'air, ni de celle d'aucun corps.

2°. Il eſt vrai que lorſque l'air eſt comprimé, le feu augmente ſon reſſort ; mais cette augmentation ſuit la raiſon des poids qui le compriment, & non celle du feu qu'on lui applique : Donc ce n'eſt pas le feu qui lui donne l'élaſticité ; & il n'augmente celle de l'air comprimé, que parce que l'air réſiſte à l'effort que fait le feu pour détendre ſon reſſort, à proportion des poids qui le compriment.

3°. L'air de la moyenne région reçoit plus de rayons, & des rayons plus directs que l'air d'ici-bas : car ces rayons n'ont point d'atmoſphere à traverſer, & cependant il eſt bien moins élaſtique que l'air qui eſt près de la ſurface de la Terre : Donc, &c.

4°. Une bougie que l'on met ſous un récipient avant d'en avoir pompé l'air, détruit l'élaſticité de cet air, & ne s'éteint même qu'à cauſe de ce manque d'air élaſtique : cependant ſi le feu cauſoit l'élaſticité, il ne pourroit la détruire, & cet air devroit être très-élaſtique.

5°. Tous les corps perdent leur élaſticité par l'action du feu, l'eau liquide, les métaux en fonte, qui ſont à peu-près aux métaux froids, ce que l'eau liquide eſt à la glace ; tous les corps enfin ceſſent d'être élaſtiques, dès que le feu les a pénétrés : Donc le feu détruit l'élaſticité, loin de la produire. Ce n'eſt pas ici le lieu d'examiner ce que c'eſt que l'élaſticité des

corps, il me ſuffit d'avoir prouvé que le feu, loin d'en être le principe, en eſt le deſtructeur, & que s'il y contribue, c'eſt en s'y oppoſant.

IX.

Si l'Electricité dépend du Feu.

On peut croire avec plus de fondement que le feu eſt la cauſe de l'Electricité. *Le feu paroit être la cauſe de l'électricité.*

L'analogie, ce fil qui nous a été donné pour nous conduire dans le labyrinthe de la Nature, rend, ce me ſemble, cette opinion très-vraiſemblable.

1°. Tous les corps contiennent du feu, preſque tous ont la propriété de retenir & de rendre la lumiére, & tous deviennent électriques, ſi on en excepte les métaux & les liquides; mais ces corps qui ne deviennent point électriques par eux-mêmes, le deviennent par communication; ainſi l'Electricité appartient preſque auſſi généralement à la Nature, que le feu. *Preuves.*

2°. Il n'y a point d'électricité ſans frottement, & par conſéquent ſans chaleur.

3°. Preſque tous les corps électriques manifeſtent au-dehors la cauſe qui les anime, par les étincelles qu'ils jettent dans les ténébres.

4°. Leur lumiére ſubſiſte après que leur électricité eſt détruite, de même qu'il y a des corps qui donnent de la lumiére ſans chaleur.

5°. La gelée & un tems ſerein, ſont plus favorables qu'un grand chaud à l'électricité, comme au miroir ardent.

6°. Le feu & la matiére électrique ont beſoin de l'air pour agir.

7°. Les corps les plus ſuſceptibles de l'électricité, ſont les moins propres à la tranſmettre, de même que les corps réfléchiſſent d'autant moins de lumiére, qu'ils s'échauffent davantage.

8°. L'humidité détruit l'électricité des corps, ſans détruire

leur lumiére, ainſi que l'eau refroidit les corps, mais n'éteint point les Dails, les Vers luiſans, &c.

9°. Les corps homogénes s'empreignent de l'électricité, en raiſon de leur volume, de même que le feu ſe diſtribue ſelon les volumes, & non ſelon les maſſes.

10°. Les corps deviennent plus électriques lorſqu'on les échauffe avant de les frotter.

Il ſemble par tous ces effets, que l'on peut, avec quelque vraiſemblance, regarder le feu comme la cauſe de l'électricité.

Je ne diſconviendrai pas cependant qu'elle en opére d'autres, dont l'analogie ne paroît pas ſi clairement. Telle eſt, par exemple, la lumiére que les corps électriques rendent dans le vuide, &c. Mais je ne propoſe mon opinion ſur cela, que comme un doute que je ſoûmets au Corps reſpectable à qui j'adreſſe cet Eſſai.

Si le feu produit l'électricité, il y a grande apparence qu'il ſe joint à ſon action un atmoſphere particulier qui lui ſert de véhicule, & qui entoure les corps électriques; & que cet atmoſphere eſt la cauſe de ces ſubſaltations des corps légers qui ſont dans la ſphere de ſon activité, & que c'eſt cet atmoſphere qui décide l'eſpéce d'électricité des corps, (peut-être eſt-ce cet atmoſphere qui opére la réflexion de la lumiére;) mais le feu n'en eſt pas moins la cauſe efficiente des phénomenes de l'électricité.

Le Philoſophe ingénieux, qui s'eſt appliqué à ſuivre ces nouveaux miracles de la Nature, peut eſpérer d'en connoître bien-tôt la cauſe, ſi le travail, l'application & la ſagacité de l'eſprit, peuvent ſuffire pour la découvrir.

X.

Comment le Feu agit dans le Vuide.

L'air paroît auſſi néceſſaire au feu pour brûler, qu'aux Animaux pour vivre; cependant la Machine Pneumatique nous a fait voir que cette régle ſi générale a auſſi ſes exceptions.

1°. Du Soufre verſé dans le vuide ſur un Fer chaud, donne

donne une lumiére très-foible à la vérité, & qui s'éteint très-vîte ; mais enfin il s'enflamme.

Quelques corps s'enflamment dans le vuide.

2°. Quelques grains de Poudre à Canon jettés sur ce Fer, s'enflamment sans explosion. M. Hauksbée assûre que lorsqu'on y en jette une plus grande quantité, elle fait explosion & casse même le récipient : Donc l'explosion de la Poudre à Canon ne viendroit point de l'air. Boyle rapporte avoir fait à peu-près la même expérience que M. Hauksbée, avec le même succès.

3o. L'Huile de Gérofle s'y enflamme, & c'est la seule de toutes les Huiles qui ait cette vertu.

4°. Les Pierres & les Métaux se vitrifient dans le vuide par la percussion, mais ils n'y jettent point d'étincelles.

5°. Du Phosphore d'urine enfermé hermétiquement dans une boule de verre, à qui l'on donne un feu de 120 degrés, jette une flamme très-légére.

Je ne parle point des effets du Verre ardent dans le vuide, n'ayant pas eu la commodité de m'en instruire, & de faire les expériences nécessaires.

Il est assez difficile de concevoir comment l'air peut être si nécessaire au feu pour brûler, & comment en même-tems il peut y avoir des corps qui brûlent dans le vuide : car quels seront les corps qui brûleront sans air ? Quelle sera enfin la cause de cette différence ? Seroit-ce que les corps plus inflammables, plus pleins de la matiére qui est l'aliment du feu, comme le Soufre & la Poudre à Canon, s'enflammeroient plus aisément, & que le feu pour les embraser n'auroit pas besoin d'être excité par les secousses & le poids de l'atmosphere ? La foiblesse & le peu de durée de la flamme, que les corps donnent dans le vuide, rendent cette conjecture vraisemblable ; mais il faut avouer qu'elle n'est rien de plus.

Conjecture sur la cause de ce phénomene.

Cependant malgré ces exceptions, les corps en général ne s'allument point dans le vuide, & s'y éteignent très-promptement ; mais ils ne s'y refroidissent que successivement.

Ils s'y refroidissent précisément dans le même espace de tems que dans l'air ; c'est ce dont M. Musschenbroek s'est

Les corps se réfroidissent également

vîte dans le vuide & dans l'air.

convaincu en mettant deux Pyrometres ſous deux récipients, l'un plein d'air, & l'autre entiérement vuide.

Ce refroidiſſement des corps dans le vuide, eſt une des plus fortes preuves de l'équilibre du feu : car ce n'eſt pas aſſûrément parce que l'air prend à tout moment de la chaleur de ces corps, qu'ils ſe refroidiſſent : Donc il faut que ce ſoit par la ſeule tendance du feu à l'équilibre ; ainſi le contact des corps froids accélére le refroidiſſement des corps échauffés, mais il ne le cauſe pas.

L'eau bout d'autant plus promptement dans le récipient, que l'on en a tiré plus d'air ; & les urines de différents Animaux, de même que pluſieurs mêlanges, y bouillent plus ou moins vîte, ſelon que le vuide eſt plus ou moins parfait.

Enfin la plûpart des effervescences, tant chaudes que froides, s'opérent dans le vuide comme dans l'air : il y a même des liqueurs dont le mêlange ne fait point d'effervescence dans l'air, & qui fermentent ſous le récipient ; mais le tems ne me permet pas d'entrer dans ces détails.

XI.

En quelle raiſon le Feu agit.

La Géométrie démontre qu'un corps qui eſt à 4 pieds d'un feu quelconque, en reçoit 16 fois moins de rayons que celui qui n'en eſt qu'à 2 pieds ; & on conclut de cette démonſtration, que la lumiére & la chaleur croiſſent en raiſon inverſe du quarré de la diſtance au corps lumineux.

La régle du quarré des diſtances n'a pas lieu dans la chaleur comme dans la lumiére.

Cette concluſion ſeroit très-juſte, ſi la chaleur & la lumiére étoient aſſervies aux mêmes loix.

La lumiére n'étant que le feu tranſmis en ligne droite juſqu'à nos yeux, ce feu ne peut nous éclairer que par la quantité des rayons qu'il nous envoie.

Mais il paroît qu'il n'en eſt pas de même de la chaleur. Le feu, par ſa chaleur, fait pluſieurs effets ſur les corps, qui ne paroiſſent pas pouvoir être attribués à la quantité ſeule de ſes parties raſſemblées dans un plus petit eſpace.

1°. L'effet le plus prompt & le plus violent que le feu puiſſe faire, ſe produit par l'attrition de deux corps durs : or on ne peut attribuer, ce me ſemble, la vitrification preſque inſtantanée de ces corps, à la ſeule quantité des parties du feu. Le feu n'agit pas ſeulement par le nombre de ſes parties.

Cette expérience prouve encore que tout le feu ne vient pas du Soleil : car elle réuſſit auſſi-bien à l'ombre qu'au Soleil, & la nuit que le jour.

2°. Le Pyrometre nous apprend qu'un feu double n'opére pas un effet double, ni un feu triple un effet triple dans la dilatation des corps : Donc le feu n'agit pas toûjours en raiſon de ſa quantité. Preuves.

3°. Les Phoſphores brûlants produiſent des effets qui ne peuvent être attribués à la ſeule quantité du feu qu'ils contiennent.

4°. La chaleur du cone lumineux qui va fondre l'Or & les Pierres dans le foyer du miroir ardent, eſt à 5 pouces de ce foyer, très-ſupportable à la main, & le Thermometre dans cet endroit, ne monte qu'à 190 degrés : or comment ſe peut-il que par la ſeule denſité des rayons, le feu faſſe des effets ſi différens à 5 pouces de diſtance ſeulement?

5°. Si on ne reçoit pas les rayons que le miroir ardent envoie à ſon foyer, ſur un corps ſolide qui les retienne dans ſa ſubſtance, ces rayons qui auroient vitrifié l'Or & les Pierres expoſés à ce foyer, communiqueront à l'air une chaleur qui ſera à peine ſenſible. Cependant ſi le feu agiſſoit ſeulement par la quantité de ſes parties, l'air devroit être dans cet endroit d'une chaleur qu'on auroit peine à ſupporter; il faut donc que ces effets ayent encore une autre cauſe.

6°. Ce phénomene nous apprend encore que le chaud & le froid ne différent que par la réſiſtance que les corps ſolides apportent à l'action du feu ; c'eſt ce qui fait qu'il regne un grand froid au-deſſus de l'atmoſphere.

7°. Si ces effets ſi prompts & ſi violents du miroir ardent, devoient être attribués à la ſeule quantité des rayons qu'il raſſemble à ſon foyer, il ſeroit impoſſible que la chaleur du Soleil fût ſi modérée, & qu'en Hiver même où il nous donne

une chaleur ſi médiocre, le miroir ardent fit cependant ſes plus grands effets; c'eſt ce que M. Lémery a très bien remarqué : cet habile homme attribue cette différence à l'air qui eſt entre le Soleil & nous, & qui modere la chaleur des rayons du Soleil, comme le bain-marie tempere la chaleur de notre feu; mais ne pourroit-on pas lui répondre que l'air eſt également entre le miroir ardent & ſon foyer, comme entre le Soleil & nous? & que par conſéquent il devroit tempérer les effets des rayons raſſemblés par ce miroir, comme il tempere ceux des rayons que le Soleil nous envoie, le miroir & nos yeux les recevant du Soleil également affoiblis; le peu d'impreſſion que les rayons qui entrent dans nos yeux, font ſur cet organe, eſt encore une preuve que le Feu n'agit pas par la ſeule quantité.

Il paroît donc qu'il faut chercher une autre cauſe des effets prodigieux des verres brûlans, puiſqu'ils ne peuvent être attribués à la ſeule quantité des rayons que ces miroirs raſſemblent à leur foyer.

Les parties du feu acquiérent une nouvelle force par leur approximation.

Si ce n'eſt pas par leur denſité que les rayons opérent tous les effets des verres brûlans, ce ne peut être que parce qu'ils acquiérent une nouvelle vertu par leur approximation.

Le Feu ne ſeroit pas ſeul dans la Nature dont l'approximation déployeroit la force; l'Aimant n'eſt-il pas dans ce cas, & la diſtance ne détermine-t-elle pas ſa vertu à agir?

Nous voyons dans l'inflexion de la lumiére & dans ſa réfraction, que les corps agiſſent d'autant plus ſur les rayons, qu'ils en ſont plus proches; pourquoi les rayons n'agiront-ils pas auſſi l'un ſur l'autre en raiſon de leur approchement?

Preuves.

Mais de plus, j'ai prouvé dans ma premiére partie, article VII. que les particules conſtituantes du Feu, ont la même tendance à ſe fuir, que celles des corps ont à s'unir, & que cette propriété du Feu eſt néceſſaire à la conſtitution & à la conſervation de l'Univers : or pourquoi cette force que les rayons ont pour s'éviter, n'augmentera-t-elle pas en raiſon de leur approchement, de même que celle que les corps ont à s'unir, augmente dans le contact?

Il eſt difficile, à la vérité, d'aſſigner en quelle proportion cette force augmente dans les particules du feu. Pluſieurs Philoſophes ont conjecturé que celle que les corps ont pour s'unir, augmente dans le contact en raiſon du cube de leur approchement, & même un peu plus.

Je ne voudrois pas aſſûrer que la force par laquelle les particules du feu ſe fuyent, augmente dans la même proportion. Ce problême, (s'il eſt poſſible de le réſoudre,) me paroît digne de l'attention des Philoſophes; mais quelle que ſoit cette augmentation de force que les rayons acquiérent par l'approximation, il eſt de l'uniformité avec laquelle la Nature procéde, qu'elle ſoit d'autant plus grande qu'ils ſont plus rapprochés, de même que l'éffort que les corps ſont pour s'unir, augmente dans ce que nous appellons *leur contact*, & que c'eſt vraiſemblablement à cette force qu'on doit attribuer les prodigieux effets des verres brûlants.

Cette propenſion que les parties du feu ont à ſe fuir, cet effort qu'elles font ſans ceſſe pour s'éviter, ſe voit à l'œil lorſqu'on approche deux bougies l'une de l'autre, & qu'on veut unir leurs flammes; car on les voit viſiblement s'éviter, & ſe fuir avec d'autant plus de force qu'on les approche davantage.

Il y a bien de l'apparence que le feu agit toûjours ſur les corps dans une raiſon compoſée de ces deux raiſons; ſçavoir, la denſité de ſes parties, & la force qu'elles acquiérent dans leur approximation.

La premiére de ces raiſons, c'eſt-à-dire, leur quantité, tombe preſque ſous nos ſens, au lieu qu'il a fallu d'auſſi grandes différences que celles des effets des verres brûlans, pour nous faire appercevoir de la vertu qu'ils acquiérent par l'approchement.

Les effervеſcences nous démontrent que la plûpart des particules de la matiére, ſont l'une & l'autre comme de petits Aimants, & qu'elles ont un côté attirant & un côté repouſſant. Cette vertû n'eſt vraiſemblablement autre choſe que la tendance que les particules des corps ont à s'unir, & l'effort que

le feu retenu dans leurs pores, fait ſans ceſſe pour les ſéparer; & c'eſt le combat de ces deux pouvoirs antagoniſtes qui cauſe les effervescences, & peut-être la plûpart des phénomenes de la Nature.

Les fermentations qui ſe font dans l'air, & qui cauſent les Tonnerres, les Vents, &c. nous prouvent encore que les corps ſe repouſſent & s'attirent, & que ce combat augmente dans l'approchement.

Cette nouvelle force que les particules de feu acquiérent dans l'approchement, ne peut être qu'une augmentation de mouvement; & c'eſt par ce mouvement augmenté, qu'ils détruiſent les corps les plus ſolides avec tant de facilité dans le foyer du Miroir ardent.

Objections contre cette opinion, & réponſes.

Je ne veux point diſſimuler les phénomenes qui paroiſſent contraires à l'opinion que je propoſe : les difficultés affermiſſent la vérité, & quand on la cherche de bonne foi, on chérit les objections; ce ſont autant de fanaux mis ſur la route, pour nous empêcher de nous égarer.

Je vais examiner quelques-unes des difficultés que j'imagine que l'on peut faire contre cette propriété des rayons.

1°. Toute action eſt d'autant plus forte, qu'elle eſt plus perpendiculaire; or cette action mutuelle des rayons l'un ſur l'autre, ne pourroit être que latérale : Donc loin d'augmenter leur force, elle la diminueroit.

Il me ſemble que cette objection, qui paroît d'abord ſpécieuſe, eſt aiſée à détruire : car, premiérement, le Feu eſt un être à part, qui n'eſt pas toûjours aſſujetti aux régles que ſuivent les corps; & ſecondement, quel eſt l'effet que le feu fait ſur les corps, au foyer du verre ardent? n'eſt-ce pas de les fondre, de les vitrifier, de les diſſiper, de les ſéparer enfin juſques dans leurs parties élémentaires? Or une action perpendiculaire, ſi forte qu'on la puiſſe ſuppoſer, ne pourra jamais faire cet effet; il faut abſolument que le feu agiſſe ſur les particules de ces corps, ſelon toutes ſortes de directions, pour les ſéparer à ce point : Donc cette action latérale, loin de diminuer la force des rayons, eſt préciſément ce en quoi elle conſiſte.

2°. Les rayons de la Lune, quoique très-rapprochés dans le foyer d'un verre ardent, ne paroiſſent point augmenter leur force, car ils ne font aucun effet ſur les corps qu'on leur expoſe; ainſi cette vertu que vous ſuppoſez dans les rayons, n'exiſte pas; mais on ſeroit auſſi en droit de conclure de cette expérience, que les rayons du Soleil n'ont pas la vertu de brûler: car les rayons de la Lune ſont également privés de ces deux propriétés.

3°. Deux meches dilatent moins une lamine de métal dans le Pyrometre, font moins d'effet ſur elle, qu'une meche; trois en font moins que deux, & ainſi de ſuite: or il y a cependant plus de rayons, & des rayons plus rapprochés, quand il y a deux meches, que quand il n'y en a qu'une; l'effet du feu devroit donc être plus grand alors, mais il eſt plus petit: Donc, &c.

Premiérement, cette puiſſance du feu n'eſt pas aſſez augmentée par deux meches, trois meches, &c. pour ſurmonter la réſiſtance des parties du métal; ainſi l'effet ne ſuit pas dans ce cas la quantité du feu ſeulement; mais il eſt proportionné à cette quantité, & à la réſiſtance qu'on lui oppoſe.

Secondement, lorſque ces deux meches ſont éloignées, la dilatation eſt moindre que lorſqu'elles ſont rapprochées: Donc alors cette vertu du feu, par l'union de ſes parties, ſe manifeſte même dans un objet preſque inſenſible.

Malgré toutes ces raiſons, je ne propoſe cette opinion que comme un doute: je pourrois dire qu'il m'eſt commun avec de grands Philoſophes; mais c'eſt au tems, & ſur-tout à l'expérience à le juſtifier.

Il reſte encore bien des découvertes à faire ſur l'action du Feu, ſur les corps & la réaction des corps ſur le Feu; & c'eſt peut-être les avancer que d'oſer douter: car on ne cherche point ce qu'on croit découvert.

Conjecture ſur l'action du feu dans Saturne & dans les Cometes.

Cette augmentation de la force du feu, par l'approximation de ſes parties (ſi elle a lieu) eſt peut-être une des voies dont le Créateur s'eſt ſervi pour ſuppléer à l'éloignement où Saturne & les Cometes ſont du Soleil. Peut-être les rayons agiſſent-ils

dans ces Globes, en raiſon du cube des approchemens, & alors la force qu'ils acquerront dans l'approximation, ſera d'autant plus grande, que la force ordinaire eſt augmentée; ainſi une très-petite quantité de rayons ſuffira pour les échauffer & pour les éclairer.

XII.

Du Refroidiſſement des corps.

Les corps ſolides ſe refroidiſſent plus lentement que les autres.

1°. Plus un corps reçoit difficilement le feu dans ſes pores, & plus il l'y conſerve long-tems : car ce corps réſiſte également par ſa maſſe & par la cohérence de ſes parties, à l'effort que fait le feu pour pénétrer dans ſa ſubſtance, & à celui qu'il fait pour l'abandonner; ainſi plus un corps eſt ſolide, plus il ſe refroidit lentement.

2°. Les corps légers au contraire cédant aiſément à l'action du feu, s'échauffent plus promptement, & ſe refroidiſſent de même; ainſi le feu échauffe davantage les plus grands, & plus long-tems les plus maſſifs; car il ſe diſtribue ſelon les eſpaces, & non ſelon les maſſes.

3°. Deux globes de Fer également échauffés, conſervent leur chaleur en raiſon directe de leur diametre : car plus leur diametre eſt grand, moins ils ont de ſurface par rapport à leur maſſe, & moins le feu trouve d'iſſue pour s'échapper de leurs pores; & de plus, l'air extérieur qui les environne les touchant en moins de points, prend moins de leur chaleur.

Conjecture ſur la forme du Soleil.

Par la même raiſon, la figure ſphérique eſt la plus propre à conſerver long-tems la chaleur : car c'eſt de toutes les figures celle qui a le moins de ſurface, par rapport à ſa matiére, & le feu ne trouve dans un globe aucun endroit qu'il puiſſe abandonner plus aiſément qu'un autre : car ils lui oppoſent tous une réſiſtance égale.

Cette raiſon pourroit faire croire que le Soleil & les Etoiles fixes, ſont des corps parfaitement ſphériques, (en faiſant abſtraction de l'effet de la force centrifuge.)

4°. Les corps qui prennent le plus de la chaleur des autres

autres corps, ſont reputés les plus froids; c'eſt pourquoi le Fer nous paroît plus froid que la Soie: car les corps les plus denſes ſont ceux qui prennent le plus de notre chaleur, parce qu'ils nous touchent en plus de points; & le Fer étant ſpécifiquement plus denſe que la Soie, doit nous paroître plus froid.

5°. Un cube de Fer chaud étant mis entre deux cubes froids, l'un de Marbre, & l'autre de Bois, ce Fer ſe réfroidira plus par le contact du Marbre; mais il échauffera davantage le Bois dans un même tems : car le feu paſſe d'un corps dans un autre, & le Marbre s'échauffe plus difficilement que le Bois, à peu-près en raiſon de la peſanteur ſpécifique de ces deux corps. En quelle raiſon les corps communiquent leur chaleur.

6°. Mais ſi on laiſſe ces trois cubes aſſez long-tems dans un même lieu, la chaleur du cube de fer ſe diſtribuera aux deux autres, & à l'air qui les entoure; de façon qu'au bout de quelque tems, ils ſeront tous trois de la même température que l'air dans lequel ils ſont.

7°. Les liqueurs ſe refroidiſſent à peu-près en raiſon de leur maſſe, & de la glutinité de leurs parties. Du refroidiſſement des fluides.

8°. La chaleur des corps qui ſe refroidiſſent, eſt plus forte au centre; car le feu abandonne toûjours la ſuperficie la premiére.

9°. L'eau qui éteint le feu, conſerve le Phoſphore d'urine : car ce phoſphore, tant qu'il ne brûle pas, eſt comme un feu éteint; ainſi l'eau l'éteint en un ſens en le conſervant; c'eſt une eſpéce de créature qu'on lui confie, & qu'elle rend dès qu'on la lui redemande.

Toutes ces régles, ſelon leſquelles le feu abandonne les corps, ſont ſujettes à des exceptions, de même que celles ſelon leſquelles il les pénétre; mais le détail en ſeroit infini.

Le Pyrometre qui nous a appris la marche de la dilatation des corps, nous marque auſſi celle de leur contraction : en général, les corps ſe contractent d'autant plus lentement qu'ils ſe ſont moins dilatés par un même feu, *& vice versâ*, le feu abandonne les corps plus lentement qu'il ne les pénétre, &c. Mais les bornes que je me ſuis preſcrites ne me

permettent pas d'entrer dans le détail de ces ſçavantes expériences.

XIII.

Des cauſes de la Congélation de l'Eau.

Il y a trois ſortes de froids.

Le premier eſt celui qui dépend de la diſpoſition de nos organes : car nos ſens nous font ſouvent juger qu'un corps eſt plus froid qu'un autre, quoiqu'ils ſoient tous deux de la même température ; c'eſt par cette illuſion que le Marbre nous paroît plus froid que la Laine ; que le Peuple croit les Caves plus chaudes en Hiver qu'en Eté, &c.

Le ſecond, lorſque les corps ſe refroidiſſent réellement, & que le feu s'envole de leurs parties ; cette ſorte de froid n'eſt autre choſe que la diminution du feu, & c'eſt d'elle dont j'ai parlé dans l'article précédent. C'eſt ainſi que toute la Nature ſe refroidit & ſe contracte l'Hiver, par l'abſence du Soleil.

Le troiſiéme eſt la congélation de l'eau.

L'abſence du feu n'eſt pas la ſeule cauſe de la congélation de l'eau.

Il ſemble par toutes les circonſtances qui accompagnent cette troiſiéme eſpéce de froid, qu'il ne peut être attribué à la ſeule abſence du feu ; & qu'il faut en chercher une autre cauſe dans la Nature.

Preuves.

1°. Le feu raréfie tous les corps qu'il pénétre, & augmente par conſéquent leur volume : Donc ſi la glace n'étoit cauſée que par l'abſence du feu, elle ſeroit de l'eau contractée, & elle devroit être ſpécifiquement plus peſante que l'eau ; mais il arrive tout le contraire, l'eau augmente ſon volume par la congélation, environ dans la proportion de 8 à 9, & l'augmente d'autant plus que le froid eſt plus grand, & qu'elle devroit être plus contractée : Donc la glace n'eſt pas cauſée par l'abſence du feu ſeulement.

2°. Cette augmentation du volume de l'eau glacée, ne peut être attribuée aux bulles que l'air qui s'échappe de ſes pores éleve dans ſa ſubſtance : car de l'eau purgée d'air, avec

tout le soin possible, se gèle sans faire paroître aucune de ces bulles ; & cependant son volume augmente.

3°. Le Feu étant le principe du mouvement interne des corps, moins un corps contient de feu, plus ses parties doivent être en repos ; ainsi si la glace n'étoit causée que par l'absence du feu, elle devroit être privée de tout mouvement sensible ; mais il se fait une fermentation très-violente dans sa substance, cette fermentation va même jusqu'à lui faire rompre les vases qui la contiennent, quelque solides qu'ils soient, on sçait qu'elle fit peter un canon de Fusil que M. Huguens exposa sur sa fenêtre pendant l'Hiver, après l'avoir rempli d'eau : Donc l'absence du feu n'est pas la seule cause de la congélation.

4°. Ce mouvement dans lequel les parties de la glace se trouvent continuellement, se prouve encore par les exhalaisons qu'elle rend ; elles sont si considérables, que son poids en diminue sensiblement. M. Hals a observé que si une surface d'eau s'évapore de $\frac{1}{11}$.e de pouce en 9 heures, à l'ombre, pendant l'Hiver, la même surface de glace mise dans le même endroit, s'évapore pendant le même tems de $\frac{1}{31}$.e ; c'est cette transpiration qui fait que la neige qui est sur la terre diminue même par le plus grand froid.

Enfin, dans les Etangs pendant la gelée, on entend le bruit causé par cette effervescence ; ainsi la cessation du mouvement n'est pas plus la cause de la glace, que le mouvement n'est la cause du feu.

5°. Si la glace n'étoit que la privation du feu, il devroit toûjours dégeler dès que le Thermometre monte à 33 degrés au-dessus de la congélation ; mais le Thermometre monte souvent jusqu'à 36 & même jusqu'à 41, sans qu'il dégele ; & au contraire, il gele quelquefois lorsque le Thermometre est au-dessous de 32 degrés : Donc l'absence du feu n'est pas la seule cause de la congélation.

6°. Si le feu en se retirant des pores de l'eau, étoit la seule cause de la congélation, on ne pourroit attribuer cet effet qu'à l'absence du Soleil, qui fait seul la différence du

plus ou du moins de feu répandu dans l'Atmosphere pendant l'Hiver & l'Eté.

Or M. Amontons, qui nous a si fort éclairés sur toutes ces matiéres, a trouvé par ses observations sur le Thermometre, que le froid de l'Hiver ne différe du chaud de l'Eté, que comme 7 différe de 8 : or comment une si petite différence dans la chaleur pourroit-elle suffire pour changer les fluides en solides, & pour faire périr quelquefois une partie des germes de la Nature ?

Si la congélation ne peut être attribuée à la seule absence du feu, il faut donc en chercher quelque autre cause dans la Nature; les circonstances qui l'accompagnent, sont ce qui peut nous servir le plus à découvrir cette cause ; il faut donc les examiner avec soin.

Il se mêle des parties hétérogénes à l'eau, lesquelles sont la cause de sa congélation.

Nous voyons que les parties de la glace sont dans un grand mouvement ; il faut donc qu'il se mêle à l'eau, lorsqu'elle se gele, des parties hétérogénes, qui soient cause de cette effervescence continuelle : car aucun fluide ne fait effervescence, s'il ne se joint à lui quelque corps hétérogéne avec lequel il fermente.

L'existence de ces parties qui se mêlent à l'eau, & qui produisent sa congélation, paroît prouvée par une foule d'expériences.

1°. L'eau de la glace fondue s'échauffe bien plus difficilement que l'autre; elle n'est plus propre à faire ni Café ni Thé, & ceux qui ont le palais délicat, la distinguent facilement au goût : il faut donc qu'il se soit mêlé des parties hétérogénes à cette eau, puisque sa saveur & sa qualité sont changées. Ces parties hétérogénes donnent des goitres & des maux de gorge continuels aux habitans des Alpes qui boivent de l'eau de neige.

2°. L'eau exposée à l'air se gele beaucoup plus vîte que l'eau enfermée hermétiquement dans une bouteille de verre, & cependant ces deux eaux contiennent également des particules de feu; & les particules de feu passent à travers le verre avec facilité : Donc si l'absence du feu faisoit la

congélation, il ne devroit pas y avoir une si grande différence dans la vîtesse de la congélation de ces deux eaux : Donc puisqu'elle s'opére si inégalement, c'est une marque certaine que des particules hétérogénes se mêlent à l'eau dans le tems de la congélation, & que ces particules passent plus facilement dans cette eau, lorsqu'elle est en plein air, que lorsqu'elle est enfermée dans cette bouteille.

3°. L'épaisseur de la glace n'augmente pas à proportion du froid qu'il fait; plus la glace est épaisse le premier jour de la gelée, moins son épaisseur augmente le second, & ainsi de suite; marque certaine qu'il s'est introduit dans sa substance, des particules hétérogénes qui ont bouché ses pores & ses interstices, & en ont rendu par-là l'accès plus difficile à celles qui veulent y pénétrer : mais les particules de feu qui pénétrent les pores d'un Diamant, devroient sortir de cette eau glacée avec la même facilité, quelle que soit son épaisseur : il faut donc qu'il se fiche dans les particules de l'eau qui se gele, des particules roides qui rempliſſent ses pores, & qui, en interrompant sa glutinité, sont cause de sa congélation.

4°. Il est rapporté dans les expériences de l'Académie de Florence, que 500 livres de glace ayant été exposées à un Miroir concave, les parties frigérifiques réfléchies à son foyer, firent baisser sensiblement un Thermometre qu'on y avoit placé; les Philosophes qui firent cette expérience, craignant que ce ne fût l'effet direct de cette masse de glace sur le Thermometre, qui l'eût fait baisser, couvrirent le Miroir; & alors le Thermometre haussa, quoique les 500 livres de glace n'eussent pas changé de place : Donc ce Miroir réfléchissoit réellement des rayons glacés (si je puis m'exprimer ainsi :) Donc il falloit qu'il y eût dans cette glace des particules frigérifiques : car si la seule privation du feu faisoit la congélation, le Miroir n'auroit pû rassembler, réfléchir le froid; une privation n'étant rien, ne peut être ni réfléchie, ni rapprochée.

Expérience singuliére, faite par l'Académie de Florence, qui prouve cette opinion.

Mais quelles sont ces particules ? c'est ce qui nous reste à dire.

Les eaux glacées que nous faisons nous font connoître quelles sont les parties frigérifiques qui causent la glace.

Les Hommes ont inventé un art qui peut servir également à leur instruction & à leurs plaisirs ; la façon dont on fait ce qu'on appelle *des eaux glacées*, peut nous servir d'indice pour découvrir les corps que la Nature emploie dans ses congélations. Tout le monde sçait que de l'eau contenue dans un vase que l'on entoure de Sel & de Neige, se glace, quelque chaud que soit l'Atmosphere, dès que le Sel commence à fondre la Neige; mais si au lieu de Sel on met de l'Esprit de Nitre avec la Neige, le froid qui se produit alors fait baisser le Thermometre à 72 degrés au-dessous du point de la congélation : c'est Faheinrheit qui fit le premier cette expérience, & elle nous prouve invinciblement, qu'il y a encore beaucoup de feu dans la glace naturelle, puisqu'on peut produire une sorte de froid, qui surpasse de 72 degrés celui qui fait geler l'eau sur la terre. Et qui osera mettre des bornes à cette puissance d'exciter le froid ? Ainsi cette expérience nous fait voir que nous ne connoissons pas plus les bornes de la congélation, que celles de la chaleur.

Ces particules sont les Sels & les Nitres dont l'air est chargé.

Il y a donc grande apparence que les corps qui entrent pendant l'Hiver dans l'eau pour la réduire en glace, sont de la même nature que ceux qui produisent nos congélations; & que les particules de Sel & de Nitre, que le Soleil éleve dans l'air, & qui retombent ensuite sur la terre, s'insinuent dans l'eau, bouchent ses pores, & se fichant comme autant de cloux entre ces interstices, en chassent les particules de feu, & font enfin que cette eau passe de l'état de fluide à celui de solide : ainsi le feu est en un sens une des causes de la congélation, puisque ce n'est qu'en le chassant d'entre les pores de l'eau, que ces particules roides la réduisent en glace; mais sans ces particules, l'absence seule du feu ne feroit point cet effet sur elle : c'est ce qui paroît dans ce qui arrive aux liqueurs spiritueuses, comme l'Eau forte, l'Esprit de Vin, &c. qui ne gelent point, quoique, dans le froid, il se retire beaucoup de particules de feu de leurs pores.

Pourquoi l'Esprit de Vin & d'autres liqueurs ne gelent point.

Ces liqueurs qui ne se gelent jamais, sont une des plus grandes preuves de la nécessité de ces parties frigérifiques,

lesquelles vraisemblablement ne fermentent point avec elles comme avec l'eau; & c'est vraisemblablement ce qui fait qu'elles ne se gelent point.

Plus on examine la Nature, plus on se persuade que les particules de Sel & de Nitre qui s'introduisent dans l'eau, sont la cause de la congélation.

1°. Les lieux qui abondent en glace & en neige, sont tous remplis de Sel & de Nitre; ainsi il y a des pays où il gele la nuit du jour qu'il a fait grand chaud: telle est la partie septentrionale de la Perse & de l'Armenie. M. Tournefort, que l'amour des Sciences entraîna jusques dans ces pays, a remarqué qu'ils abondent en Nitre & en Sel; le Soleil qui y est très-chaud, éleve le jour, par sa chaleur, ces particules nitreuses, & elles retombent la nuit sur la terre où elles s'insinuent dans l'eau, & la gelent malgré les particules de feu qui ont pénétré dans cette eau pendant le jour, par la présence du Soleil.

2°. Lorsqu'un pays abonde en ces sortes de particules nitreuses & salines, la chaleur du Soleil doit les élever de la terre pendant l'Eté, plus que pendant l'Hiver, car elle est beaucoup plus forte; ainsi il gelera l'Eté dans ces pays-là; & c'est ce qui arrive en plusieurs endroits de l'Italie, de la Suisse & de l'Allemagne, où il y a des Lacs, & même un Fleuve dans l'Evêché de Bâle, qui, au rapport de Scheuchserus, ne gelent que dans l'Eté.

On connoît la sçavante Description que M. de Boze a faite des Grottes de Besançon; & l'on sçait que ces Grottes dans le plus fort de l'Eté, sont pleines de glace, & que plus il fait chaud, plus cette glace est épaisse; il sort de ces Grottes pendant l'Hiver, une espéce de fumée, laquelle annonce la liquefaction de cette glace; & un ruisseau qui est dans le milieu de la Grotte, gele l'Eté, & coule l'Hiver. M. de Billerez a examiné la terre qui couvre & entoure ces Grottes, & il l'a trouvée pleine de Sel, de Nitre, & de Sel ammoniac; le Soleil fond ces Sels bien plus facilement l'Eté que l'Hiver; ces Sels coulent dans ces Grottes par des fentes, & l'eau

qu'elles contiennent, ſe glace d'autant plus, que l'Eté étant plus chaud, le Soleil fait fondre une plus grande quantité de ces Sels : or que la glace de ces Grottes en contienne beaucoup, cela eſt certain, car lorſqu'on la fait fondre & évaporer, il reſte dans le fond une terre qui a le même goût à peu-près que les Yeux d'Ecreviſſes.

Pourquoi de l'eau entourée de glace & de Sel, gele ſur le feu.

3°. Si l'on met de la Neige & du Sel autour d'un vaſe plein d'eau, & que l'on mette le tout ſur le feu, l'eau qui eſt dans le vaſe ſe gelera d'autant plus vîte que le feu ſera plus grand, & que la Neige ſera plûtôt fondue, ce qui ne peut venir que de ce que le feu chaſſe d'entre les pores de la Neige, les parties roides qu'elle contenoit, & que ces particules s'inſinuent dans l'eau & la gelent : car on ne dira pas, je crois, que le feu prive l'eau du vaſe, des particules de feu qu'elle contenoit, ni qu'il diminue leur mouvement ; c'eſt de la même maniére que la Neige & le Sel font geler l'eau ſans être deſſus le feu, car le feu ne fait qu'accélérer ſa congélation.

Il n'y a point de pays dont la terre ne contienne de ces particules ſalines & nitreuſes, que j'appelle *parties frigérifiques ;* mais les régions qui en contiennent le moins, ſont, toutes choſes d'ailleurs égales, beaucoup moins froides que les autres.

Je dis, *toutes choſes d'ailleurs égales*, car il y a des vents qui apportent ces ſortes de particules avec eux ; c'eſt ce dont on ne peut douter, ſi on fait attention aux effets qu'ils produiſent.

De certains vents apportent avec eux le Sel & le Nitre, qui cauſent la glace.

1°. Au mois de Juin, dans le milieu de l'Eté, & par un tems très-ſerein, l'irruption inopinée d'un vent d'Eſt vient geler la pointe des herbes, les vignes, les foſſes qui contiennent une eau dormante, & changer entiérement la température de l'air : or ſi ce vent n'apportoit avec lui ces particules nitreuſes qui font la congélation, il ne pourroit refroidir à ce point les herbes & l'eau échauffées depuis longtems par le Soleil.

Or pourquoi le vent d'Eſt, qui vient d'un pays très-chaud, fait-il plûtôt cet effet que le vent du Nord, qui vient du Pole,

ſi

ſi ce n'eſt parce qu'il apporte avec lui ces particules de Sel & de Nitre, dont le Soleil éleve une plus grande quantité dans ces contrées chaudes, que ſous le Pole? Donc ce n'eſt pas ſeulement parce que le vent s'applique ſucceſſivement aux corps, ni parce qu'il apporte des particules de glace, qu'il les refroidit.

2°. Il gele quelquefois aux deux côtés, & non au milieu, dans un endroit, & non dans un autre qui lui eſt contigu; ces effets ne peuvent être aſſûrément attribués à l'abſence du feu, car ces deux endroits en contiennent également; mais on voit avec évidence qu'un vent d'Eſt qui ſouffle dans un endroit, & non pas dans un autre dont quelque Montagne lui défend l'entrée, doit répandre dans cet endroit où il ſouffle, les particules nitreuſes dont il eſt chargé, ce qui cauſe la congélation.

3°. Une preuve que le vent par lui-même ne refroidit point l'air, & qu'il faut que ceux qui cauſent le froid, apportent avec eux des particules frigérifiques ou de la glace; c'eſt qu'en ſoufflant avec un ſoufflet ſur un Thermometre, on ne le fait jamais baiſſer.

4°. Il gele rarement l'Eté, parce que les particules de Sel & de Nitre étant plus diviſées, plus petites, par l'agitation que la chaleur du Soleil cauſe dans toute la Nature, elles ſe ſoûtiennent dans l'Atmoſphere lorſque le Soleil les éleve de la terre, & ne retombent point ſur la terre comme en Hiver; & de plus, les parties de l'eau étant auſſi dans un grand mouvement, le peu qui peut retomber de ces particules ſur la terre, ne peut ſuffire pour la geler.

Pourquoi il gele rarement l'Eté dans nos climats.

L'air ne gele point, apparemment à cauſe de la rareté de ſes parties, & de leur prodigieux reſſort. Il me ſemble qu'on peut conſidérer l'air extrémement comprimé, comme une eſpéce d'air gelé; & apparemment qu'il n'eſt pas ſuſceptible par ſa nature, d'une autre ſorte de congélation.

Ces particules ſalines & nitreuſes, qui s'introduiſent dans l'eau, & qui devroient la rendre plus peſante lorſqu'elle eſt gelée, n'empêchent pas cependant que ſa peſanteur ſpécifique,

ne diminue l'augmentation de ſon volume & les exhalaiſons qui en ſortent, empêchant qu'on ne s'apperçoive du poids de ces corpuſcules, qui ſont d'ailleurs très-déliés, puiſqu'ils paſſent à travers les pores du Verre; & il ſe peut très-bien faire que leur poids ſoit inſenſible à la groſſiéreté de nos balances, de même que celui des corpuſcules du Muſc, de l'Ambre & de toutes les odeurs.

Je ne crois pas que quelqu'un qui peſera avec attention toutes les raiſons que je viens de rapporter, puiſſe s'empêcher de reconnoître que ces particules, (dont tous les Phénomenes de la Nature, & toutes nos opérations ſur la glace, nous démontrent l'exiſtence,) ſoient abſolument néceſſaires à la congélation de l'eau, & que ſans elles nous n'en pourrions aſſigner aucune cauſe.

XIV.

De la Nature du Soleil.

On n'a communément qu'une idée vague de la nature du Soleil; on voit que ſes rayons nous échauffent, & qu'ils brillent, & on en conclut que le Soleil doit être un globe de feu immenſe, qui nous envoie ſans ceſſe les rayons lumineux dont il eſt compoſé; & on ſe repoſe ſur cette idée, ſans trop l'examiner en détail.

Le Soleil ne peut être un globe de feu.

Mais qu'entend-on par un globe de feu ? Si l'on entend un globe entier de particules ignées, de feu élémentaire, j'oſe dire que cette idée eſt inſoûtenable.

En voici les raiſons.

1°. Le feu qui fond l'Or & les Pierres au foyer d'un Verre ardent, diſparoît en un inſtant, ſi on couvre ce Miroir d'un voile; & il ne reſte aucun veſtige de ce feu, qui un moment auparavant faiſoit des effets ſi puiſſants : Donc ſi le Soleil étoit un globe de feu, s'il n'étoit pas un corps ſolide, un ſeul inſtant d'émanation ſuffiroit pour le détruire, & il auroit été diſſipé dès le premier moment qu'il a commencé d'exiſter.

Il faut qu'il ſoit ſolide, puiſqu'il ne ſe diſſipe pas.

2°. La chaleur & la lumiére, ne disparoissent ainsi au foyer du Verre ardent, que par la propriété que le feu a de se répandre également de tous côtés, lorsqu'aucun obstacle ne s'oppose à sa propagation *quaquaversum*, qui est un attribut de son essence : Donc si le Soleil étoit un globe de feu, le feu ne pourroit avoir cette tendance *quaquaversum :* Donc puisqu'il est certain que cette propriété est inséparable du feu, & qu'elle constitue son essence, le Soleil ne peut être composé seulement de particules ignées.

3°. Si les parties constituantes du feu ont une force pour s'éviter, cette force devroit augmenter infiniment dans le Soleil, s'il étoit un amas de feu, puisqu'elles y seroient plus rassemblées qu'elles ne peuvent jamais l'être ailleurs : Donc si on suppose que les particules du feu ont une force qui les porte à s'éviter, le Soleil n'auroit pû subsister un moment sans être dissipé, s'il étoit composé seulement de feu.

Il ne peut avoir d'atmosphere.

4°. On ne peut dire que le Soleil ne se dissipe pas par l'émanation, parce que l'Atmosphere qui l'entoure, repousse sans cesse vers lui les particules lumineuses qui émanent de sa substance : car si cet Atmosphere les repoussoit vers lui, elles ne viendroient pas à nous ; mais il est prouvé par la découverte de Mrs. Huguens & Roëmer, qu'elles viennent du Soleil à nous, en 7 ou 8 minutes, & de certaines Etoiles fixes, en près de 36 ans, selon un nouveau calcul de M. Brendley : Donc cet Atmosphere ne pourroit empêcher que le Soleil & les Etoiles fixes ne se dissipassent par l'émanation. Cet Atmosphere est d'ailleurs démontré impossible, car s'il étoit très-dense, il empêcheroit la lumiére de venir jusqu'à nous; & s'il ne l'étoit pas, il se dissiperoit par la chaleur du Soleil.

Il y a eu des Philosophes, qui, pour trancher apparemment toutes ces difficultés, avoient imaginé que les rayons que le Soleil nous envoie retournoient à cet Astre.

5°. Le Soleil est au centre de notre systême planétaire, tous les Philosophes en conviennent : cependant s'il est un globe de feu, il paroît qu'il ne peut occuper cette place : car,

Si le Soleil étoit un globe de feu, il ne pourroit être au centre du monde.

ou bien le feu eſt peſant & déterminé vers un centre, ou bien il ne peſe pas, & ne tend vers aucun point, plûtôt que vers un autre : Or dans le premier cas, tous les corpuſcules de feu qui compoſent le corps du Soleil, tendroient vers le centre de cet Aſtre ; & alors la propagation de la lumiére ſeroit impoſſible : car comment le Soleil par ſa rotation ſur ſon axe, pourroit-il faire acquérir aux particules de feu qui le compoſent, une force centrifuge aſſez grande pour les obliger à fuir avec tant de force, le centre de gravité auquel elles tendent, & pour leur faire parcourir par cette ſeule force centrifuge, 33 millions de lieues en 7 ou 8 minutes ?

Si le feu étoit peſant, il ne pourroit émaner du Soleil.

Si au contraire, le feu n'eſt pas peſant, s'il n'eſt déterminé vers aucun point, quel pouvoir le retiendra au centre de l'Univers, & s'oppoſera à l'effort que ſes particules font ſans ceſſe pour s'éviter ? qui l'empêchera enfin de ſe diſſiper ? Donc il faut que le Soleil ſoit un corps ſolide, puiſqu'il ne ſe diſſipe pas, & qu'il eſt au centre de notre monde : & il faut que le feu ne ſoit pas peſant, puiſqu'il émane du Soleil.

Qu'il me ſoit permis de ſuppoſer un moment l'attraction Newtonienne ; le Soleil dans ce ſyſtême eſt au centre de notre monde planétaire ; & cette place lui eſt aſſignée par les loix de la gravitation, parce qu'ayant plus de maſſe que les autres globes, il les force à tourner autour de lui : or ſi le feu ne peſe point (comme je crois l'avoir prouvé) comment le Soleil peut-il être un corps de feu, c'eſt-à-dire, un corps non peſant, & attirer cependant tous les corps céleſtes vers lui, en raiſon de ſa plus grande maſſe ? Il eſt donc néceſſaire dans le ſyſtême de l'attraction, ou que le Soleil ſoit un corps ſolide, ou que le feu peſe, & qu'il tende vers un centre ; mais ſi le feu du Soleil tend vers ſon centre, par quelle puiſſance s'éloignera-t-il toûjours de ce centre, &c ? Auſſi M. Newton croyoit-il le Soleil un corps ſolide.

Il faut abſolument que le Soleil ſoit un corps ſolide dans le ſyſtême de M. Newton.

M. Newton, dans ſon admirable Traité des Cometes, *liv. III. page* 481 *de ſes Principes*, conjecture que le Soleil & les Etoiles fixes, réparent de tems en tems les pertes qu'ils font par l'émanation continuelle de leur lumiére ; &

que ce renouvellement de ſubſtance leur vient des Cometes, qui par les dérangemens que leur rencontre peut cauſer dans leur cours, & par la prodigieuſe excentricité de leurs orbes, doivent, ſelon ſon ſyſtême, tomber un jour dans le Soleil.

Il eſt vrai que ce n'eſt qu'une conjecture; mais celles d'un auſſi grand homme que M. Newton, méritent bien qu'on les examine.

Si le Soleil & les Etoiles ſont des globes de feu, & qu'il ſoit prouvé d'ailleurs que le feu eſt un être ſimple, qui ne ſe produit de rien, il faut ou que le Soleil & les Etoiles fixes ne ſoient point compoſées de particules de feu ſeulement, ou que cette reſſource que le grand Newton croyoit leur être préparée, leur devienne preſque inutile : car les Cometes ſont des corps opaques, qui ne peuvent jamais devenir du feu : il faut donc que le Soleil ſoit un corps ſolide, s'il répare ſes pertes par l'addition des corps opaques & ſolides, tels que les Cometes, qui doivent contenir bien moins de particules ignées que de matiére ſolide.

6°. Les taches du Soleil ſont encore une preuve que cet Aſtre n'eſt pas un globe de feu.

La lumiére du Soleil paroît tirer ſur le jaune. On peut conjecturer avec quelque vraiſemblance, que le Soleil projecte par ſa nature plus de rayons jaunes que d'autres, & que c'eſt là la raiſon pour laquelle il nous paroît de cette couleur : car que la lumiére du Soleil abonde en cette ſorte de rayons, c'eſt ce que M. Newton a prouvé par une expérience que l'on peut voir dans ſon Optique, *page* 216.

Il eſt très-poſſible que dans d'autres ſyſtêmes, il y ait des Soleils qui projectant plus de rayons rouges, verds, &c. que d'autres, ſoient d'une autre couleur que notre Soleil : peut-être même ces couleurs primitives du Soleil ſont-elles différentes des nôtres : car il eſt vraiſemblable qu'il y a dans la Nature d'autres couleurs que celles que nous connoiſſons dans notre monde.

Quant à la nature du Soleil, il paroît preſque démontré qu'il n'eſt pas un globe de feu, & qu'il faut abſolument qu'il

ſoit un corps ſolide. Mais de quoi ce corps eſt-il compoſé? d'où lui vient cette quantité preſque infinie de particules ignées qu'il projecte à tout moment hors de ſa ſubſtance, ſans s'épuiſer? C'eſt ce que nous ne ſçaurons vraiſemblablement jamais avec certitude.

Le feu eſt un être dont nous connoiſſons à peine quelques attributs, mais dont la nature intime nous eſt inconnue, & qui n'eſt analogue à aucun de ceux qui ſemblent plus ſoûmis que lui à nos recherches; ainſi nous ne pouvons que nous traîner de vraiſemblance en vraiſemblance pour deviner ſa nature; nous entrevoyons ce qu'il n'eſt pas, mais nous ne voyons point du tout ce qu'il eſt.

Conjecture ſur la nature du Soleil.

Il eſt très-poſſible que le Soleil ſoit un corps extrémement ſolide, (comme le grand Newton l'a ſoupçonné, *Queſt. II. de ſon Optique*,) que ce corps ſolide contienne dans ſa ſubſtance le feu qu'il nous envoie ſans ceſſe, & que ce feu en émane par de grands volcans; ce globe retiendra par ſa ſolidité une partie de ce feu, & les particules ignées pourront en émaner ſans ceſſe, ſans qu'il s'épuiſe: car ſi le feu n'eſt ni peſant ni impénétrable, le Soleil pourra contenir dans ſa ſubſtance une infinité de ces particules.

Mais il faut avouer que ce ne ſont là que des conjectures très-incertaines; & d'ailleurs la facilité avec laquelle une hypotheſe expliqueroit tous les Phénomenes, n'eſt pas une raiſon pour l'admettre, de même que les difficultés que laiſſe encore dans notre eſprit une vérité découverte, n'eſt pas une raiſon pour la rejetter: ainſi je crois qu'on peut affirmer que le Soleil n'eſt pas un globe de feu, & qu'il eſt ſolide; mais il faut avouer en même tems que nous ignorons entiérement quelle eſt ſa nature.

XV.

Du Feu Central.

Tout le feu ne vient pas du Soleil.

Tout le feu ne vient pas du Soleil, deux cailloux frappés l'un contre l'autre ſuffiſent pour nous convaincre de cette

vérité ; chaque corps & chaque point de l'eſpace a reçû du Créateur une portion de feu en raiſon de ſon volume ; ce feu renfermé dans le ſein de tous les corps, les vivifie, les anime, les féconde, entretient le mouvement entre leurs parties, & les empêche de ſe condenſer entiérement.

Le Créateur a donné une portion de feu à chaque partie de la matiére.

Le Soleil paroît deſtiné à nous éclairer, & à mettre en action ce feu interne que tous les corps contiennent ; & c'eſt par-là & par le feu qu'il répand, qu'il eſt la cauſe de la végétation, & qu'il donne la vie à la Nature.

Mais ſon action ne pénétre pas beaucoup au de-là de la premiére ſurface de la terre ; on ſçait que les Caves de l'Obſervatoire, qui n'ont environ que 84 pieds de profondeur, ſont d'une température égale dans le plus grand froid & dans le plus grand chaud : Donc le Soleil n'a aucune influence à cette profondeur.

La chaleur du Soleil ne pénétre pas fort avant dans la terre.

Le feu étant également répandu par-tout, & la chaleur du Soleil ne pénétrant que la premiére ſurface de la terre, le froid devroit augmenter à meſure que la profondeur augmente, puiſque le Soleil échauffe continuellement la ſuperficie, & n'envoie aucune chaleur à 84 pieds.

Mais le froid, loin d'augmenter avec la profondeur, diminue au contraire avec elle lorſqu'elle paſſe de certaines bornes : c'eſt ce que M. Mariotte a éprouvé en mettant le même Thermometre conſécutivement dans deux Caves, l'une de 30 pieds de profondeur, & l'autre de 84 ; le Thermometre ne paſſa pas 51 degrés $\frac{1}{2}$ dans la premiére ; mais il monta à 53 degrés $\frac{1}{2}$ dans la ſeconde : Donc puiſque la chaleur étoit plus grande à 84 pieds qu'à 30, il faut qu'un feu renfermé dans les entrailles de la terre, ſoit la cauſe de cette chaleur, qui augmente lorſqu'elle devroit diminuer.

La chaleur augmente en approchant du centre de la terre.

Les Volcans & les Sources d'eau chaude, qui ſortent du ſein de la terre, les Métaux & les Minéraux qui végétent dans ſes entrailles, &c. nous démontrent ce feu central que Dieu a vraiſemblablement placé au milieu de chaque globe, comme l'ame qui doit l'animer.

Les Volcans & les ſources d'eau chaude démontrent le feu central.

M. de Mairan a prouvé par le calcul & par l'expérience

La chaleur qu'il fait en Été en eſt encore une preuve.

(ces deux clefs de la Phyſique) que la chaleur du Soleil au Solſtice d'Eté eſt à celle de cet Aſtre au Solſtice d'Hiver, comme 66 à 1, toute déduction faite : or ſi toute la chaleur venoit du Soleil, l'Eté ſeroit 66 fois plus chaud que l'Hiver ; & cependant il eſt prouvé par les expériences que M. Amontons a faites au Thermometre, que la chaleur de l'Eté de nos climats ne différe du froid qui fait geler l'eau, que comme 8 différe de 7. Il faut donc qu'il y ait dans notre terre un fond de chaleur indépendante de celle du Soleil.

Or puiſque rien ne ſe change en feu, & qu'il eſt également répandu par-tout, il faut que ce fond de chaleur ait été mis par le Créateur dans le centre de la terre, d'où il ſe diſtribue également à la même diſtance dans tous les corps qui la compoſent, enſorte que s'il n'y avoit point de Soleil, tous les climats de la terre ſeroient également chauds, ou plûtôt également froids à ſa ſuperficie ; mais la chaleur augmenteroit, comme elle augmente réellement, à meſure que l'on approcheroit du centre de la terre.

Ainſi le feu central paroît prouvé par les Phénomenes de la Nature ; & il n'eſt nullement néceſſaire, pour l'expliquer, de recourir, comme un Philoſophe de nos jours, à une tendance du feu en embas, tendance démentie par les expériences les plus communes, comme par les plus fines. Il ſuffit, pour l'exiſtence de ce feu, de la volonté du Créateur, & pour ſa conſervation, de la loi qui fait que le feu ſe retire plus lentement des corps, à meſure qu'ils ſont plus denſes : car le feu, au centre de la terre, doit être retenu par un poids dont il ne peut vaincre la réſiſtance.

Lorſque le feu trouve quelqu'iſſue, il ſort avec furie de cette fournaiſe ſoûterraine, & c'eſt ce qui fait les Volcants, les Vents ſulphureux, &c. mais il ne peut jamais s'échapper qu'une très-petite partie de ce feu renfermé dans les entrailles de la terre.

La chaleur de ce feu ſoûterrain augmente à meſure que l'on approche du centre de la terre : car alors on en eſt plus près

près ; & de plus, puiſque la peſanteur de l'Atmoſphere retarde l'ébullition de l'eau, c'eſt-à-dire, le point auquel ſes pores laiſſent paſſer les particules de feu, le feu doit être d'autant plus puiſſamment retenu dans les entrailles de la terre, que le poids dont il eſt ſurchargé augmente ; or ce poids augmente avec la profondeur : Donc le feu doit ſubſiſter au centre de la terre, & être d'autant plus ardent que l'on approche plus de ce centre.

Le feu central diminue vers la ſurface de la Terre, & celui du Soleil augmente.

Ainſi la chaleur du Soleil augmente d'autant plus qu'on approche de la ſurface de la terre, à cauſe de l'Atmoſphere qui retient ſes rayons dans ſes pores, & dont les vibrations continuelles excitent ſa puiſſance ; mais la chaleur du feu central, au contraire, diminue à meſure qu'il approche de cette ſurface : car il eſt d'autant moins denſe, & le poids dont il eſt chargé, eſt d'autant moins fort.

Pourquoi ?

Le feu nous éclaire dès qu'il peut être tranſmis en ligne droite juſqu'à nos yeux ; mais il ne nous échauffe qu'à proportion de la réſiſtance que les corps lui oppoſent ; & c'eſt là une des plus grandes marques de la Providence du Créateur : car ſi le feu brûloit auſſi aiſément qu'il éclaire, nous ſerions expoſés à tout moment à en être conſumés ; & s'il avoit beſoin de la réſiſtance des corps pour éclairer, nous ſerions ſouvent dans les ténébres : mais dès qu'il frappe nos yeux, il nous donne une lumiére très-vive ; & il ne nous échauffe jamais aſſez pour nous incommoder, à moins que nous n'excitions ſa puiſſance, la plus grande chaleur de l'Eté étant environ trois fois moindre que celle de l'eau bouillante.

C'eſt un effet du Créateur, que le feu brûle plus difficilement, qu'il n'éclaire.

Il y a grande apparence que la quantité du feu dans les corps céleſtes, eſt proportionelle à leur éloignement du Soleil.

L'exiſtence du feu dans les corps, indépendamment du Soleil, & ce feu central qu'on peut, avec bien de la vraiſemblance, ſuppoſer dans tous les globes, peut faire croire que la quantité du feu dans les Planetes, eſt proportionnée à leur éloignement du Soleil : ainſi Venus qui en eſt plus près, en aura moins ; Saturne & les Cometes qui en ſont très-éloignées, en auront davantage, chacune ſelon leur diſtance. Cette compenſation eſt d'autant plus néceſſaire, que la rareté de la matiére de Saturne, par exemple, ne peut

ſeule ſuppléer à ſon éloignement : car étant dix fois plus loin du Soleil que nous, il en reçoit cent fois moins de rayons, & ſa matiére n'eſt qu'environ ſix fois & deux tiers plus rare : Donc tout y ſeroit dans une inaction & une condenſation qui s'oppoſeroit à toute végétation, & la matiére des Cometes doit être denſe, puiſqu'elles vont ſi près du Soleil, ſans ſe diſſoudre par ſa chaleur : Donc il faut que Dieu ait pourvû par la quantité du feu central, à cet éloignement du Soleil, ou bien par le feu qu'il a répandu dans les corps qui compoſent ces globes; & peut-être auſſi a-t-il compenſé cette diſtance, en augmentant la raiſon dans laquelle le feu agit dans les globes, de même qu'il a pourvû à l'illumination de Saturne & de Jupiter, par la quantité de leurs Lunes : ainſi il eſt inutile de ſuppoſer une hétérogénéité de matiére dans les globes placés à différentes diſtances du Soleil ; mais ſeulement une quantité de feu plus ou moins grande, ou une augmentation dans la raiſon ſelon laquelle les rayons agiſſent ſur les corps.

Le feu central conſerve toutes ſes propriétés, mais il ne peut les déployer.

Le feu conſerve toutes ſes propriétés dans le centre de la terre, il y tend à l'équilibre, ſes parties cherchent à s'éviter, &c. mais il ne les exerce qu'en partie : car il ne peut ſurmonter entiérement la force qui s'oppoſe à ſon action.

C'eſt le feu central qui fait que les Puits très-profonds ne ſe gelent point ; que la Neige qui touche immédiatement la terre, fond plûtôt que celle qui eſt ſur du chaume, ou ſur d'autres ſuppôts ; enfin c'eſt lui qui eſt cauſe en partie du dégel, qui fait que pendant la gelée la plus forte, l'eau fume ſous la glace, &c. Je n'aurois pas ſitôt fini, ſi je voulois entrer dans le détail de tous ſes effets.

Mais je n'ai déja que trop abuſé de la patience du Corps reſpectable à qui j'oſe préſenter ce foible Eſſai ; j'eſpére que mon amour pour la vérité me tiendra lieu d'éloquence, & que le déſir ſincére que j'ai de contribuer à ſa connoiſſance, me fera pardonner mes fautes.

FIN de la premiére Piéce.

ESSAI
SUR
LA NATURE DU FEU,
ET SUR SA PROPAGATION.

Ignis ubique latet, naturam amplectitur omnem,
Cuncta parit, renovat, dividit, unit, alit.

INTRODUCTION.

LES Hommes ont dû être long-tems ſans avoir l'idée du Feu; & ils ne l'auroient jamais eue, ſi des forêts embraſées par la foudre, ou l'éruption des Volcans, ou le choc & le mouvement violent de quelques corps, n'euſſent enfin produit pour eux, en apparence, ce nouvel être. Le Soleil tel qu'il nous luit, ne donne aux hommes que la ſenſation de la lumiére & de la chaleur; & ſans l'invention des Miroirs ardents, perſonne n'auroit, ni pû ni dû aſſûrer, que les rayons du Soleil ſont un feu véritable, qui diviſe, qui brûle, qui détruit, comme notre feu que nous allumons.

Nous ne connoiſſons guères plus la nature intime du feu, que les premiers Hommes n'ont dû connoître ſon exiſtence.

Nous avons des expériences, qui, quoique très-fines pour nous, ſont encore très-groſſiéres par rapport aux premiers principes des choſes: ces expériences nous ont conduit à quelques vérités, à des vraiſemblances, & ſur-tout à des doutes en grand nombre: car le doute doit être ſouvent en Phyſique,

ce que la démonſtration eſt en Géométrie, la concluſion d'un bon argument.

Voyons donc, ſur la Nature du Feu, & ſur ſa Propagation, le peu que nous connoiſſons de certain, ſans oſer donner pour vrai, ce qui n'eſt que douteux, ou tout au plus vraiſemblable.

PREMIERE PARTIE.

De la Nature du Feu.

ARTICLE PREMIER.

Ce que c'eſt que la ſubſtance du Feu, & à quoi on peut la connoître.

OU le Feu eſt un mixte produit par le mouvement & l'arrangement des autres corps, & en ce cas ce qui n'eſt pas feu le devient; & ce qui l'eſt devenu, ſe change enſuite en une autre ſubſtance, par une viciſſitude continuelle :

Ou bien c'eſt une ſubſtance ſimple, exiſtante indépendamment des autres êtres, laquelle n'attend que du mouvement & de l'arrangement pour ſe manifeſter, & c'eſt ce que l'on appelle *Elément*; en ce cas le feu eſt toûjours feu, il ne change aucune ſubſtance en la ſienne propre, & n'eſt transformé en aucune des ſubſtances auxquelles il ſe mêle.

Idée de Deſcartes.

Deſcartes, dans les Principes de ſa Philoſophie (4e. *partie article* 80) paroît croire que le Feu n'eſt que le réſultat du mouvement & de l'arrangement; que toute matiére réduite en *matiére ſubtile* par le frottement, peut devenir ce corps de feu; & que cette matiére ſubtile qu'il appelle ſon *premier Elément*, eſt le Feu même.

Le même Deſcartes, dans tout ſon Traité de la Lumiére, dans ſa Dioptrique, dans ſes Lettres, aſſûre que la lumiére qu'il appelle ſon *ſecond Elément*, eſt un compoſé de petites boules, qui ont une tendance au tournoyement.

Mais comme il eſt conſtant, par l'expérience des Verres brûlants, que le feu & la lumiére ſont le même être, & ne différent que du plus au moins, il paroît que cette ſubſtance ne peut à la fois être cette *matière ſubtile* & cette *matière globuleuſe*, ce premier élément, & ce ſecond élément de Deſcartes.

Ni le tems, ni le ſujet qu'on traite ici, ne permettent d'examiner ces élémens de Deſcartes, & la foule des argumens qu'on leur oppoſe.

Le mouvement ſeul pourroit-il produire la ſubſtance du Feu?

On diſcutera ſeulement, ſans ſe charger d'aucun ſyſtême, s'il eſt poſſible que l'arrangement & le mouvement de la matiére produiſent la ſubſtance du Feu.

1°. Les mixtes par leur mouvement, &c. ne peuvent jamais produire que leurs compoſés, ou laiſſer échapper de leurs ſubſtances, les corps dont eux-mêmes étoient compoſés; or le Feu, par toutes les expériences que l'on a, n'eſt le compoſé d'aucun corps connu : Donc on ne doit point le croire produit d'eux : Donc il faut, ou que le feu ſortant d'une matiére quelconque, ſoit un élément ſimple, enfermé auparavant dans cette matiére, ou que cet élément ſoit formé tout d'un coup par cette matiére, dans lequel il n'étoit point; mais être produit par un être dans lequel on n'étoit point, ce ſeroit être créé par cet être, ce ſeroit être formé de rien : Donc le Feu eſt un élément exiſtant indépendamment de tous les autres corps.

2°. Si l'arrangement & le mouvement des corps pouvoient produire une ſubſtance auſſi pure, auſſi ſimple que le feu ſemble l'être, il faudroit qu'ils puſſent produire, à plus forte raiſon, des corps mixtes; mais le mouvement & l'arrangement ne feront jamais croître un brin d'herbe, ſi ce brin d'herbe n'exiſte déja dans ſon germe : Donc le Feu exiſte en effet avant que les autres corps ſur la terre ſervent à le faire paroître.

3°. Si le mouvement ſeul pouvoit produire du feu, comment eſt-ce que le vent du Midi nous apporteroit toûjours de la chaleur en tems ſerein, & le vent du Nord toûjours

du froid en tems ſerein ? Un vent du Nord violent devroit échauffer l'air, l'eau & la terre, plus qu'un vent du Midi médiocre : il faut donc que l'air venu du Nord apporte la glace dont il eſt chargé ; & que l'air du Midi, qui nous vient de la Zone torride, nous apporte le feu dont le Soleil l'a rempli.

4°. Si le mouvement des parties des corps faiſoit le feu, & par conſéquent la chaleur ; comment pourroit-on concevoir ces fermentations excitées dans la Machine Pneumatique, qui ne font ni hauſſer ni baiſſer le Thermometre? comment concevoir ces autres fermentations qui n'excitent aucune chaleur, ni dans le vuide, ni dans l'air libre? comment enfin concevoir les fermentations froides, qui font tant baiſſer les Thermometres ? Le mouvement peut donner du froid comme du chaud ; la chaleur n'eſt donc pas produite par un mouvement inteſtin & circulaire des parties, comme pluſieurs Auteurs l'ont ſuppoſé : il faut donc qu'il y ait une ſubſtance particuliére, qui ſeule puiſſe donner la chaleur.

5°. Si le mouvement des corps peut produire quelque nouvel être, le mouvement qui n'eſt jamais le même deux inſtants de ſuite dans la Nature, produiroit-il toûjours un être qui eſt toûjours le même, qui a des propriétés ſi ſubtiles & ſi inaltérables, qui s'étend toûjours ſuivant les mêmes loix, qui éclaire en raiſon renverſée des quarrés des diſtances, qui ſe plie toûjours avec inflexion vers les bords des objets, que l'on peut diviſer toûjours en ſept faiſceaux primordiaux, dont chacun eſt le véhicule immuable d'une couleur primitive, &c ? Il paroît par tout ce qu'on vient de dire, que le Feu eſt une ſubſtance élémentaire.

Ce que Newton a penſé de la ſubſtance du feu.

Newton ne ſemble être une ſeule fois du ſentiment de Deſcartes, qu'en ce qu'il dit * que la terre *peut ſe changer en feu, comme l'eau eſt changée en terre ;* s'il entend que l'eau & le feu ne paroiſſent plus à nos yeux ſous la forme de feu & d'eau, qu'elles entrent dans la terre où elles ſont empriſonnées & déguiſées ; ce n'eſt pas là une transformation véritable, c'eſt ſeulement un mêlange : & en ce cas cette idée

* *Optique, page 551. ſeconde édition.*

de Newton, n'eſt qu'une confirmation du ſentiment qu'on expoſe ici.

Mais ſuppoſé qu'il entende une transformation véritable, on oſe dire qu'il auroit corrigé cette idée s'il avoit eu le tems de la revoir; on ſçait qu'il ne propoſoit ces queſtions, à la fin de ſon Optique, que comme les doutes d'un grand Homme.

Ce qui l'avoit induit dans cette opinion, étoit une expérience incertaine, rapportée par Boyle. Un Chymiſte ami de Boyle, avoit diſtillé long-tems de l'eau pure; & après pluſieurs opérations reitérées, il prétendoit qu'un peu de cette eau étoit devenue terre.

Newton ſe fonde encore ſur cette même expérience, dans le troiſiéme livre de ſes Principes, pour prouver que la maſſe ſéche de la terre doit augmenter, & que la maſſe aqueuſe doit diminuer petit à petit; mais enfin les travaux d'un Philoſophe* de nos jours, ont découvert la mépriſe du Chymiſte, qui avoit trompé Boyle, & enſuite Newton.

* M. Boërhave.

Il a été prouvé par des expériences réitérées, qu'en effet l'eau pure ne ſe transforme point en terre; & il n'y a d'ailleurs aucun exemple, que jamais rien ſe ſoit changé en feu, ni que le feu ait produit du feu.

Il réſulte donc que le Feu eſt un être élémentaire, dont les parties conſtituantes ſont des élémens inaltérables; & il ne ſe change en aucune autre ſubſtance, & aucune n'eſt changée en lui.

Il eſt donc à croire que l'air pur, dégagé de tout le cahos de l'Atmoſphere; l'eau pure, la terre ſimple, ne ſe changeant en aucun autre corps, ſont les élémens primitifs de toute matiére, au moins connue.

Les élémens que la Chymie a découverts, ne paroiſſent être autre choſe que ces quatre élémens: car tout Soufre, tout Sel, toute Huile, toute Tête-morte, contient toûjours quelqu'un des quatre élémens, ou les quatre enſemble: & à l'égard de ce qu'on a nommé l'*Eſprit*, ou le *Mercure*, ou ce n'eſt rien, ou c'eſt du feu.

Ainſi il ſemble qu'après toutes les recherches de la Philoſophie moderne, on peut revenir à ces quatre élémens que l'antiquité avoit admis ſans les trop connoître; & ce ne ſeroit pas la ſeule idée ancienne que les travaux du dernier ſiécle ont juſtifiée en l'approfondiſſant.

Il paroît en effet qu'il eſt néceſſaire que la matiére, telle qu'elle eſt, ſoit compoſée d'élémens inaltérables : tout le mouvement imaginable n'en feroit jamais que la même ſubſtance mûe différemment; on ne voit pas comment un morceau de bois, par exemple, diviſé & atténué, ſeroit jamais autre choſe que du bois en pouſſiére.

Ne ſuit-il pas de tout ce qui a été dit, que le Feu eſt une ſubſtance inaltérable, dans la conſtitution préſente des choſes; qu'il n'eſt jamais ni détruit ni augmenté par aucune autre ſubſtance; que par conſéquent, il y a toûjours dans la Nature, la même quantité de feu; qu'ainſi lorſqu'un corps eſt plus échauffé, il faut qu'il y en ait quelqu'autre qui ſe refroidiſſe; que par conſéquent le feu dardé à tout moment du Soleil ſur les Planetes, doit augmenter la ſubſtance de ces globes, & diminuer celle du Soleil, qui doit avoir des reſſources d'ailleurs pour renouveller ſa ſubſtance, &c?

Sans chercher à préſent à tirer plus de conſéquences, & nous repoſant ſur cette idée, que le Feu eſt une *ſubſtance élémentaire*, à quoi la reconnoîtrons-nous? quels effets établiſſent ſon caractère diſtinctif?

Sera-ce la diſſolution des corps? mais l'eau diſſout à la longue juſqu'aux Métaux. Sera-ce la dilatation? mais l'air dilate viſiblement tous les corps minces & élaſtiques dans leſquels on le comprime. L'eau dilate les cordes, le bois ſec; & le feu au contraire les reſſerre.

Quel eſt le caractère de la ſubſtance du feu?

Le Feu en général, *eſt le ſeul être qui éclaire & qui brûle*; ces deux effets ne s'accompagnent pas toûjours : Le feu du Soleil, repercuté ſur la Lune, renvoyé vers nous, & réuni au foyer d'un Verre-ardent, jette une grande lumiére : il éclaire beaucoup; mais il ne peut rien échauffer, encore moins brûler, parce qu'il y a trop peu de rayons. Le Feu, au contraire,

contraire, dans une barre de Fer, non encore ardente, échauffe, brûle, & ne peut éclairer nos yeux; parce que le feu n'a pû encore s'échapper assez de la surface du Fer, pour venir en rayons divergents, former sur nos yeux des cones de lumiére dont le sommet doit être dans chaque point de cette barre.

C'est donc en général, de la quantité de sa masse, & de la quantité de son mouvement, que dépendent sa chaleur & sa lumiére; mais il est le seul être connu, qui *puisse éclairer & échauffer*: voilà simplement sa définition.

ARTICLE SECOND.

Si le Feu est un corps qui ait toutes les propriétés générales de la matiére.

Le Feu a-t-il les autres propriétés primordiales de la matiére?

Il est mobile, puisqu'il vient à nos yeux en si peu de tems. Il est divisible, & plus divisible par nous que les autres corps, puisqu'on sépare le moindre de ses traits en sept faisceaux de rayons différents.

Il est étendu par conséquent; mais a-t-il la pesanteur & la pénétrabilité de la matiére? est-il en effet un corps tel que les autres corps? Plusieurs Philosophes très-respectables en ont douté.

Le Feu est-il un corps?

Newton, *page* 207 *de ses Principes*, *Scolie de la Proposition* 96, dit qu'il n'examine pas si *les rayons du Soleil sont un corps ou non*, *qu'il détermine seulement des trajectoires des corps semblables aux trajectoires des rayons du Soleil.*

Or puisqu'il est constant par l'expérience, que les rayons du Soleil réunis, sont le feu le plus pur & le plus violent; douter s'ils sont un corps, c'est douter si le Feu est un corps.

Le Feu est-il pesant?

D'autres Physiciens, dont la raison s'est éclairée par quarante ans d'études & d'expériences, après avoir cherché si le feu a quelque poids, ne lui en ont jamais trouvé. Le célébre Boërhave, dit dans sa Chymie, qu'ayant pesé huit livres de Fer

froid, puis tout ardent, puis refroidi encore, il a toûjours trouvé ſon même poids de huit livres.

Cette épreuve ſemble réclamer contre d'autres épreuves faites par des mains non moins habiles, & non moins exercées. On ſçait que cent livres de Plomb produiſent après la calcination, juſqu'à cent dix livres de *minium*.

On ſçait que quatre onces d'Antimoine expoſées près du foyer du Verre ardent du Palais Royal, après avoir été calcinées au feu élémentaire, ont peſé auſſi près d'un dixiéme plus qu'auparavant, quoique cet Antimoine eût perdu beaucoup de ſa ſubſtance dans l'exhalaiſon de ſa fumée, &c.

Il ne s'agit à preſent que de ſçavoir ſi cette augmentation de poids dans cette expérience, peut prouver la peſanteur du feu, & ſi l'égalité de poids dans l'expérience de M. Boërhave peut prouver que le Feu ne peſe point.

Qu'il me ſoit permis de rapporter ici ce que je viens de faire pour m'éclairer ſur cette difficulté.

Le reſpect que l'on doit au Corps qui jugera ce foible Eſſai, eſt un garant de l'exactitude avec laquelle j'ai tâché de m'inſtruire, & de la fidélité avec laquelle je rapporte ce que j'ai vû, dont d'ailleurs j'ai dix témoins oculaires.

J'ai été exprès à une Forge de Fer, & là, ayant fait reformer toutes les balances, & en ayant fait porter d'autres, toutes les balances de Fer ayant des chaînes de Fer au lieu de cordes, j'ai fait peſer depuis une livre juſqu'à deux mille livres de métal ardent & refroidi, & n'ayant jamais trouvé la moindre différence dans le poids, voici comme je raiſonnois. Ces maſſes énormes de Fer ardent avoient acquis par leur dilatation une plus grande ſurface, elles devoient donc avoir alors moins de peſanteur ſpécifique. Je puis donc, de cela même qu'elles peſent également chaudes & froides, conclure que le feu qui les pénétroit, leur donnoit préciſément autant de poids que leur dilatation leur en faiſoit perdre, & que par conſéquent le Feu eſt réellement peſant.

Mais, diſois-je, toutes les calcinations après leſquelles les matiéres ont augmenté de poids, n'ont-elles pas auſſi dilaté

ces matiéres ? Il leur arrive donc la même choſe qu'à mon Fer ardent. Cependant ces matiéres peſent, brûlantes & calcinées, un dixiéme de plus qu'avant d'avoir été expoſées au feu ; & deux milliers de Fer ardent & froid, conſervent toûjours leur même poids. Se peut-il que dans quatre onces de poudre d'Antimoine expoſées quelques minutes au feu du Soleil, ou calcinées quelques heures au fourneau de reverbere, il ſoit entré incomparablement plus de matiére ignée que dans ces maſſes pénétrées pendant vingt-quatre heures du feu le plus violent ?

Je ſongeai donc à peſer quelque choſe de beaucoup plus chaud encore que le Fer embraſé ; je ſuſpendis près d'un fourneau où l'on fait la fonte, trois marmites de fer très-épaiſſes, à trois balances bien exactes ; je fis puiſer de la fonte en fuſion. Je fis porter cent livres de ce feu liquide dans une marmite, trente-cinq livres dans une autre, vingt-cinq livres dans la troiſiéme. Il ſe trouva au bout de ſix heures, que les cent livres avoient acquis quatre livres étant refroidies, les vingt-cinq livres à peu-près une livre, & les trente-cinq livres, environ une livre une once & demie.

Je m'étois ſervi dans cette expérience, de la fonte blanche, dont il eſt parlé dans l'Art de forger le Fer, Livre qui devoit procurer au public plus d'avantage que la jalouſie des Ouvriers ne l'a ſouffert.

Je répétai pluſieurs fois cette expérience, & je trouvai toûjours à peu-près la même augmentation de poids dans la fonte blanche refroidie.

Mais la fonte griſe, qui eſt toûjours moins cuite, moins métallique que l'autre, me donna toûjours un même poids, ſoit froide, ſoit ardente.

Que dois-je penſer de cette expérience ? S'il eſt vrai, comme le dit M. de Reaumur, dans les Memoires de 1726, Page 273. que le Fer *augmente de volume en paſſant de l'état de fuſion à celui de ſolidité ;* il doit donc avoir une peſanteur ſpécifique, moindre dans l'état de ſolidité ; & cependant le voilà qui, ſolide, peſe beaucoup plus que fluide : voilà quatre livres

d'augmentation ſur cent, quand la ſurface eſt devenue plus large, & que le feu dont il étoit pénétré s'eſt échappé pendant plus de ſix heures.

Cette augmentation de volume, & cette perte de ſa ſubſtance, devroit concourir à le faire peſer bien moins; l'air dans lequel on le peſe froid, étant alors plus denſe, devroit diminuer encore un peu le poids de ce métal. Malgré tout cela, ce métal peſe toûjours beaucoup plus étant refroidi, qu'en fuſion.

Or en fuſion il contenoit incomparablement plus de feu qu'étant refroidi: Donc il ſemble qu'on doive conclure que cette prodigieuſe quantité de feu n'avoit aucune peſanteur: donc il eſt très-poſſible que cette augmentation de poids ſoit venue de la matiére répandue dans l'Atmoſphere: Donc dans toutes les autres opérations par leſquelles les matiéres calcinées acquiérent du poids, cette augmentation de ſubſtance pourroit auſſi leur être venue de la même cauſe, & non de la matiére ignée. Toutes ces conſidérations m'obligent à reſpecter l'opinion, que le Feu ne peſe point.

Mais d'un autre côté, je conſidére que cette augmentation apparente de volume dans le Fer, lorſque de fondu il devient ſolide, eſt dûe très-vraiſemblablement à la dilatation des vaſes & des moules dans leſquels on le répand, qui ſe contractent avant que le Fer ſe ſoit reſſerré; & ſi cela eſt, je conclus que le Fer en fuſion, dilaté, doit en effet peſer ſpécifiquement moins, & ſolide, doit peſer plus en raiſon de ſon volume.

J'obſerve auſſi qu'il en eſt ainſi de tous les Métaux en fuſion, qu'ils doivent tous peſer ſolides plus que fluides, ſans que cet excès de peſanteur dans les Métaux refroidis, vienne d'aucune addition de matiére étrangére.

Je vois que ſi le Plomb, l'Etain, le Cuivre, &c. peſent moins en fuſion que refroidis, ils acquiérent au contraire du poids dans la calcination.

Maintenant de deux choſes l'une, ou dans cette calcination la matiére acquiert un moindre volume, conſervant

la même masse, & alors par cela seul, elle doit peser un peu davantage, ou bien sans avoir un moindre volume, elle acquiert plus de masse. Ce surplus de masse lui vient, ou du feu, ou de quelqu'autre matiére. Il n'est pas probable que cent livres de Plomb acquiérent dix livres de feu : il n'y a peut-être pas dix livres de feu dans tout ce que l'on brûle en un jour sur la terre. Mais aussi il n'est pas probable que le feu ne contribue rien à cette addition de poids.

Je joins à cette probabilité, qu'il n'y a d'ailleurs aucune raison pour priver l'élément du Feu, de la pesanteur qu'ont les autres Elémens; & je conclus qu'il est très-probable que le feu est pesant.

Le feu est-il impénétrable?

Les Philosophes qui refusent au Feu l'impénétrabilité, ne manqueront pas encore de raisons. Il est constaté, diront-ils, que la lumiére est du feu, que ce feu vient à nos yeux, que ses traits, ses rayons sont colorés; c'est-à-dire, que les rayons producteurs du rouge, doivent toûjours donner la sensation du rouge, &c.

Or cela posé, vous regardez deux points, dont l'un est rouge, & l'autre bleu, non-seulement les rayons bleus & rouges se croisent nécessairement avant d'arriver à vos yeux; mais dans ce point d'intersection, il passe encore une infinité de rayons de l'atmosphere; reunissez encore dans ce même point, tous les rayons réfléchis d'un miroir concave, & tous ceux d'un verre lenticulaire qui lui sera opposé, vous n'en verrez toûjours que plus vivement le point rouge & le point bleu; ces deux traits de feu viendront toûjours à vos yeux dans leur même direction, à travers ces mille millions de traits qui pénétrent leur surface : le Feu ne semble donc pas impénétrable.

Le Feu, suivant l'idée de ces Philosophes, seroit donc une substance qui auroit quelques attributs de la matiére, & qui ne seroit pas en effet matiére. Il auroit la divisibilité, la mobilité, l'étendue; mais il n'auroit ni la gravitation vers un centre, ni l'impénétrabilité, caractère plus inhérent dans la matiére, que la gravitation.

Il agiroit sur les corps, sans être entiérement de la nature des corps, ce qui ne seroit pas incompatible. Il seroit dans l'ordre des êtres, une substance mitoyenne entre les corps plus grossiers que lui, & d'autres substances plus pures que lui : il tiendroit à ceux-ci par la pénétrabilité & par sa liberté de n'être entraîné vers aucun centre : il tiendroit aux autres par sa divisibilité, par son mouvement, semblable en ce sens à ces substances qui semblent marquer les bornes des espéces, qui ne sont ni Animaux ni Végétaux absolus, & qui semblent être les degrés par lesquels la Nature passe d'un genre à un autre. On ne peut pas dire que cette chaîne des êtres soit sans vraisemblance, & cette idée qui aggrandit l'Univers, n'en seroit par-là que plus philosophique.

Cependant quoiqu'aucune expérience ne semble encore avoir constaté invinciblement la pesanteur & l'impénétrabilité du Feu, il paroît qu'on ne peut se dispenser de les admettre.

A l'égard de la pesanteur, les expériences lui sont au moins très-favorables.

A l'égard de l'impénétrabilité, elle paroît plus certaine : car le Feu est corps, ses parties sont très-solides, puisqu'elles divisent les corps les plus solides, puisque l'aiguille d'une Bousole tourne au foyer d'un verre ardent, &c.

La solidité emporte nécessairement l'impénétrabilité. Il est vrai que les traits de feu qu'on nomme *rayons de lumiére*, se croisent ; mais ils peuvent très-bien se croiser sans se pénétrer : car tout corps ayant incomparablement plus de pores que de matiére, ces traits de feu passent, non pas dans la substance solide des parties élémentaires les unes des autres, ce qui seroit incompréhensible, mais dans les pores les uns des autres : & non-seulement, ils peuvent se croiser ainsi ; mais ils se croisent l'un par-dessus l'autre, comme des bâtons : & de-là vient, pour le dire en passant, que deux hommes ne voyent jamais le même point physique, le même *minimum* visible.

Il paroît donc enfin qu'on doit admettre que le Feu a

toutes les propriétés primordiales connues dans la matiére.

Voyons ſes propriétés particuliéres, & d'où elles dépendent, pour tâcher de connoître quelque choſe de ſa Nature.

ARTICLE TROISIE'ME.

Quelles ſont les autres propriétés générales du Feu.

Les deux attributs qui caractériſent le Feu, étant de brûler & d'éclairer, d'où lui viennent ces deux attributs, & quelles autres propriétés en réſultent ?

SECTION I.

D'où le Feu a-t-il le mouvement ?

1°. Le Feu ne peut éclairer, échauffer, brûler, que par le mouvement de ſes parties; d'où ce mouvement lui viendra-t-il ? Sera-ce de quelqu'autre matiére plus tenue, plus fluide encore ? Mais d'où cette autre matiére aura-t-elle ſon mouvement ? Pourquoi cette matiére ne fera-t-elle pas elle-même les mêmes effets que le feu ? Pourquoi recourir à une autre matiére qu'on ne connoît pas ?

Cette autre matiére agiroit, ou dans le plein abſolu, ou dans le vuide; ſi elle eſt ſuppoſée dans le plein, cette ſuppoſition eſt expoſée à d'étranges contradictions : Comment une étincelle de feu, venant de Sirius juſqu'à nous, dérangera-t-elle ce plein prodigieux ? Comment un rayon de Soleil percera-t-il plus de trente millions de lieues en 8 minutes ? d'ailleurs, quelle foule d'objections contre le plein abſolu ! Si cette matiére eſt ſuppoſée agir dans l'eſpace non rempli, quel beſoin avons-nous d'elle, pour produire l'action du feu ? Le Feu eſt un élément, ſes parties conſtituantes ne s'altérent donc point, du moins tant que cet Univers ſubſiſte; que ſerviroit donc une autre matiére inſenſible à ces parties conſtituantes ? Il ne faut admettre de principe inviſible, inſenſible, que quand ce premier principe inviſible, inſenſible, eſt d'une néceſſité primordiale abſolue, inhérente

dans la nature des choſes. Ne ſeroit-il pas contre toute Philoſophie, d'expliquer le mouvement connu d'un élément, par le mouvement ſuppoſé d'un autre élément inconnu ? Il faut donc croire que le Feu a le mouvement originairement imprimé en lui-même, juſqu'à ce qu'on ſoit bien ſûr qu'il y a une autre ſubſtance qui le lui donne.

Le Feu étant donc toûjours par ſa nature, en mouvement, ſes parties étant les plus ſimples, & par conſéquent les plus ſolides des corps connus, tous les corps connus étant poreux, le feu habite néceſſairement dans les pores de tous les corps, il les étend, les meut, les échauffe & les conſume, ſelon ſa quantité & ſon degré de mouvement.

Tous les corps tendent à s'unir par la même loi qui fait graviter tous les corps céleſtes vers un foyer commun, quelle que ſoit la cauſe de cette tendance : Donc toutes les parties de chaque corps preſſeroient également vers le centre de ce corps, & tous les corps compoſeroient des maſſes également dures, ſi le feu étant toûjours en mouvement, n'écartoit ces parties toûjours prêtes à s'unir.

Le Feu réſiſte donc continuellement à l'effort des corps, & les corps lui réſiſtent de même : cette action & cette réaction continuelle, entretiennent donc un mouvement ſans interruption dans toute la Nature.

Pourquoi tous les Animaux ſont-ils plus grands le jour que la nuit ? Pourquoi les maiſons ſont-elles plus hautes à midi qu'à minuit ? Pourquoi toute la Nature eſt-elle dans une agitation plus ou moins grande, ſelon que les climats ſont plus ou moins chauds ? Faudra-t-il, pour expliquer ces Phénomenes continuels, recourir à autre choſe qu'au Feu ? Son abſence ne fait-elle pas ſenſiblement le repos ? Sa préſence ne fait-elle pas ſenſiblement le mouvement ? Faudra-t-il, encore une fois, imaginer une autre matiére que le Feu pour rendre raiſon de la chaleur ?

Loin que ce ſoit le mouvement interne des corps, qui puiſſe produire & faire en effet du feu, c'eſt donc réellement le feu qui produit le mouvement interne de tous les corps.

corps. Mais, dira-t-on, comment peut-il exciter des fermentations froides, qui font baiſſer le Thermometre? Comment peut-il, en agitant l'air, cauſer des vents qui apportent la gelée?

Je répondrai que ces effets arrivent de la même maniére que nous faiſons geler des liqueurs, en mettant du feu autour de la maſſe de Neige & de Sel qui entourent la liqueur que nous voulons glacer; à peine le feu a-t-il commencé à fondre cette maſſe de Neige & de Sel, que notre liqueur ſe gele: voilà du mouvement, & une fermentation des plus froides à la ſuite de ce mouvement: c'eſt ainſi qu'une demi-once de Sel volatil d'urine, & trois onces de Vinaigre, en fermentant, font baiſſer le Thermometre de 9 à 10 degrés. Il y a certainement du feu dans ces deux liqueurs, ſans quoi elles ne ſeroient point fluides; mais il y a auſſi autre choſe que du feu, il y a des Sels; pluſieurs parties de ces Sels ne ſe coagulent-elles pas en la même maniére que pluſieurs parties de Sel & de Glace entrent dans nos liqueurs que nous glaçons?

De même l'air dilaté par le moyen du Feu, de quelque maniére que ce puiſſe être, ſoit par des exhalaiſons, ſoit par l'action immédiate des rayons du Soleil; cet air, dis-je, nous apporte du Nord, des Sels coagulés: & pourquoi ces Sels ſe coagulent-ils dans un air que la chaleur dilate? N'eſt-ce point que ces Sels contiennent en eux moins de feu que les autres parties de l'Atmoſphere, & qu'ainſi ils s'uniſſent quand l'Atmoſphere ſe dilate? Ils excitent alors un vent froid, qui n'eſt autre choſe qu'une fermentation froide: le Feu par ſon mouvement peut donc unir enſemble des matiéres qui par-là même deviennent froides.

Que l'on jette des morceaux de glace dans l'air, ils ſeront toujours froids, quoiqu'en mouvement; les exhalaiſons du Nord, le vent qui n'eſt autre choſe que l'air dilaté, doivent être conſidérés comme une puiſſance qui pouſſe des parties de glace.

Le Feu par ſon mouvement contribue donc même au

froid, puiſqu'avec le feu nous glaçons des liqueurs ; puiſque des fluides empreints de matiére ignée, tels que le Sel volatil d'urine & le Vinaigre, tels que le Sel ammoniac & le Mercure ſublimé, font baiſſer prodigieuſement le Thermometre ; puiſque l'air dilaté par l'action du feu, nous apporte du Nord des particules froides.

SECTION II.

N'eſt-il pas la cauſe de l'Elaſticité ?

Le Feu étant en mouvement dans tous les corps, le Feu agiſſant par ce mouvement, la réaction étant toûjours égale à l'action, ne ſuit-il pas que le Feu doit cauſer l'Elaſticité ?

Etre élaſtique, c'eſt revenir par le mouvement, au point dont on eſt parti ; c'eſt être repouſſé en proportion de ce qu'on preſſe. Pour que les mixtes ayent cette propriété, il faut qu'ils ne ſoient pas entiérement durs, que l'adhéſion de leurs parties conſtituantes ne ſoit pas invincible : car alors rien ne pourroit preſſer & refouler leurs parties, ni en dedans, ni en dehors.

Une balle fait reſſort en tombant ſur une pierre, parce que les parties qui touchent la pierre, en ſont repouſſées ; parce que la réaction de la pierre eſt égale à l'action de la balle : quand cette balle ayant cédé à cet effort qui lui a ôté ſa rondeur, la reprend enſuite, c'eſt parce que ſes parties qui étoient preſſées, ſe renflent, s'étendent. Il y a donc de toute néceſſité, un pouvoir qui diſtend toutes ces parties ; ce pouvoir n'eſt que du mouvement, le feu qui eſt dans ce corps eſt en mouvement, le Feu cauſe donc l'Elaſticité.

Que le feu ſoit l'origine de cette propriété, c'eſt une choſe d'autant plus probable, que le feu lui-même ſemble parfaitement élaſtique, ſes parties élémentaires étant néceſſairement très-ſolides, ſe choquant continuellement, & ſe repouſſant avec une force proportionnée à leur choc, doivent faire des vibrations continuelles dans les Corps. Un corps ſeroit parfaitement dur, s'il étoit abſolument privé de feu.

S'il en étoit tout pénétré, & que ſes parties ne puſſent réſiſter aucunement à l'action du feu, ſes parties auroient encore moins de cohérence que les fluides les plus ſubtils, & il ſeroit entiérement mou; un corps n'eſt donc élaſtique qu'autant que ſes parties conſtituantes réſiſtent au mouvement du feu qu'il renferme.

C'eſt ce que l'expérience confirme dans tous les corps élaſtiques. Plus on a augmenté l'adhéſion, la cohérence des parties d'un métal, en le comprimant ſous le marteau, plus alors cette adhéſion ſurpaſſe l'action du feu que contient ce métal; alors ſon reſſort eſt toûjours plus grand; qu'il ſoit échauffé, le reſſort diminue; qu'il ſoit enſuite en fuſion, ce reſſort eſt perdu entiérement. Laiſſez refroidir ce corps fondu, c'eſt-à-dire, laiſſez exhaler le feu étranger & ſurabondant qui le pénétroit, ne lui laiſſez que la quantité de ſubſtance de feu qui étoit naturellement dans les pores de ſes parties conſtituantes, le reſſort ſe rétablit.

SECTION III.

L'Air ne reçoit-il pas auſſi ſon reſſort du Feu?

L'Air, ce corps ſi ſinguliérement élaſtique, paroît recevoir ſon reſſort du Feu par les mêmes raiſons.

L'Air de notre Atmoſphere eſt un aſſemblage de vapeurs de toute eſpéce, qui lui laiſſent très-peu de matiére propre.

Otez de cet Air l'eau dans laquelle il nage, & dont la peſanteur ſpécifique eſt au moins de 850 fois plus grande que celle de cet air; ôtez-en toutes les exhalaiſons de la terre, que reſtera-t-il à l'Air pur pour ſa peſanteur? Il eſt impoſſible d'aſſigner ce peu que l'Air pur peſe par lui même; il reçoit donc certainement d'une autre matiére, cette grande peſanteur qui ſoûtient 33 pieds d'eau, ou 29 pouces de Mercure: cette force qui ſurprit tant le ſiécle paſſé, ne lui appartient pas en propre.

Si cette peſanteur n'eſt pas à lui, pourquoi ſon reſſort ne lui viendra-t-il pas auſſi d'ailleurs?

Il eſt conſtant que la chaleur augmente beaucoup le reſſort d'un air enfermé; on connoît les découvertes fines d'Amontons ſur l'augmentation de puiſſance, qu'un air comprimé acquiert par la chaleur de l'eau bouillante.

La chaleur étend l'air, & augmente ſenſiblement ſon élaſticité dans l'inſtant que cet air s'étend; ainſi l'air ſe dilatant par le feu, caſſe les vaiſſeaux qui le renferment; ainſi échauffé dans une veſſie, il la fait crever; ainſi il fait monter le Mercure & les liqueurs dans les tubes, d'autant plus qu'il s'échauffe, &c.

Tant qu'il y aura du feu dans cet air comprimé, les corpuſcules de l'air, écartées en tout ſens, preſſent en tout ſens tout ce qu'elles rencontrent. Voilà l'augmentation de ſon reſſort.

L'air libre étant échauffé, ſe diſtend, s'écarte de tous côtés; & alors ce reſſort qui agiſſoit par la dilatation, s'épuiſe en proportion de ce que l'air s'eſt dilaté; ce plein air libre, échauffé, n'eſt plus ſi élaſtique, parce qu'alors il y a moins d'air dans le même eſpace.

De même, quand le métal pénétré de feu, s'étend de tous côtés, alors il y a moins de métal dans le même eſpace; & quand il eſt fondu, il s'eſt étendu autant qu'il eſt poſſible, alors ſon reſſort eſt perdu autant qu'il eſt poſſible.

Ce métal refroidi redevient élaſtique; auſſi l'air libre refroidi, revenu dans ſon premier état, reprend ſon élaſticité premiére; mais ſi l'air eſt plus refroidi encore, ſi le froid le condenſe trop, alors ſon reſſort s'affoiblit: n'eſt-ce pas que l'air n'a plus alors la quantité de feu néceſſaire pour faire jouer toutes ſes parties, & pour le dégager de l'atmoſphere engourdi qui le renferme?

Si l'Air étoit abſolument privé du Feu, il ſeroit ſans mouvement & ſans action.

SECTION IV.

Suite de l'examen, comment le Feu cauſe l'Elaſticité.

Tous les Liquides, quoique d'une autre nature que l'air, ne doivent-ils pas auſſi au Feu leur plus ou moins d'élaſticité ? Le feu qui ſubſiſte dans l'eau, retient les parties de l'eau dans une déſunion continuelle. L'eau eſt alors, par rapport à la quantité de feu qu'elle contient, ce qu'eſt un métal enflammé par rapport à la quantité de feu qui le pénétre. Ce métal en fuſion perd ſon reſſort. L'eau coulante eſt auſſi dans une eſpéce de fuſion, & par conſéquent ſans élaſticité; mais dès qu'elle contient moins de feu, dès qu'elle eſt glacée, elle fait reſſort comme le métal refroidi, parce qu'alors elle peut réagir comme le métal, contre l'action d'un moindre feu qu'elle contient : Or que la glace contienne du feu, on ne peut en douter, puiſqu'on peut rendre la glace 30 à 40 fois plus froide encore, qu'au premier degré de congélation; & ſi on pouvoit trouver le dernier terme de la glace, on trouveroit celui de l'extrême dureté des corps.

Ceux qui, pour expliquer l'Elaſticité, ont employé la matiére ſubtile, de l'exiſtence de laquelle on n'a de preuve que le beſoin qu'on croit en avoir; ceux-là, dis-je, ont toûjours eu dans leur ſyſtême quelque contradiction à dévorer.

S'ils diſent, par exemple, qu'une lame d'Acier courbée fait reſſort, parce que cette matiére ſubtile qu'on ſuppoſe être par-tout, fait un effort violent pour repaſſer par les pores de cet Acier, que ſa courbure vient de rétrécir, ils s'apperçoivent auſſi-tôt que la loi des fluides les contredit : car tout fluide libre preſſe également par-tout; & de plus, ſi la matiére ſubtile eſt ſuppoſée faire tourner notre globe d'Occident en Orient, comment cauſera-t-elle un reſſort dans un ſens contraire ?

S'ils diſent que la matiére ſubtile rempliſſant tous les pores des corps & tout l'Univers, eſt compoſée de petits tourbillons logés dans les corps; que les parties de ces tourbillons tendans

toûjours à s'échapper par la tangente, ſont la cauſe du reſſort : que de difficultés & de contradictions encore ! Ces petits tourbillons ſont-ils compoſés d'autres tourbillons ? Il le faut bien, puiſqu'ils ont des parties. La derniére de ces particules ſera-t-elle un tourbillon ? En quelle direction ſe mouvront-ils ? eſt-ce en un ſeul ſens ? eſt-ce en tout ſens ? Qu'on ſonge bien qu'ils rempliſſent l'Univers, & qu'on voie ce qui en réſulteroit. Il faudroit que tout ſuivît cette direction de leur mouvement. Sont-ils durs, ſont-ils mous ? S'ils ſont durs, comment laiſſeront-ils venir à nous un rayon de lumiére ? S'ils ſont mous, comment ne ſe confondront-ils pas tous enſemble ? De quelque côté qu'on ſe tourne, on eſt environné d'obſcurités.

Je demande ſimplement, ſi dans les incertitudes où nous laiſſe la Phyſique, il ne vaut pas mieux s'en tenir aux ſubſtances, dont au moins on connoît l'exiſtence & quelques propriétés, que de rechercher des êtres dont il faut deviner l'exiſtence. Nous ſommes tous des étrangers ſur la terre que nous habitons ; ne devons-nous pas plûtôt examiner ce qui nous entoure, que de faire la carte des pays inconnus ? Nous voyons du feu ſortir des corps où il étoit enveloppé ; nous voyons qu'il eſt dans tous les corps connus, qu'il imprime évidemment des vibrations à leurs parties, que quand ces vibrations ſont finies par la diſſolution du corps, tout reſſort ceſſe ; nous ſentons que l'air devient plus élaſtique quand il s'échauffe, & moins quand il eſt très-froid : Pourquoi donc chercher ailleurs que dans cet élément du Feu, l'Elaſticité qu'il donne ſi ſenſiblement ? Par-là, on ne ſe chargeroit du fardeau d'aucune hypotheſe ; & certainement on n'avanceroit pas moins dans la connoiſſance de la Nature.

SECTION V.

N'eſt-il pas la cauſe de l'Electricité ?

S'il eſt vraiſemblable que le Feu eſt la cauſe de l'Elaſticité, il ne l'eſt pas moins que l'Electricité ſoit auſſi un de ſes effets.

La marche de l'esprit humain doit être, ce semble, de se contenter d'attribuer les mêmes effets aux mêmes causes, jusqu'à ce que l'expérience découvre une cause nouvelle. Or l'Electricité paroît toûjours produite par la cause qui produit toûjours du feu dans les corps durs, c'est-à-dire, qui développe le feu que ces corps durs contiennent, cette cause est le frottement, l'attrition des parties.

Il n'y a aucun corps dur, frotté, qui ne s'échauffe; il n'y a aucun corps électrique, qui ne doive être frotté avant d'exercer cette Electricité.

Quelques corps durs, frottés, s'enflamment; quelques corps électriques jettent des étincelles brûlantes, tous après un long & violent frottement jettent de la lumiére.

Il est vrai que les Métaux, quelqu'attrition qu'ils puissent éprouver, n'attirent point les corps minces à eux, n'exercent point d'Electricité; mais on ne dit point que tout ce qui prend feu soit électrique; on remarque seulement que tout ce qui devient électrique, jette du feu plus ou moins : Donc le Feu paroît avoir très-grande part à cette Electricité. Au moins il est indubitable, qu'il n'y a point d'Electricité sans mouvement; & qu'il n'y a point, dans la Nature, de mouvement sans le Feu.

ARTICLE QUATRIE'ME.

Suite des autres propriétés générales, par lesquelles on cherche à déterminer la Nature du Feu.

Le Feu, comme tout autre Fluide, se meut également en tout sens; ou plûtôt ne pouvant se mouvoir qu'avec cette égalité, parce que l'action & la réaction de ses parties élémentaires est égale, il semble être l'unique cause pour laquelle les autres Fluides se meuvent ainsi.

Il doit donc échauffer également dans toutes ses parties, un corps homogéne qu'il pénétre; sa flamme doit être ronde, & l'est toûjours quand l'air ne presse pas sur le mixte qui brûle. Qu'une boule de fer soit bien enflammée dans

Comment il se répand également.

un fourneau, où l'air très-raréfié a épuisé son ressort, cette boule de fer jette des flammes également en haut & en bas; la flamme de l'Esprit de Vin s'arrondit quand on la plonge dans une autre flamme.

De cette propriété inhérente dans le Feu, de se répandre également, s'il ne trouve point d'obstacle, il suit que tout corps enflammé doit envoyer les traits de feu également de tous les côtés, & qu'ainsi tout point lumineux est un centre dont les rayons partent & aboutissent à la surface d'une sphere.

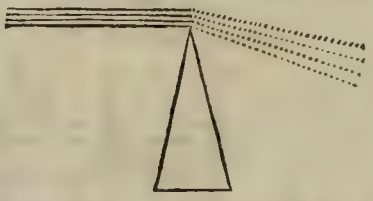
C'est par cette propriété que le Feu échauffe & éclaire en raison inverse ou reciproque du quarré des distances.

Le Feu a donc la propriété d'envoyer aux corps une quantité de sa substance dans cette proportion.

Le feu paroît attiré par les corps.

Il a encore la propriété d'être attiré sensiblement par les corps.

1°. Cette attraction est démontrée par cette expérience connue d'une lame de couteau ou de verre, dont la pointe est rasée par les rayons du Soleil dans une chambre obscure.



Exemples.

On sçait que les rayons s'infléchissent, se portent vers cette lame en proportion des distances, c'est-à-dire, que le rayon qui passe le plus près de cette pointe, est celui qui s'infléchit le plus vers le couteau. Toutes les autres expériences de l'inflexion de la lumiére près des corps, se rapportent à celle-ci. On le connoît, on n'en grossira pas ce Mémoire.

2°. La réfraction est encore une preuve évidente de cette attraction; on sçait assez que quand le verre ou l'eau, &c. reçoit un rayon oblique, ce rayon commence à se briser en

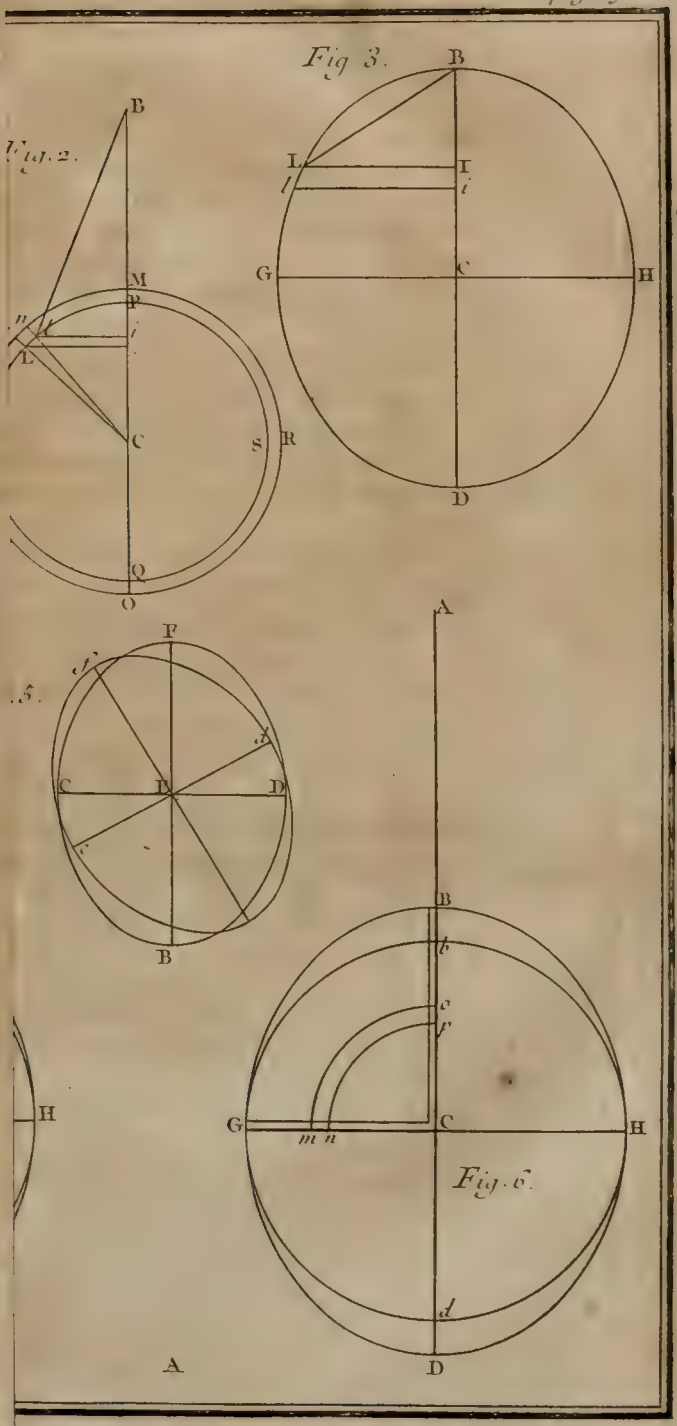


Fig. 3.
B
L
l
I
i
G
C
H
D
Fig. 2.
B
M
P
n
L
C
S
R
Q
O
F
C
D
B
A
B
b
c
f
G
C
H
m
n
d
D
H
A

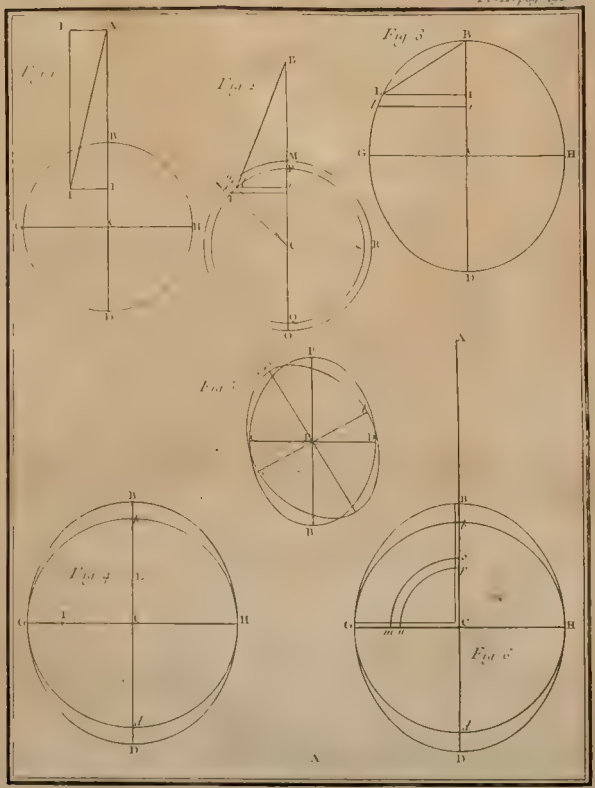


Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5
Fig 6

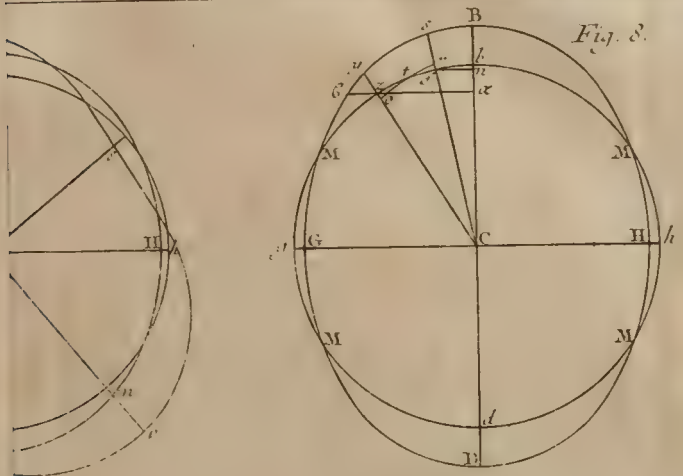
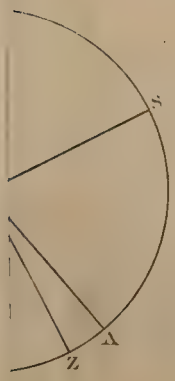


Fig. 8.



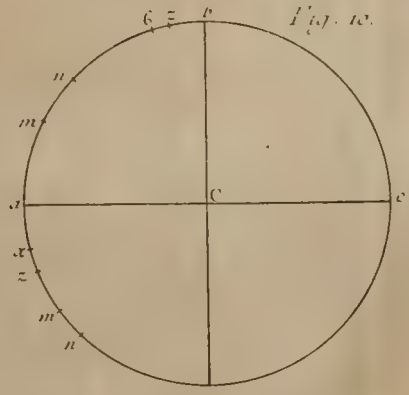
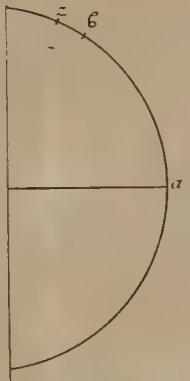


Fig. 10.



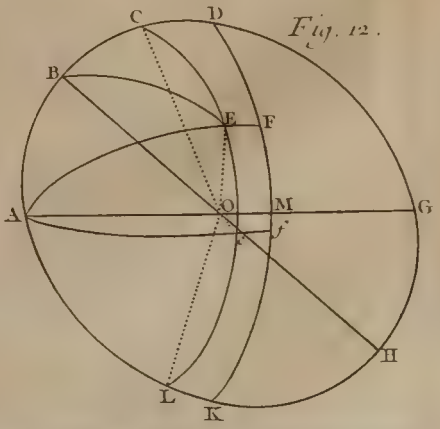
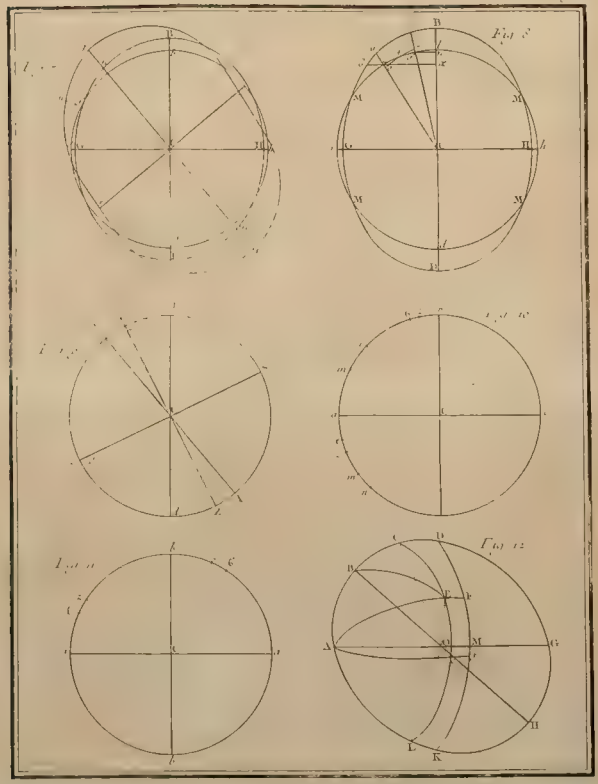
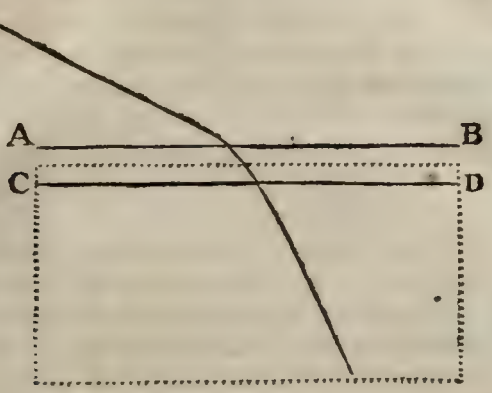


Fig. 12.



en approchant de ce milieu, & qu'il ſe briſe toûjours tant



qu'il eſt entre ces lignes *AB*, *CD*, qui ſont les termes de cette attraction; après quoi il continue à aller en ligne droite; & cette inflexion & ce briſement avant d'entrer dans ce corps, & en y entrant, eſt toûjours d'autant plus grand, que la matiére qui reçoit ce rayon a plus de denſité, à moins que cette matiére ne ſoit un corps oléagineux, ſulfureux, inflammable: car alors ce corps oléagineux, ſulfureux, rempli de feu, agit davantage ſur ce rayon que ne fera un corps de même denſité, mais qui contiendra moins de parties inflammables.

3°. Tout rayon tombant obliquement d'un milieu moins épais, dans un milieu plus épais, va plus rapidement dans le corps qui l'attire davantage, & cela en raiſon inverſe de la grandeur des ſinus; & non-ſeulement il accélére ſon mouvement dans ce corps en tombant en ligne oblique, mais auſſi en tombant en ligne perpendiculaire.

Il eſt donc auſſi indubitable, qu'il y a une attraction entre les particules du Feu & les autres corps, qu'il eſt difficile d'aſſigner la cauſe de cette attraction.

Ayant reconnu cette propriété ſinguliére du Feu, d'être attiré par les corps, de ſe plier vers eux, d'accélérer ſon

mouvement vers eux, & dans eux, ſitôt qu'ils ſont dans la ſphere de l'attraction; on ne doit plus être ſi étonné qu'il réjailliſſe des corps ſolides avant de les avoir touchés; car ſi les corps ont le pouvoir de l'attirer à quelque diſtance, pourquoi n'auront-ils pas auſſi celui de le repouſſer à cette même diſtance?

Il paroît repouſſé ſans toucher aux corps.

Or que des parties de feu ſoient repouſſées de deſſus la ſurface des corps ſans la toucher, c'eſt un Phénomene dont il n'eſt plus permis de douter.

On ſçait que la lumiére tombant ſur un priſme, & faiſant avec ſa perpendiculaire un angle de près de 40 degrés, paſſe à travers de ce priſme, & va dans l'air; mais qu'à un angle de 41, elle ne paſſe plus, elle eſt réfléchie toute entiére; mais alors ſi on met de l'eau ſous ce priſme, la même lumiére qui ne paſſoit point dans l'air à 41 degrés, paſſe à cette même obliquité dans l'eau; elle trouve pourtant dans l'eau plus de parties ſolides que dans l'air, elle ne réjaillit point de deſſus cette eau, & elle réjaillit de deſſus cet air: Donc elle n'eſt pas réfléchie en ce cas par les parties ſolides.

Ajoûtez à cette expérience celle des corps réduits en lame mince, qui réfléchiſſent certains rayons de lumiére, & qui laiſſent paſſer ces mêmes rayons quand leurs lames ſont plus épaiſſes. Ajoûtez les inégalités extrêmes des miroirs les plus polis, qui cependant réfléchiſſent la lumiére également & avec régularité, & qui par conſéquent ne peuvent renvoyer avec régularité ce qu'ils reçoivent ſi irréguliérement; on conviendra que la lumiére, qui n'eſt autre choſe que du feu, réjaillit ſans toucher aux corps dont elle ſemble réjaillir.

De cette attraction & de cette répulſion de la matiére du feu à quelques diſtances des corps ſolides, n'eſt-il pas prouvé qu'il y a une action & une réaction entre tous les corps & le Feu, telle qu'il y en a une entre les corps électriques & les petits corps qu'ils attirent & qu'ils repouſſent? La différence eſt (comme dit à peu près le grand Newton dans ſon Optique,) qu'il ne faut que des yeux pour voir l'attraction & la répulſion de l'Electricité, & qu'il faut les

yeux de l'eſprit pour voir l'attraction & la répulſion du Feu & des corps.

Il reſte à examiner la figure du Feu & ſa couleur. Quelle eſt ſa figure & ſa couleur.

La figure de ſes parties conſtituantes doit être ronde; c'eſt la ſeule qui s'accorde avec un mouvement égal en tout ſens, & la ſeule qui puiſſe produire des angles d'incidence égaux aux angles de réflexion. Il eſt bien vrai que ces angles d'incidence & de réflexion ne ſont pas produits ſur la ſurface des corps ſolides; mais ils ſont produits près de ces ſurfaces par quelque cauſe que ce puiſſe être. Or cette cauſe inconnue, & qui peut-être eſt la matiére électrique, ne peut renvoyer ainſi les rayons, s'ils ne ſont pas propres à former toûjours ces angles, & il n'y a que la figure ronde qui puiſſe les former.

Pour la couleur qui réſulte du Feu, j'entends du feu pur & ſans mêlange, cette couleur dépend des rayons différens qui compoſent le feu : l'aſſemblage des ſept rayons primordiaux réfléchis, donne du blanc; cependant la couleur de la lumiére du Soleil tire ſur le jaune; & de-là on pourroit croire que le Soleil eſt un corps ſolide, dans lequel les rayons jaunes dominent. Il n'eſt nullement impoſſible que le feu dans d'autres Soleils ait d'autres couleurs; & la quantité de rayons rouges ou jaunes, dominante dans ce feu élémentaire, pourroit très-vrai-ſemblablement opérer de nouvelles propriétés dans la matiére.

Voilà donc à peu-près un aſſemblage des propriétés principales, qui peuvent ſervir à donner une foible idée de la nature du Feu.

C'eſt un élément qui a tous les attributs généraux de la matiére, & qui a par-deſſus encore, le pouvoir d'agir ſur toute matiére, d'être toûjours en mouvement, de ſe répandre en tout ſens, d'être élaſtique, de contribuer à l'élaſticité des corps, à leur électricité, d'être attiré & d'être repouſſé par les corps; enfin c'eſt le ſeul qui puiſſe nous éclairer & nous échauffer : Et cette propriété de nous donner le ſentiment de lumiére & de chaleur, n'eſt autre choſe qu'une ſuite de la proportion établie entre ces mouvemens

& nos organes, & il eſt très-vraiſemblable que cette proportion eſt néceſſaire pour nous cauſer ces ſentimens : car l'Auteur de la Nature ne fait rien en vain; & ces rapports admirables de la matiére du Feu avec nos organes, ſeroient un ouvrage vain, ſi dans la conſtitution préſente des choſes, nous pouvions voir ſans yeux & ſans lumiére, & être échauffés ſans feu.

SECONDE PARTIE.

De la Propagation du Feu.

ON tâchera dans cette ſeconde partie, d'expliquer ſes doutes en autant d'articles.

1°. Sur la maniére dont nous produiſons du Feu.

2°. Sur la maniére dont le Feu agit.

3°. Sur les proportions dans leſquelles le Feu embraſe un corps quelconque.

4°. Sur la maniére & les proportions dont le Feu ſe communique d'un corps à un autre.

5°. Sur ce qu'on nomme *pabulum Ignis*, & ce qui eſt néceſſaire pour l'action du Feu.

6°. Sur ce qui éteint le Feu.

ARTICLE PREMIER.

Comment produiſons-nous le Feu?

Les Hommes ne peuvent réellement produire du Feu, parce qu'ils ne peuvent rien produire du tout; ils ne peuvent que mêler les eſpéces des choſes, mais non changer une eſpéce en une autre. On décéle, on manifeſte le feu que la Nature a mis dans les corps, on lui donne de nouveaux mouvemens; mais on ne peut produire réellement une étincelle.

Nous ne pouvons développer ce Feu élémentaire que par l'un de ces cinq moyens ſuivans.

1°. En rendant les rayons du Soleil convergens, & les assemblant en assez grand nombre.

2°. En frottant violemment des corps durs.

3°. En exposant tous les corps possibles au Feu tiré de ces corps durs, comme aux charbons ardens, à la flamme, aux étincelles de l'Acier, &c.

4°. En mêlant des matiéres fluides, comme des espéces d'Huile qui fermentent ensemble avec explosion, & qui s'enflamment.

5°. En composant des Phosphores avec des matiéres sulfureuses & salines, qui s'enflamment à l'air, comme avec du Sang, des Excrémens, de l'Alun, de l'Urine, &c. ou bien en faisant de la Poudre fulminante, & autres operations semblables.

Dans toutes ces opérations, il est aisé de voir qu'on ne fait autre chose que d'ajoûter un feu nouveau aux corps qui n'en ont point assez ; ou de mettre en mouvement une quantité de feu suffisante, qui étoit dans ces corps sans mouvement sensible.

ARTICLE SECOND.

Comment le Feu agit-il ?

Le Feu étant une substance élémentaire répandue dans tous les corps, & jusques dans la glace la plus dure, ne peut agir sur ces corps, qu'en agitant leurs parties. Si cette agitation est modérée comme celle qu'un air tempéré communique aux Végétaux, leurs pores ouverts reçoivent alors l'eau, l'air & la terre qui les entourent, & les quatre Elémens unis ensemble, étendent le germe de la Planete qu'ils nourrissent. Si l'agitation est trop forte, les parties du végétal désunies sont dispersées, & tout peut en être aisément détruit, jusqu'au germe.

Ce mouvement, qui fait la vie & la destruction de tout, ne peut, ce semble, être imprimé aux corps par le feu, qu'en vertu de ces deux raisons-ci, ou parce qu'ils reçoivent une

Le Feu agit par sa masse & par sa vîtesse.

plus grande quantité de feu qu'ils n'en avoient, ou parce que la même quantité est mise dans un mouvement plus violent; & comme une quantité de feu quelconque appliquée aux corps, n'agit que par le mouvement, il est clair que c'est le mouvement seul qui échauffe, consume & détruit les corps.

Tous les corps sont également chauds dans le même air.

Il n'y a aucun corps sur la terre, qui ait dans sa masse assez de feu pour faire de soi-même un effet sensible sans fermenter avec d'autres corps : voilà pourquoi du Marbre & de la Laine, du Fer & des Plumes, du Plomb & du Coton, de l'Huile & de l'Eau, du Soufre & du Sable, de la Poudre à canon, appliquées au Thermometre, ensemble ou séparément, ne le font ni hausser, ni baisser, lorsque ces divers corps ont été exposés long-tems à une égale température d'air, ainsi que le Thermometre.

De grands Philosophes inférent de cette expérience, qu'il y a également de feu dans tous les corps; mais on ose être d'une opinion différente.

1°. Parce que si cette égale distribution de feu qu'ils supposent, étoit réelle, la glace factice en auroit autant que l'alcohol le plus pur.

Mais tous les corps n'ont pas en eux également de feu.

2°. Parce que les corps s'enflamment beaucoup plus aisément les uns que les autres; & comme il est certain que nous mettons plus de feu dans des matiéres que nous préparons; dans de la Chaux, par exemple, que dans des mêlanges d'autre pierre; aussi paroît-il vraisemblable que la Nature agit en cela comme nous, & distribue plus de feu dans du Soufre que dans de l'Eau.*

**Voy. l'art. 4. de cette seconde Partie.*

Il paroît donc très-probable par toutes les expériences, & par le raisonnement, que de deux corps, celui qui s'enflammera le plus vîte, à feu égal, contenoit dans sa masse plus de substance de feu que l'autre; & qu'ainsi un pied cubique de Soufre; contient certainement plus de feu qu'un pied cubique de Marbre.

Pourquoi donc tous les corps inégalement remplis de Feu élémentaire, ont-ils cependant un égal degré de chaleur, selon cette expérience faite au Thermometre?

N'eſt-ce pas ces raiſons-ci ? Le Feu n'agit dans les corps que par un mouvement proportionnel à ſa quantité, chaque corps réſiſte à l'action de ce feu qu'il contient ; & quand cette réſiſtance eſt en équilibre avec l'action du feu, c'eſt préciſément comme ſi le feu n'agiſſoit pas. Or dans tous les corps en repos, la réſiſtance de leurs parties, & l'action du feu contenu, ſont en équilibre : (car ſans cela il n'y auroit point de repos.) Donc tous les corps en repos doivent avoir un égal degré de chaleur.

Il faut remarquer qu'il n'y a point de repos parfait ; mais le mouvement interne des corps eſt ſi inſenſible, qu'il ne peut faire un effet ſenſible ſur la petite quantité de liqueur contenue dans un Thermometre. On ſent aſſez pourquoi au Thermometre cette chaleur eſt égale, & ne l'eſt pas au tact de nos mains.

Pour qu'un corps s'échauffe & enſuite s'enflamme, &c. il s'agit donc de le pénétrer d'un nouveau feu, & de mettre dans un grand mouvement celui qu'il a.

Des Charbons ardens, ou les rayons du Soleil réunis, appliqués, par exemple, à du Fer, produiſent le premier effet, l'attrition ſeule produit le ſecond.

Les rayons du Soleil, ou le Feu ordinaire, ajoûtent une nouvelle ſubſtance de matiére ignée à ce Fer ; l'attrition cauſée par un caillou, n'y ajoûte que du mouvement ſans nouvelle matiére. Ce mouvement ſeul fait un ſi grand effet par les vibrations qu'il excite dans ce Fer, qu'une partie de lui-même en tombe incontinent brûlante, lumineuſe & vitrifiée.

L'action preſque inſtantanée des rayons du Soleil, par le plus grand Miroir ardent, produit un effet entiérement ſemblable.

Si les rayons agiſſent les uns ſur les autres.

Il faut voir à préſent ſi une nouvelle quantité de traits de Feu, qui pénétrent dans un mixte, agit par le nombre de ſes traits, & par le mouvement avec lequel chaque trait pénétre ce mixte ; ou bien ſi cette force augmente encore par l'action de ces traits les uns ſur les autres.

Par exemple, mille rayons arrivent d'un Verre ardent à un morceau de bois; dans le foyer de ce Verre ardent, je demande si ces mille rayons agissent seulement par leur masse multipliée par leur vîtesse, (on n'entre point ici dans la question, si la force est mesurée par la masse multipliée par le quarré de la vîtesse,) ou si à cette action il faut encore ajoûter une force résultante de l'action mutuelle de ces rayons les uns sur les autres.

Il paroît probable que la masse seule des rayons, multipliée par leur vîtesse, sans autre augmentation, fait tout l'effet du Verre ardent : car s'il y avoit une autre action quelconque, cette action ne pourroit être que latérale, c'est-à-dire, que les rayons augmenteroient mutuellement leurs puissances en se touchant par les côtés; mais cette prétendue action ne feroit que détourner les rayons qui vont tous en ligne droite, & par conséquent affoibliroit leur pouvoir au lieu de le fortifier. Plusieurs coins enfoncés à la fois dans un morceau de bois, plusieurs fléches lancées à la fois dans un rond, se nuiront si elles se touchent; & comment agiront-elles sensiblement les unes sur les autres, si elles ne se touchent pas ?

J'ajoûterai encore, que si les rayons du Feu augmentoient leur force par cette action mutuelle, (ce qui n'est pas assûrément conforme aux loix méchaniques,) les rayons de la Lune, reçûs sur un Miroir ardent, sembleroient devoir au moins faire sentir quelque chaleur à leur foyer; mais c'est ce qui n'arrive jamais : Donc on paroît très-bien fondé à penser que les rayons n'agissent point réciproquement l'un sur l'autre, en partant d'un même lieu, & allant frapper le même corps. Il s'en faut beaucoup que le nombre des traits de flamme, qui pénétrent un corps, reçoivent une nouvelle action, par leur agitation mutuelle.

Qu'on mette sous un métal quelconque, une meche allumée, trempée d'Esprit de Vin, & qu'on observe, à l'aide de l'ingénieuse invention du Pyrometre, le degré d'expansion de raréfaction que ce métal aura acquis dans un tems donné;

donné; si le feu augmentoit son action par le choc mutuel de ses parties, deux meches pareilles devroient raréfier ce métal beaucoup plus du double; mais il est prouvé par les expériences les plus exactes, que deux meches pareilles ne font pas seulement un effet double de celui d'une simple meche.

Une simple meche allumée, mise sous le milieu d'une lame de Fer longue de 5 pouces $\frac{8}{10}$, & épaisse de $\frac{3}{10}$, allonge cette lame comme 80; deux meches mises au même milieu, l'une auprès de l'autre, ne l'allongent que comme 117: & les deux mêmes flammes, mises à 2 pouces $\frac{1}{2}$ l'une de l'autre, ne l'allongent que comme 109.

On ne prétend pas répéter ici le détail de toutes ces expériences vérifiées, on essayera seulement d'en tirer quelques conclusions.

Si le Feu agissoit dans ce cas, par la force d'une action mutuelle de ses parties les unes contre les autres, la flamme de ces deux meches devroit se joindre, pour produire ces effets réunis; & ces deux flammes devroient échauffer, raréfier cette lame beaucoup au-delà de 160; mais ces deux flammes voisines, au lieu de se réunir, s'écartent, chacune se dissipe de côté & d'autre.

On peut donc, encore une fois, conclure que les rayons du Feu n'agissent point l'un sur l'autre pour augmenter leur puissance, soit qu'ils viennent du Soleil en parallélisme, soit qu'ils soient réunis au foyer d'un Verre ardent, soit qu'ils s'échappent en cercle d'un charbon allumé, &c.

Comment le feu appliqué à un corps, agit.

Voici donc ce qui arrive dans un corps auquel on applique un feu étranger; plus ce corps résiste, plus la quantité de ce feu multipliée par sa vîtesse agit sur lui; & tant que l'action de ce feu & la réaction de ce corps subsistent, la chaleur augmente, jusqu'à ce qu'enfin de nouveau feu entrant toûjours, les parties solides de ce corps, qui résistoient, par exemple, à 1000 parties de feu, ne pouvant résister à 10000, à 100000, se désunissent & s'évaporent. Un mouvement de bois de 100 pouces quarrés, pourra très-

aiſément être percé dans 100 demi-pouces d'étendue ſans perdre ſa figure; mais s'il eſt percé dans 144000 lignes, il eſt réduit en pouſſiére.

Comment un corps s'embraſe ſans addition d'un feu étranger.

Voici maintenant ce qui arrive à un corps, dont on met en mouvement le feu propre qu'il contenoit. Qu'un morceau de Fer, par exemple, ſoit conçû partagé en mille lamines élaſtiques, que chaque lamine contienne dix parties de feu, que ce corps reçoive un choc violent qui ébranle ces mille lamines, & que ce choc réitéré augmente cent fois le reſſort de chaque partie de feu; ces atomes de feu qui ne pouvoient agir auparavant, vû le poids dont ils étoient accablés, prennent une force égale à celle des mille lamines : Que ce reſſort ſoit augmenté encore, on voit aiſément comment enfin cette centiéme partie de feu contenue dans cette maſſe, l'enflammera toute, & la diſſipera à la fin, ſans qu'il y ſoit intervenu une ſeule particule de feu étrangére.

Les corps ſont donc échauffés, enflammés, conſumés, ou par le feu qui eſt en eux, & dont on a augmenté le mouvement, ou par la quantité d'un feu étranger qu'on leur a appliqué, & qui par ſon mouvement vient agir ſur ces corps; & dans les deux cas le feu agit toûjours par les loix du mouvement.

ARTICLE TROISIE'ME.

Proportions dans leſquelles le Feu embraſe un corps quelconque.

On a eſſayé dans ce troiſiéme article, de raſſembler quelques loix générales, ſur les proportions dans leſquelles le Feu agit.

PREMIERE LOI.

Le Feu étant un corps, & agiſſant ſur les autres corps par ſa maſſe & par ſon mouvement, ſelon les loix du choc, il *communique ſon mouvement aux corps homogénes, à proportion*

de leur groſſeur. Soit une lamine de Plomb échauffée, dilatée comme 154, par un feu donné; une autre lamine de même longueur, deux fois auſſi large, deux fois auſſi haute, & peſant ainſi le quadruple de la premiére, acquiert 109 degrés de chaleur en tems égal, à feu égal, ſelon les expériences faites au Pyrometre.

Le quarré des degrés de cette chaleur, eſt à peu de choſe près, comme la racine des peſanteurs de ces lamines. La racine de la peſanteur de la derniére lamine, eſt à celle de la premiére, comme 2 eſt à 1; & les quarrés de leurs degrés de chaleur, ſont auſſi comme 2 à 1, ou peu s'en faut.

SECONDE LOI.

Le Feu agit en raiſon inverſe du quarré de ſa diſtance; cela eſt aſſez prouvé, puiſque le feu ſe répand également en tout ſens: c'eſt auſſi en vertu de cette loi, que de deux corps d'égale longueur & épaiſſeur, le plus large préſentant une plus grande quantité de matiére plus voiſine de la flamme, que le moins large, le corps le plus large ſera toûjours le plûtôt échauffé, en raiſon directe de cet excès de quantité de matiére, & en raiſon du quarré de la proximité du feu.

TROISIÉME LOI.

Le Feu augmente le volume de tous les corps avant d'enlever leurs parties.

Si le bois, les cordes, &c. ne paroiſſent pas augmenter de volume, c'eſt qu'on n'a pas le tems de les meſurer avant que leurs parties ayent été diſſipées.

Il eſt démontré par cette Loi, que le feu, (puiſqu'il eſt peſant,) doit augmenter le poids des corps, avant qu'il en ait fait évaporer quelque choſe.

QUATRIÉME LOI.

Les corps retiennent leur chaleur, d'autant plus long-tems, qu'il a fallu plus de tems pour les échauffer.

Ainſi le Fer ayant acquis 70 degrés de chaleur &

d'expanſion en 6 minutes 47 ſecondes, & un pareil volume de Plomb à feu égal, ayant acquis 70 pareils degrés en une ſeule minute ; ce plomb raréfié à ce même degré 5 minutes 47 ſecondes plûtôt que le fer, ſe refroidira, ſe contractera auſſi environ 5 minutes 47 ſecondes plûtôt que le fer.

Cette régle ſouffre pourtant quelques exceptions ; la Craie, par exemple, & quelques pierres ſe refroidiſſent fort vîte, après s'être très-lentement échauffées ; la raiſon eſt vraiſemblablement, que le feu a changé leurs parties, & ouvert leurs pores, &, comme nous le dirons après avoir expoſé toutes ces Loix, le tiſſu des ſubſtances, & l'arrangement des pores, doit apporter quelque changement aux régles les plus générales.

Cinquiéme Loi.

Tous les corps ſont échauffés & raréfiés par un feu égal, plus lentement d'abord, enſuite plus rapidement, puis avec plus grande célérité ; & de ce point de plus grande célérité, ils ſe raréfient tous d'autant plus lentement, qu'ils approchent plus du dernier terme de leur expanſion.

Par exemple, dans les expériences faites à l'aide du Pyrometre,

Le Plomb ſe raréfie à feu égal, d'abord en 5 ſec... de 5 degrés.	Le Fer ſe raréfie en 9 ſecondes... de 1 degré.
en 9 ſec... de 10 degrés.	en 15 ſecondes... de 2 degrés.
en 13 ſec... de 15 degrés.	
en 15 ſec... de 20 degrés.	en 18 ſecondes... de 3 degrés.

Puis, cette célérité de dilatation croiſſant toûjours, le tems depuis la 28e. ſeconde juſqu'à la 36e. eſt l'époque de la plus grande vîteſſe de l'action du Feu ; & depuis ce terme de la 36e. ſeconde, les degrés de dilatation arrivent toûjours plus lentement.

Cette cinquiéme Loi dépend évidemment de la force de cohéſion des parties conſtituantes des corps.

Cette cohérence eſt d'autant plus grande que le corps eſt plus froid, & le dernier degré de froid, (s'il étoit poſſible de le trouver,) ſeroit le plus grand degré de cohérence poſſible.

Or dans l'air froid, le corps étant plus refroidi à ſa ſurface que dans ſa ſubſtance, oppoſe à l'action du feu une écorce plus ſerrée; c'eſt pourquoi un feu égal emploie 9 ſecondes à échauffer le fer d'un ſeul degré.

Mais les pores de cette premiére écorce étant ouverts, ceux de la ſeconde écorce ſont auſſi un peu ouverts, parce qu'ils ont reçû déja des particules de feu: le feu égal opére donc en 18 ſecondes, une expanſion de 3 degrés qu'il n'eût produite qu'en 27 ſecondes, s'il avoit eu pareille réſiſtance à vaincre: enſuite, quand le feu a par ſon mouvement, ſéparé, diviſé toutes les parties de cette maſſe, il en a élargi tous les pores, la réaction de toutes les parties ſolides plus écartées, en eſt moins forte; alors pareille quantité de feu n'étant plus ſuffiſante pour diſtendre ces pores devenus plus grands, il faut qu'il arrive dans ces pores une portion de feu plus conſidérable: or la matiére qui produit ce feu, étant toûjours ſuppoſée la même, une plus grande quantité de matiére ignée ne peut être fournie en tems égaux: Donc le même feu doit toûjours agir plus lentement juſqu'au terme où la cohérence du corps équivaudra préciſément à l'action du feu; & paſſé ce tems, le corps ſe fond, ſe calcine, ou s'exhale en vapeurs, ſelon ſa nature.

SIXIÉME LOI.

La raiſon dans laquelle le feu agit ſur les corps, eſt toûjours moindre que la raiſon dans laquelle on augmente le feu.

Par exemple, un feu ſimple agit en proportion plus qu'un feu double, & un feu double plus à proportion qu'un triple.

Une meche d'une groſſeur donnée, communique à une lame de Fer donnée,	Deux pareilles meches réunies à feu égal, communiquent à la même lame,
en 9 ſecondes... 1 degré.	en 6 ſecondes, 1 degré, & non en 4 ſecondes & demie.
en 15 ſecondes... 2 degrés.	en 9 ſecondes, 2 degrés, & non en 7 ſecondes & demie.
en 18 ſecondes... 3 degrés.	en 10 ſecondes, 3 degrés, & non en 9 ſecondes.

La cauſe de ces différences, eſt que la ſubſtance du feu entrant dans l'intérieur d'un corps quelconque, le dilate en pouſſant en tout ſens ſes parties.

Or cette pulſion dans tout l'intérieur d'un corps, eſt égale à une force quelconque appliquée extérieurement, laquelle tireroit ce corps, & l'allongeroit autant que le feu le dilate.

Mais il eſt démontré que les lames, les fibres égales d'un corps homogéne, pareilles en longueur & épaiſſeur, étant chargées chacune d'un poids différent au même bout, ne peuvent être tendues en raiſon des poids; mais l'extenſion produite par le plus grand poids, eſt à l'extenſion que donne le plus petit, toûjours en moindre raiſon que les poids ne ſont entr'eux.

Une corde de 3 pieds de long, chargée de 2 livres, s'étend comme 9, & chargée de 4 livres, elle ne s'étend pas comme 18, mais comme 17 ſeulement.

Or ce qu'eſt cette corde par rapport aux poids qui la tendent, tous les corps homogénes le ſont à l'égard du feu qui les dilate : Donc il faut plus du double du feu pour faire un effet double, & plus du triple pour faire un effet triple.

SEPTIÉME LOI.

Toutes choſes d'ailleurs égales, tout corps expoſé au feu ſera plus promptement échauffé par ce feu étranger, en raiſon de la portion de feu qu'il contient dans ſa propre

ſubſtance, ainſi toutes choſes égales, le corps qui contiendra le plus de Soufre, ſera le plûtôt dilaté, brûlé & conſumé.

Voilà pourquoi de tous les fluides connus, l'alcohol eſt celui qui ſe conſume le plus vîte.

Huitiéme Loi.

Tous corps homogénes de dimenſions égales, à feu égal, mais chacun peint ou teint d'une couleur différente, s'échauffent ſuivant les proportions des ſept couleurs primitives. Le noir s'échauffe le plus vîte, puis le violet, le pourpre, le verd, le jaune, l'orangé, le rouge, & enfin le blanc.

Par la même raiſon, le corps blanc garde plus long-tems ſa chaleur, & le corps noir eſt celui qui la perd le plûtôt.

On pourroit mettre pour neuviéme Loi, qu'il doit y avoir des variations dans la plûpart des Loix précédentes.

Ces variations viennent de ce que les pores & la tiſſure d'un corps (quelque homogéne qu'il ſoit) ne ſont jamais également diſtribués & diſpoſés. Concevez un corps diviſé en cent lamines, & ayant mille pores ; les cent lamines ne ſont pas toutes de la même épaiſſeur, & les pores de ces lamines ne ſe croiſent pas de la même façon; c'eſt cet arrangement inégal des pores, & cette épaiſſeur différente des feuilles, qui ſont cauſe que certains rayons ſont réfléchis, & certains autres tranſmis; qu'une feuille d'Or tranſmet des rayons bleus tirans ſur le verd, & réfléchit les autres couleurs ; que la quatriéme partie d'un millioniéme de pouce donne du blanc entre deux verres, l'un plat, & l'autre convexe, ſe touchans en un point, &c.

Or cette variation de tiſſure qui détermine les différentes actions du feu, en tant qu'il éclaire, ne doit-elle pas auſſi déterminer les différentes actions du feu, en tant qu'il échauffe & qu'il brûle ?

C'eſt donc de la combinaiſon de toutes ces loix dont on vient de parler, que naît la proportion dans laquelle le Feu pénétre les corps; il n'agit point en raiſon réciproque des peſanteurs, ni des cohérences, ni en raiſon compoſée de

ces deux : car, par exemple, la cohéſion dans le Fer eſt environ 15 fois plus grande que dans le Plomb, (comme il eſt prouvé par les poids égaux ſuſpendus à des barres de Plomb & de Fer de pareil volume ;) la peſanteur ſpécifique du Plomb eſt à celle du Fer, comme 11 eſt à 7 : cependant le Plomb acquiert en tems égal, à feu égal, à peu-près le double de chaleur du Fer, ce qui n'a aucun rapport, ni à leurs peſanteurs, ni à leurs cohérences.

La raiſon dans laquelle le Feu agit, eſt non-ſeulement compoſée de ces deux raiſons de peſanteur & de cohéſion, mais de tous les rapports ci-deſſus mentionnés.

Il n'eſt guère poſſible que nos lumiéres & nos organes, auſſi bornés qu'ils le ſont, puiſſent jamais parvenir à nous faire connoître cette proportion qui réſulte de tant de rapports imperceptibles ; nous en ſçaurons toûjours aſſez pour notre uſage, & trop peu pour notre curioſité.

L'expérience ſeule peut nous apprendre en quel rapport le Feu détruit les divers corps, Fluides, Minéraux, Végétaux, Animaux.

L'on ne peut fixer rien d'exact ſur cela, que pour le climat que nous habitons, & pour une température déterminée de ce climat : car les rayons du Soleil en moindre ou plus grand nombre, ou dardés plus ou moins obliquement, les vents, les exhalaiſons, altérent la tiſſure de tous les corps.

Sur tout le reſſort & la peſanteur de l'air, par leurs variétés, augmentent & diminuent l'action du Feu. Plus l'air eſt peſant, plus les corps acquiérent de chaleur à feu égal ; trois onces de plus de peſanteur dans la colomne de l'Atmoſphere, rendent l'eau bouillante plus chaude d'un neuviéme.

On ſçait déja par le Pyrometre, qu'un Philoſophe excellent vient d'inventer, les dilatations comparatives des Métaux à feu égal, en tems égal, le Barometre étant à telle hauteur.

On ſçait par le Thermometre du Sr. Fahenrheit, le Philoſophe des Artiſans, les degrés comparatifs de la chaleur de pluſieurs liqueurs, & les termes de leur chaleur.

Or dans une température d'air déterminée, tout a ſon degré

degré de chaleur déterminé. Les Liqueurs bouillantes, les Métaux en fusion, les Minéraux calcinés, les Végétaux ardens, comme les Bois, &c. acquiérent un degré de chaleur, passé lequel on ne peut les échauffer.

Ce dernier degré absolu, & les degrés comparatifs de chaleur des Fluides, des Minéraux, des Végétaux, peuvent, je crois, être connus à l'aide du seul Thermometre construit sur les principes de M. de Reaumur.

Il n'y a qu'une seule précaution à prendre, c'est que l'Esprit de Vin ne bouille pas dans le Thermometre. Pour cet effet, je ne plonge qu'à moitié la boule du Thermometre dans les liqueurs bouillantes.

Je mets le même Thermometre à une telle distance de chaque métal en fusion, que le métal le plus ardent fait monter l'Esprit de Vin plus haut, sans le faire bouillir. Je fais une Table en trois colomnes : la premiére colomne marque le tems où la liqueur bout en un vase égal, à feu égal : la seconde colomne marque le degré où est monté le Thermometre dont la boule est à moitié plongée dans la liqueur bouillante : la troisiéme colomne marque le tems dans lequel le Thermometre est monté depuis la marque o, ayant soin d'avoir toûjours de la glace auprès de moi.

Une autre Table sert pour les Métaux en fusion.

La premiére colomne marque le tems qu'il a fallu pour fondre les divers Métaux à feu égal, en vase égal.

La seconde, les degrés où s'est élevé le Thermometre depuis la marque o, à égale distance des Métaux fondus.

Je fais la même opération pour les calcinations.

A l'égard des Plantes, je fais couper en un même jour, des branches de tous les Arbres d'une Pépiniére, j'en fais tourner au Tour des morceaux d'égale dimension ; & les rangeant tous sur une grande plaque de fer poli, également épaisse, rougie au feu également, j'observe avec une Pendule à secondes, les tems où chaque morceau est réduit en cendre, & il y a entre ces tems des différences très-considérables.

J'en fais autant avec les Légumes.

Mais s'il eſt utile de ſçavoir quel degré de feu eſt néceſſaire pour détruire, il ne l'eſt pas moins de ſçavoir quel degré il faut pour animer; & quel feu & quel froid peuvent ſoûtenir les Animaux & les Plantes ; par exemple, quel degré de feu peut faire meurir le Bled, & en combien de tems quel degré de feu le fait périr, &c.

C'eſt de quoi je prépare encore une Table ; & je joindrai toutes ces Tables à ce petit Eſſai, ſi Meſſieurs de l'Académie le jugent digne de l'impreſſion, & s'ils penſent que l'utilité de ces opérations puiſſe ſuppléer aux défauts de l'Ecrit.

ARTICLE QUATRIE'ME.

De la communication du Feu; comment & en quelle proportion le Feu ſe communique d'un corps à un autre.

Les loix du mouvement doivent toûjours nous ſervir de regle. Un corps en mouvement qui choque un corps en repos, perd de ſon mouvement autant qu'il en donne; il en eſt ainſi du feu qui échauffe un corps quelconque.

Tout corps échauffé communique ſa chaleur également, & en tout ſens, aux corps environnans; c'eſt-à-dire, leur donne le feu qui eſt dans lui, juſqu'à ce qu'eux & lui ſoient à un même degré de température.

Le vulgaire qui voit monter la flamme, penſe que le Feu ſe communique plûtôt en haut qu'en bas, ſans ſonger que la flamme ne monte que parce que l'air plus peſant qu'elle, preſſe ſur le corps combuſtible.

Le feu ne tend ni à monter, ni à deſcendre.

Quelques Philoſophes obſervant que le Feu deſcend preſque toûjours quand on met des matiéres enflammées au milieu de pareilles matiéres ſéches, ont décidé que le Feu tend à deſcendre, ſans conſidérer que le Feu ne deſcend en ce cas plus qu'il ne monte, que parce que d'ordinaire la matiére enflammée, un morceau de bois, par exemple, qu'on mettra au milieu d'un bûcher, touche les bois de deſſous en plus de points que les bois de deſſus; & que de plus, le bûcher étant déja allumé par le bas, la partie baſſe

du bûcher eſt déja plus échauffée que la partie haute.

On donne pour conſtant, dans un nouveau Traité de Phyſique, ſur la Peſanteur univerſelle, (*ſeconde partie, chap.* 2.) *que le Feu tend toûjours en bas.* J'en ai fait l'épreuve, en faiſant rougir un fer, que je poſai enſuite entre deux fers entiérement ſemblables; au bout d'un demi-quart d'heure je retirai ces deux fers ſemblables, je mis deux Thermometres conſtruits ſur les principes de M. de Reaumur, à quatre pouces de chaque fer, les liqueurs montérent également en tems égaux : Ainſi il eſt démontré que le feu ſe communique également en tous ſens, quand il ne trouve point d'obſtacle.

Il ne faut pas, ſans doute, inférer de-là, que deux corps égaux homogenes communiquent également de chaleur à deux corps égaux hétérogenes en tems égal.

Par exemple, deux cubes de fer égaux, échauffés à pareil degré, étant poſés l'un ſur un cube de marbre, l'autre ſur un cube de bois, d'égale température, le fer poſé ſur le marbre perdra plus de chaleur, & communiquera cependant moins de ſa chaleur à ce marbre, que l'autre fer n'en communiquera à ce bois: Et cette différence vient évidemment de l'excès de peſanteur & de cohérence du marbre, & du tiſſu de ſes parties, qui compoſent un tout, lequel réſiſte plus au choc des parties de feu, qu'un morceau de bois de pareil volume. Chaleur non également communiquée, & comment?

Mais comme on l'a déja dit (*article* 2. *ſeconde partie*,) ces quatre corps au bout d'un tems conſidérable, ſont dans le même air, d'une température égale, quelque changement que le feu ait apporté en eux.

Cette température égale de tous les corps, après un certain tems dans un même air, ne prouve pas qu'il y ait alors également de feu dans tous les corps; elle prouve ſeulement que l'action du feu qui eſt en eux eſt égale. Voici, ce ſemble, comme on peut concevoir cet effet. Comment tous les corps paroiſſent

Je conſidére toûjours le Feu comme un corps qui agit par les loix du choc: quand l'action du feu eſt ſupérieure à

d'une égale tempérance.

la réſiſtance des parties d'un corps, ce corps acquiert des degrés de chaleur : quand la réſiſtance d'un corps, au contraire, eſt ſupérieure, il acquiert des degrés de froid.

Quand l'action & la réaction ſont égales, c'eſt comme s'il n'y avoit aucune action. Il y a plus de feu dans un pied cubique d'Eſprit de Vin, que dans un pied cubique d'eau; mais le feu eſt en équilibre avec l'eau & avec l'Eſprit de Vin, il n'agit ni dans l'un ni dans l'autre; par conſéquent il n'y a point de raiſon pour laquelle l'une ſoit alors plus chaude que l'autre.

Que deux reſſorts, dont l'un peut agir comme 10, & l'autre comme 1, ſoient retenus, leur action, ou plûtôt leur inaction, ſera égale juſqu'à ce que leur force ſe déploie.

Le Feu eſt ce reſſort; la force qui le déploie eſt le mouvement ou la maſſe qu'on peut lui ajoûter; la puiſſance qui le retient eſt la matiere qui le comprime.

Il paroît donc que les corps ne deviennent d'une égale température, que parce que le feu qu'ils contiennent n'agit point ſenſiblement dans eux.

Il ſeroit, ce ſemble, très-utile de ſçavoir en quelle proportion le feu ſe communique d'un corps aux autres, comme des Liqueurs aux Liqueurs, des Minéraux aux Minéraux, des Végétaux aux Végétaux.

Par exemple, l'eau bouillante fait monter à 92 degrés un bon Thermometre de M. de Reaumur, dont la boule eſt à moitié plongée dans cette eau.

L'Huile bouillante, qui ſeule doit faire monter le même Thermometre à près de trois fois cette hauteur, mêlée avec pareille quantité d'eau fraîche, ne le fait monter qu'à 43 degrés.

Même quantité d'Huile bouillante, mêlée avec même quantité d'Huile froide, le fait monter à 79 degrés, la boule toûjours à moitié plongée.

Même quantité d'Huile bouillante, mêlée avec même quantité de Vinaigre, le fait monter à 51 degrés; c'eſt 6 degrés de chaleur plus que le mêlange d'Huile & d'eau n'en

donne, & cependant le Vinaigre ſeul bouillant n'eſt pas plus chaud que l'eau bouillante.

J'ai préparé des expériences ſur la quantité de chaleur que les Liqueurs communiquent aux Liqueurs, les Solides aux Solides ; & j'en donnerai la Table, ſi Mrs. de l'Académie jugent que cette petite peine puiſſe être de quelque utilité.

Il y auroit plus d'avantage à connoître en quelle proportion le Feu ſe communique dans les Incendies ; cette proportion dépend principalement du vent qui regne : le Feu allumé dans une forêt, n'eſt nullement à craindre, quelque violent qu'il ſoit, quand l'air eſt entiérement calme. J'en ai fait l'expérience ſur un terrein de 80 pieds de long, & 20 de large ; lequel je fis couvrir de bois taillis debout, nouvellement coupés, entremêlés de balivaux : Je fis allumer avec de la paille toute la face de 20 pieds ; l'air étoit ſec & entiérement calme ; le Feu en une heure ne conſuma que 20 pieds ſur 80, après quoi il s'éteignit de lui-même : Mais le lendemain par un grand vent qui faiſoit plus de 25 pieds par ſeconde, la même étendue de bois, c'eſt-à-dire, de 80 pieds de long ſur 20 de large, fut entiérement conſumée en une heure.

ARTICLE CINQUIE'ME.

Ce que c'eſt que l'aliment du Feu, & ce qui eſt néceſſaire pour qu'un corps s'embraſe, & demeure embraſé.

Ce qu'on nomme le *pabulum Ignis*, l'aliment du Feu, eſt ce qu'il y a de combuſtible dans les corps. Qu'entend-on par combuſtible ? Si on entend la diviſion, la ſéparation des parties, tout mixte peut être ainſi diviſé tôt ou tard par le Feu, & tout mixte eſt entiérement combuſtible, les Elémens mêmes le ſont auſſi ; le Feu diviſe, & l'Air principe, & l'Eau & la Terre principe.

Si on entend par aliment du Feu, par ce mot *combuſtible*, des parties qui ſe transforment en feu, il n'y en a aucune de cette eſpéce, & nul corps ne devient Feu.

Si on entend par *combuſtible*, ce qui prend la forme de feu, ce qui s'embraſe, il eſt clair que rien ne pouvant prendre cette forme que le Feu lui-même, le *pabulum Ignis*, le corps qui s'embraſe, n'eſt autre choſe qu'un corps qui contient la matiére ignée dans ſes pores; & de quelque façon qu'on s'y prenne, il n'y a que le mouvement qui puiſſe déceler cette matiére ignée.

Ce que c'eſt que le *pabulum Ignis.*

Mais quelles parties des corps contiennent le feu ? Les moindres opérations chymiques nous apprennent que les Sels, les Flegmes, la Tête-morte ne s'enflamment point; la ſeule matiére inflammable qu'on retire des corps, eſt ce qu'on appelle l'*Huile* ou le *Soufre.* Ainſi les corps ne ſont donc l'aliment du Feu, qu'à proportion qu'ils contiennent de ce Soufre, de cette Huile.

Mais qu'eſt-ce que ce Soufre lui-même? C'eſt un principe en Chymie; mais ce principe n'eſt phyſiquement qu'un mixte, dans lequel il entre encore de l'eau, de la terre, de l'air & du feu : or ce n'eſt ni par l'eau, ni par l'air, ni par la terre qu'il eſt inflammable, ce n'eſt donc que par le feu élémentaire qu'il contient; auſſi l'infatigable Homberg diſoit, que ce qu'on appelle le *Soufre principe*, n'eſt autre choſe que le feu lui-même; tout ſe réduit toûjours ici à ce feu élémentaire, lequel s'échappe des Mixtes, & dont la quantité & le mouvement ſont la force.

Or pour que ce feu élémentaire embraſe les mixtes, & continue à les embraſer, on demande ſi l'Air eſt néceſſaire.

Quand & comment l'air eſt néceſſaire au feu.

On ſçait que nous ne pouvons guère, ni produire, ni conſerver notre feu factice ſans Air, ni même avec le même Air; il nous faut toûjours un Air renouvellé; de ſorte que le Feu, ainſi que les Animaux, meurent ſouvent dans la Machine Pneumatique en très-peu de tems, ſi le récipient eſt vuide, & ſi le récipient eſt plein du même Air.

J'ai eu la curioſité d'entaſſer 4 livres de charbons noirs dans une boîte de tole, que je fermai très-bien; cette boîte étoit haute de cinq pouces, large d'un pied, & longue d'environ deux pieds; je la fis rougir de tous côtés au feu le

plus violent, pendant une heure & demie; au bout de ce tems, le tout pesoit 4 onces de moins, les charbons étoient très-chauds, pas un n'étoit allumé, & plusieurs s'embrasérent dès qu'ils reçurent l'action de l'air extérieur.

Mais il y a souvent en Physique expérience contre expérience; du fer enfermé dans cette même boîte s'embrase & rougit très-bien.

Si un métal très-chaud se refroidit dans l'air, pareil volume de même métal se refroidit dans le vuide en tems égal.

Suivant l'expérience exacte rapportée dans les *Additamenta Experimentis Florentinis*, le Soufre avec le Salpêtre sur un fer ardent, y jette des flammes; la Poudre à canon s'y est enflammée quelquefois aux rayons réunis du Soleil, &c. la difficulté est donc de sçavoir quand l'air est nécessaire au feu, & quand il ne l'est pas.

Il faut, je crois, partir toûjours de ce principe, que le Feu agit par son mouvement & par sa masse, & qu'il agit autant qu'on lui résiste.

Sur ce principe, la Poudre à canon ne s'enflammera que difficilement dans le vuide, ne fera point d'explosion, parce qu'elle manquera d'air qui la repousse.

Ainsi, je concevrai le Feu agissant dans l'Air & dans le Vuide, comme un ressort quelconque qui pousse un corps dur, & qui se perd dans un corps mou.

Que l'on allume un feu de bois d'un pied quarré, ce feu agira continuellement contre un poids d'environ 2000 livres d'air, c'est-à-dire, contre un ressort qui a la force de 2000 livres; ce ressort se déploie à chaque instant, & augmente ainsi le mouvement du feu, & par conséquent sa force: si le ressort de l'air qui presse sur un feu allumé, s'épuisoit par sa dilatation, le feu contre lequel il n'agiroit plus, s'éteindroit; si l'on pompe l'air, le feu s'éteint encore plus vîte. L'air fait donc uniquement l'office d'un soufflet qui est nécessaire à un feu médiocre.

C'est la seule raison pour laquelle, toutes choses égales,

la chaleur au haut & au bas d'une Montagne, eſt en raiſon réciproque de la hauteur de la Montagne.

Plus la Montagne eſt haute, plus ſon ſommet eſt froid, parce que la maſſe des particules de feu émanées du Soleil, eſt preſſée par beaucoup moins d'air au haut de cette Montagne qu'au pied; ce Feu manque d'un ſoufflet aſſez fort.

Mais le Feu agit par ſa maſſe auſſi-bien que par ſon mouvement; le ſoufflet ne fait rien à ſa maſſe: ſi donc cette maſſe eſt aſſez grande pour ſe paſſer du mouvement du ſoufflet, en ce cas il peut très-bien ſubſiſter ſans air. Voilà pourquoi une boîte de fer rouge conſerve ſa chaleur auſſi longtems dans le vuide que dans l'air.

Auſſi, quand le mouvement eſt aſſez grand indépendamment de la maſſe, le ſoufflet eſt encore inutile, le feu ſubſiſte, la matiére s'enflamme ſans air.

Du Soufre entouré de Salpêtre, s'enflamme dans le vuide, parce que la réaction du Salpêtre tient lieu de la réaction de l'air.

Il eſt à croire que les Verres ardens brûleront dans le vuide, comme dans l'air, pourvû qu'ils puiſſent tranſmettre une aſſez grande quantité de rayons; ils ne feront pas les mêmes exploſions dans le récipient, que dans l'air *libre;* mais ils conſumeront, ils enflammeront auſſi-bien tous les corps: car la maſſe du feu ſuppléera au mouvement nouveau que l'air réagiſſant lui donneroit.

Mais pourquoi, dira-t-on, ces charbons enfermés dans votre boîte de fer, ne ſont-ils point enflammés par l'action du feu?

J'oſe croire que c'eſt uniquement par ce même principe, parce que la maſſe du feu qui les choquoit, n'étoit point aſſez puiſſante; il falloit que la quantité de feu vainquît la quantité de réſiſtance de l'atmoſphere de ces charbons: cette atmoſphere eſt très-denſe & très-ſenſible, tous les corps en ont une; mais celle du charbon eſt beaucoup plus épaiſſe, elle augmente à meſure qu'ils ſont échauffés, elle les défend contre l'action de ce feu qui n'eſt que médiocre. Je ſuis très-

très-perſuadé que ſi on avoit jetté ma boîte de fer dans un feu plus violent, qui eût pu la fondre, ces charbons ſe ſeroient embraſés dans leur boîte ſans le ſecours de l'air extérieur.

Il paroît donc qu'il ne s'agit dans tout ceci, que du plus & du moins : dans tous les cas poſſibles, on peut donc admettre cette regle, qu'*un petit feu a beſoin d'air, & qu'un grand feu n'en a nul beſoin.*

Il n'y a pas d'apparence que le feu du Soleil ſubſiſte par le ſecours d'aucune matiére environnante ſemblable à l'air : car cette matiére étant dilatée en tout ſens, par ce feu prodigieux d'un Globe un million de fois plus gros que le nôtre, perdroit bientôt tout ſon reſſort & toute ſa force.

ARTICLE SIXIE'ME.

Comment le Feu s'éteint.

Nous avons déja été obligés de prévenir cet article en parlant de l'aliment du Feu (*article précédent :*) car il étoit impoſſible de traiter de ce qui le nourrit, ſans ſuppoſer ce qui l'éteint.

On dit d'ordinaire que le Feu eſt éteint, & le vulgaire croit qu'il ceſſe de ſubſiſter quand on ceſſe de le voir & de le ſentir ; cependant la même quantité de feu ſubſiſte toûjours : ce qui s'eſt exhalé d'une forêt embraſée, s'eſt répandu dans l'air & dans les corps circonvoiſins, il ne ſe perd pas un atome de feu, il en reſte toûjours beaucoup dans les corps dont on fait ceſſer l'embraſement.

Ce que l'on doit entendre par l'extinction du Feu, n'eſt autre choſe que la matiére embraſée, réduite à ne contenir que la quantité de maſſe & de mouvement de feu proportionnelle à la quantité de matiére qui reſte.

Un métal en fuſion, par exemple, ne contient plus, quand il eſt refroidi, qu'une maſſe de feu déterminée, dont l'action eſt ſurmontée par la maſſe du métal ; & il s'eſt exhalé la maſſe de feu étrangére, dont l'action avoit ſurmonté la réſiſtance de ce métal.

Si ce métal ne s'eſt enflammé que par le mouvement, comme l'eſſieu d'un Carroſſe, il n'a point acquis de feu étranger; mais la maſſe de feu contenue dans ſa ſubſtance a acquis un mouvement nouveau; & la vîteſſe multipliée par cette même maſſe de feu, ayant échauffé le corps, la ceſſation de ce mouvement étranger le refroidit.

Pour éteindre un Feu quelconque, il faut donc diminuer ſa maſſe ou ſon mouvement.

L'air inceſſamment renouvellé, ſervant de ſoufflet pour entretenir tout feu médiocre, l'abſence de cet air ſuffit pour que le feu s'éteigne.

L'eau jettée ſur le Feu l'éteint, pour deux raiſons. Premiérement, parce qu'elle touche la matiére embraſée, & ſe met entre l'air & elle. Secondement, parce qu'elle contient bien moins de feu que le corps embraſé qu'elle touche.

L'Huile, au contraire, contenant beaucoup de feu, augmente l'embraſement au lieu de l'éteindre.

Comme l'extinction du Feu dépend toûjours de la quantité de la force de cet élément, & de la force qu'on lui oppoſe, un charbon ardent, un fer ardent même, s'éteignent dans l'Huile la plus bouillante comme dans l'eau froide.

La raiſon en eſt, que ces petites maſſes de Feu n'ont pas la force de ſéparer le flegme de l'Huile; & que cette Huile bouillante n'ayant qu'une chaleur déterminée, qui la rend froide, par comparaiſon au fer ardent, elle le refroidit en le touchant, en appliquant à ſa ſurface des parties froides qui diminuent le mouvement du feu qui pénétroit ce fer ardent.

Le même fer embraſé, s'éteindra dans l'alcohol le plus pur, quoique cet alcohol ſoit empreint de Feu; & cela préciſément par la même raiſon qu'il s'éteint dans l'Huile: Mais pour que du fer embraſé s'éteigne dans l'alcohol, il faut que ce fer ne jette point de flamme: car s'il en jette, cette flamme touchera l'alcohol avant que le fer ſoit plongé, & alors la liqueur s'enflammera.

La raiſon en eſt, que les vapeurs légéres de l'alcohol, ſont aiſément diviſées par les parties finies de la flamme; mais le feu du fer ardent tout chargé des groſſes molécules de fer, entre bruſquement dans cet Eſprit de Vin dont la partie aqueuſe le touche en tous ſes points, & refroidit tout ce qu'elle touche.

Un charbon ardent, & tout feu médiocre, s'éteint plus vîte aux rayons du Soleil & dans un air chaud, que dans un air froid, par la raiſon ci-deſſus alléguée, que l'air eſt un ſoufflet néceſſaire à tout feu médiocre; & que ce charbon eſt plus preſſé d'un air froid moins dilaté, que d'un air chaud moins dilaté.

Un flambeau s'éteint dans l'air non renouvellé, par la même raiſon, & parce que la fumée retombant ſur la flamme, s'y applique, & rallentit le mouvement du feu.

Un flambeau s'éteint dans la Machine du Vuide, parce que l'air n'y a plus aucune force qui puiſſe faire monter la Cire dans la meche en preſſant ſur elle.

Ce qu'on auroit encore à dire ſur cette matiére, ſe trouve en partie à l'article précédent, & l'on craint d'abuſer de la patience des Juges.

FIN de la ſeconde & derniére Piéce.

L'Académie n'a pas cru devoir permettre qu'il fût fait aucun changement dans les Pièces qui lui ont été envoyées pour les Prix, & qu'elle a jugées dignes de voir le jour; elle s'eſt preſcrite la loi de les faire imprimer préciſément telles qu'elle les a reçûes. Mais elle ne peut qu'approuver que les Auteurs faſſent paroître ſéparément des changemens qui peuvent contribuer à en éclaircir, ou à en rectifier certains endroits. Voici ceux que l'Auteur de la Piéce N°. 6, deſire qui ſoient faits dans cette Piéce.

Page 87, *ligne* 4, les priſes, *liſez*, aux priſes.

Page 88, *ligne* 23, nous brûle à la même diſtance, *liſez*, nous brûle preſque à la meme diſtance.

Page 89, *ligne* 16, d'échauffer & de raréfier, *liſ.* de raréfier. *Ligne* 24, au deſſus de l'atmoſphere, *liſ.* dans l'atmoſphere.

Page 90, *ligne* 29, pour exciter la lumiére, *liſ.* pour exciter la chaleur.

Page 92, *ligne* 24, à 212 degrés environ, *ajoûtez*, du Thermometre de Mercure de Fahenrheit.

Page 93, *ligne* 7, ſont, *liſ.* ſoient.

Page 95, *ligne* 10, toute fluidité, & peut-être toute élaſticité, toute électricité, vient de lui, *liſ.* la fluidité, & peut-être auſſi l'électricité vient de lui. *Ligne* 23, n'en eſt pas moins, *liſ.* n'en paroît pas moins être.

Page 99, *ligne* 10, qui diſtinguent la matiére de l'eſpace pur, *liſ.* qui diſtinguent la matiére.

Page 101, *ligne* 22, les parties, *liſ.* ſes parties.

Page 102, *lignes* 5 *&* 6, que l'impénétrabilité du feu eſt bien loin d'être démontrée, *liſ.* que l'impénétrabilité du feu n'eſt pas encore démontrée. *Ibid. Art.* 6, *note marginale*, les Philoſophes ſont partagés ſur cette matiére, *liſ.* les Philoſophes ſont partagés ſur la peſanteur du Feu.

Page 105, *ligne* 16, corne de Fer, *liſ.* corne de Cerf.

Page 107, *ligne* 3, *de la note*, & comme on le croiroit encore, ſans la façon admirable dont M. de Mairan a prouvé le contraire, *liſ.* & comme une grande partie du monde ſçavant le croit encore, malgré la façon admirable dont M. de Mairan a établi le contraire dans ſon Mémoire de 1728.

Page 108, *n°.* 13, *ligne* 15*e*, *après ces mots*, dans le calcul précédent, *ajoûtez*, je n'avois pas connoiſſance, quand je fis cet ouvrage, des Obſervations de M. Bradley, qui prouvent que la viteſſe de la lumiére de toutes les Etoiles fixes, eſt la même que celle que M. Roëmer a trouvée à la lumiére que les Satellites de Jupiter nous renvoient; ainſi cette queſtion eſt décidée, la lumiére ne perd point de ſa viteſſe par la réflexion. *Ligne* 28, 3 livres, *liſ.* 3 dragmes.

Page 112, *ligne* 16, que toutes les parties du feu, *liſ.* que les parties du feu. *Ligne* 19, auſſi, *liſ.* ainſi.

Page 114, *ligne* 2, dans les corps, *liſ.* dans les corps & dans les eſpaces. *Ligne* 11, le Vuide & l'Or, *liſ.* le Vuide de Boyle, & l'Or.

Page 115, *ligne* 7, de tous les liquides, *liſ.* de tous les fluides. *Ligne* 22, ſont aiſément, *liſ.* ſont plus aiſément.

Page 116, *ligne* 27, pour une eſpece quelconque, *liſ.* pour un eſpace quelconque. *Ligne* 30, de la raſſembler, *liſ.* de le raſſembler.

Page 120, *n°.* 14*e*. *ligne* 14, que le Feu enfin eſt un être d'une nature mitoyenne, qu'il n'eſt ni eſprit, ni ma-

tiére, ni eſpace, *liſ.* que le Feu enfin pourroit bien être un être d'une nature mitoyenne, qu'il n'eſt point impoſſible qu'il ne ſoit ni eſprit, ni matiére, ni eſpace.

Page 122, *ligne* 32, vers leur centre commun, *liſ.* l'un vers l'autre. *Ligne* 35, ſur eux, *liſ.* ſur elles.

Page 127, *ligne* 26, de celle du Sable, des rayons de la Lune, & de tous les autres corps, *liſ.* de celle du Sable, & des autres corps, & de celle que les rayons de la Lune opérent peut-être. *Ligne* 35, que cette expenſion, *liſ.* que cette expanſion.

Page 129, *lignes* 6 *&* 7, expenſion, *liſ.* expanſion.

Page 136, *ligne* 8, s'échauffent par le frottement, *liſ.* s'échauffent, c'eſt-à-dire, par le frottement.

Page 144, *ligne* 21, peut-être eſt-ce cet atmoſphere, *liſ.* peut-être eſt-ce auſſi cet atmoſphere.

Page 146, *ligne* 20, 16 fois moins de rayons, *liſ.* 12 fois moins de rayons.

Page 149, *ligne* 15, & que c'eſt, *liſ.* & c'eſt.

Page 150, *ligne* 26, le Feu eſt un être à part, *liſ.* le Feu paroît être un être à part.

Page 151, *ligne* 24, dans un objet, *liſ.* dans un effet.

Page 154, *ligne* 10, le ſecond, lorſque les corps ſe refroidiſſent réellement, & que le feu s'envole d'entre leurs parties, *liſ.* le ſecond eſt celui des corps qui ſe refroidiſſent réellement, & dont le feu s'envole d'entre leurs parties.

Page 155, *ligne* 31, il gele quelquefois, *liſ.* il dégele quelquefois.

Page 157, *ligne* 22, les parties frigérifiques, *liſ.* les parties frigorifiques. *Ligne* 31, frigérifiques, *liſ.* frigorifiques.

Page 158, *ligne* 20, pour la réduire en glace, *liſ.* pour la changer en glace. *Ligne* 25, ces interſtices, *liſ.* ſes interſtices. *Ligne* 36, frigérifiques, *liſ.* frigorifiques. *Ibid.* 1ere. *note marginale*, frigérifiques, *liſ.* frigorifiques.

Page 160, *ligne* 20, parties frigérifiques, *liſ.* parties frigorifiques.

Page 161, *lignes* 3 *&* 4. Donc ce n'eſt pas ſeulement parce que le vent s'applique ſucceſſivement aux corps, ni parce qu'il apporte des particules de glace, qu'il les refroidit, *liſ.* Donc ce n'eſt pas ſeulement parce que le vent s'applique ſucceſſivement aux corps, qu'il les refroidit. *Ligne* 18, frigérifiques, *liſ.* frigorifiques.

Page 162, *ligne* 12, ſoient, *liſ.* ſont.

Page 163, *note marginale*, il ne peut avoir d'atmoſphere, *ajoûtez*, ſemblable au nôtre.

Page 166, *ligne* 14, Queſtion II. *liſ.* Queſtion XI.

Page 168, *lign.* 37 *&* 38, à meſure qu'on approche du centre de la terre, car alors on en eſt plus près; & de plus, puiſque, &c. *liſ.* à meſure qu'on approche du centre de la terre; car, puiſque, &c.

Page 169, *ligne* 13, à meſure qu'il approche, *liſ.* à meſure qu'on approche. *ibid.* 3e. *note marginale*, c'eſt un effet du Créateur, *liſ.* c'eſt un effet de la providence du Créateur.

Page 170 *ligne* 5. & la matiére des Cometes, *liſ.* de plus la matiére des Cometes. *Ligne* 15, dans les globes, *liſ.* dans ces globes.

Avertiſſement de l'Académie.

L'ACADE'MIE n'a pu ſe conformer aux intentions du Fondateur ſur le Prix de Phyſique, ſans propoſer ſouvent des Sujets qui ne donnent preſque aucune priſe à la Géométrie, & dont l'application devient par-là très-difficile, ou paſſe même nos connoiſſances actuelles. La queſtion de la Nature & de la Propagation du Feu eſt peut-être de ce nombre, & l'on ne pouvoit guère attendre que des Syſtêmes ſur cette matiére : auſſi en a-t-on reçû pluſieurs, parmi leſquels il y en a de très-ingénieux. L'Académie n'en ayant point trouvé cependant, qui lui ait paru ſatisfaire pleinement à la queſtion, elle s'eſt déterminée à couronner les trois Piéces qu'elle a jugées les meilleures, & qui roulent ſur trois hypotheſes toutes différentes, ſans autre diſtinction que celle de l'ordre de leur envoi, & de leur numero : ſçavoir, la Piéce N°. 4. qui a pour Deviſe ;

Magnum iter aſcendo, ſed dat mihi gloria vires;
Non juvat ex facili lecta corona jugo,

eſt de M. *Leonard Euler*, Prof. à Peterſbourg.

La Piéce N°. 10, qui a pour Deviſe,

Omne ignotum pro magnifico eſt.

eſt du Pere *Lozeran de Fieſc*, de la Compagnie de Jeſus.

Et enfin la Piéce numerotée 11, qui a pour Deviſe,

Exercitio Athleta valet,

eſt de M. le Comte de *Crequy*.

Le Public verra du moins par ce choix, que l'Académie ne prétend adopter ni rejetter aucun Syſtême, & qu'au contraire elle invite les Sçavans à lui propoſer ou à éclaircir ceux qu'ils croiront les plus vraiſemblables, ſans qu'ils ayent à craindre aucune partialité dans ſes jugemens.

PIECES
SUR LE
FLUX ET REFLUX
DE LA MER.

Prix de 1740.

PIECES

QUI ONT REMPORTÉ

LE PRIX

DE L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES,

EN M. DCC. XL.

Sur le Flux & Reflux de la Mer.

Selon la fondation faite par feu M. ROUILLÉ DE MESLAY, ancien Conseiller au Parlement.

A PARIS, rue Saint Jacques.

Chez G. MARTIN, J. B. COIGNARD, & les Freres GUERIN, Libraires.

M. DCC. XLI.

DISSERTATION

SUR

LA CAUSE PHYSIQUE DU FLUX

ET

DU REFLUX DE LA MER.

Par le P. ANTOINE CAVALLERI, *Jesuite, Professeur Royal de Mathématiques à l'Université de Cahors.*

ON fait voir dans cette Diſſertation, que trois Cauſes concourent au Flux & Reflux de la Mer.

PREMIEREMENT, *Le Mouvement annuel de la Terre autour du Soleil.*

Il fait que ſous le Soleil les eaux de la Mer ſe portent vers cet Aſtre, & à l'autre Hemiſphere vers le point du Ciel diametralement oppoſé.

SECONDEMENT, *L'Effort central du Tourbillon terreſtre.*

Il eſt moindre au Diametre où eſt la Lune, que dans le reſte du Tourbillon; ce qui fait, que ſous la Lune, les eaux de la Mer ſe portent vers cet Aſtre, & à l'autre Hemiſphere vers le point du Ciel diametralement oppoſé.

TROISIE'MEMENT, *Le Mouvement journalier de la Terre autour de ſon Axe.*

Il donne à la Mer des forces centrifuges, qui facilitent l'effet des autres Cauſes, qui la font monter.

Il fait qu'en montant vers le Soleil & vers la Lune, & vers les points du Ciel diametralement oppoſés, la Mer ſe meut de l'Occident à l'Orient; & qu'ainſi ſa plus grande élevation ne ſe fait pas à l'endroit où les Cauſes, qui la font monter, auroient ſeules leur plus grand effet, mais à 45 Dégrés de là vers l'Orient: les heures du Flux & du Reflux dépendent de ce Mouvement.

Il fait auſſi qu'à quelque endroit de l'Océan qu'on obſerve le Flux & Reflux, on paſſe deux fois le jour par le Méridien de l'endroit où ſe fait la plus grande élevation de la Mer, & que deux fois le jour on s'en éloigne de 90 Dégrés; ce qui donne chaque jour deux fois le Flux, & deux fois le Reflux, dont il s'agit.

HINC DEPRIMOR, ERIGOR ILLINC.

DISSERTATION
SUR
LA CAUSE PHYSIQUE
DU FLUX ET DU REFLUX
DE LA MER.

DANS les Mers vaſtes & profondes, on voit l'Océan monter deux fois le jour, & deſcendre deux fois alternativement: les eaux paroiſſent s'élever durant environ ſix heures, & s'étendre ſur les Rivages, c'eſt ce qu'on nomme le Flux: on les voit après deſcendre durant autant de tems, & rentrer dans l'Océan, c'eſt ce qu'on nomme le Reflux: ce qui contraint ces Flots de s'éloigner d'abord du centre de la Terre, & ce qui les reduit après à s'en rapprocher, c'eſt ce qu'on nomme la Cauſe Phyſique du Flux & Reflux de la Mer.

Ce Phénomene eſt célébre chez les Phyſiciens, parce qu'il n'eſt pas moins difficile d'en découvrir les Cauſes,

qu'il eſt naturel de vouloir les connoître : les obſervations, les recherches, les découvertes qu'on a fait ſur ce ſujet, n'ont preſque abouti qu'à multiplier les opinions, à ſerrer les nœuds des difficultés, à faire dire enfin que ſi la Nature eſt admirable dans la grandeur des mouvemens des Flots, elle ne l'eſt pas moins dans le ſecret des reſſorts dont elle ſe ſert pour les élever.

Nous ſera-t-il donné de les découvrir ces reſſorts, & de les faire connoître? Nous l'eſpérons de l'avantage qu'on a, quand on écrit après de Grands-Hommes, des lumieres & du travail deſquels on peut ſe prévaloir : les obſervations des gens les plus expérimentés, les découvertes exactement reconnuës, les regles des Méchaniques univerſellement reçûës, ce ſont les moyens dont nous allons nous ſervir pour faire voir quelle eſt la Cauſe Phyſique du Flux & Reflux de la Mer. C'eſt le ſujet de cette Diſſertation.

Le Soleil & la Lune paroiſſent contribuer au Flux & Reflux de la Mer.

D'abord avec les (*a*) Anciens & les (*b*) Modernes, nous tenons pour certain, que les mouvemens du Flux & Reflux de la Mer ne ſont pas tout-à-fait independans de la ſituation où ſe trouvent le Soleil & la Lune reſpectivement à l'Océan. On le conclut des obſervations les plus connuës : il eſt à propos d'en rappeller ici le précis, & de ne pas enſuite les perdre de vûë ; elles ſont toute la difficulté du ſujet propoſé.

Dans toute la Côte Orientale de la Mer Atlantique, & de la Mer d'Ethiopie, entre la France & le Cap de Bonne-Eſpérance ; & dans la Mer Pacifique, aux rivages du Chili & du Pérou ; par-tout où le mouvement des eaux n'eſt pas retardé par des Iſles, des Caps, des Détroits ou par d'autres ſemblables obſtacles, on obſerve à la Marée trois Périodes, & dans chacune de ces Périodes une varieté reguliere de circonſtances, qui demandent quelque attention.

Les trois Périodes du Flux & Reflux de la Mer.

Premierement, Comme la Lune paroît employer 24 heures & environ 49 minutes à faire autour de la Terre ſa

(*a*) *Plin. l. 2. c. 97. Cauſa in Sole Lunâque.*
(*b*) *Newt. Princip. l. 3. Prop. 24. Ab actionibus Solis ac Lunæ oriri.*

revolution journaliere, & que dans ce tems elle arrive deux fois au Méridien, & deux fois à l'Horiſon; ainſi la Marée employe 24 heures & environ 49 minutes à ſa Période journaliere, & dans ce tems on voit arriver deux fois le Flux de la Mer, & deux fois le Reflux.

Secondement, Comme la Lune dans ſa revolution de chaque mois paſſe deux fois aux Syzygies, & ſe trouve deux fois en quadrature avec le Soleil; ainſi les Marées deux fois à chaque Lunaiſon ſont plus grandes, c'eſt quand la Lune eſt arrivée à environ 18 $\frac{1}{2}$ dégrés au-delà des Syzygies, en ſuivant l'ordre des Signes, & deux fois ordinairement elles ſont plus petites, c'eſt quand la Lune eſt à environ 18 $\frac{1}{2}$ dégrés au-delà des quadratures; voilà la Période de chaque mois.

Troiſiémement, Enfin comme la Lune fait avec la Terre ſa revolution annuelle autour du Soleil, auſſi la Marée dans ſa Période annuelle paroît ſuivre les divers rapports, qu'a l'Océan avec la Lune & le Soleil: car aux Equinoxes les Marées d'environ les Nouvelles & les Pleines Lunes ſont plus grandes, & celles des Quartiers ſont moindres qu'aux autres Lunaiſons; au contraire, au tems des Solſtices, les Marées d'environ les Nouvelles & les Pleines Lunes ne ſont pas ſi grandes qu'aux autres Lunaiſons, au lieu que les Marées d'environ les Quartiers, ſont alors plus grandes qu'aux autres Lunaiſons.

Circonſtances de la Période de chaque jour.

On obſerve de plus que chaque jour : *Premierement*, après le Flux & après le Reflux, la Mer eſt quelques minutes de tems, ſans paroître ni monter, ni deſcendre.

Secondement, La haute Mer arrive aux Rades orientales, plûtôt qu'aux Rades plus occidentales.

Troiſiémement, Entre les deux Tropiques, la Mer paroît aller de l'Eſt à l'Oüeſt; ce qui ſurnage à la merci des flots, indique ce mouvement, ſur tout au Détroit de Magellan; & ſi d'ailleurs tout eſt égal, la Navigation vers l'Occident eſt fort prompte, & le retour long & difficile.

Quatriémement, Dans les Zones tempérées, au tems du

Flux, les flots de l'Océan vont de l'Equateur vers les Poles, & dans ce cours, ils s'élevent toujours d'un mouvement dont la viteſſe décroît juſqu'à la haute Mer. Enſuite au tems du Reflux, ils reviennent vers l'Equateur & deſcendent d'un mouvement acceleré juſqu'au tems de la baſſe Mer.

Cinquiémement, Enfin dans la Zone torride, à moins d'obſtacle qui retarde la propagation du mouvement des eaux, la haute Mer arrive au même tems aux Plages, qui ſont ſous le même Méridien; au lieu que dans les Zones tempérées, elle arrive plûtôt à une moindre latitude, qu'à une plus grande, & le Flux de la Mer n'eſt pas ſenſible au-delà du 65e dégré de latitude.

Circonſtances de la Période de chaque mois.

On obſerve auſſi que chaque mois : *Premierement*, tandis que la Lune, après les Quadratures, approche des Syzygies, les Marées vont en croiſſant; au contraire, quand après les Syzygies, la Lune approche des Quadratures, les Marées vont en diminuant.

Secondement, Quand la Lune eſt aux Syzygies ou aux Quadratures, la haute Mer arrive à la troiſiéme heure lunaire, c'eſt-à-dire environ trois heures après que la Lune a été au Méridien, de ſorte que l'endroit qui eſt ſous la Lune, eſt d'environ 45 dégrés plus occidental que celui où ſe fait la plus grande élevation des eaux : mais quand la Lune ſe trouve entre les Syzygies & les Quadratures, la haute Mer arrive plus près du tems des trois heures lunaires, que de celui des trois heures ſolaires; & ſi la Lune va des Syzygies aux Quadratures, le tems des trois heures ſolaires précedant les trois heures lunaires, le tems de la haute Mer les précede auſſi; au lieu que ſi la Lune va des Quadratures aux Syzygies, le tems des trois heures lunaires précede la haute Mer, d'autant qu'il en avoit été précedé auparavant; & jamais cet intervalle n'eſt ſi grand, que quand la Lune eſt un peu au-delà des 45 dégrés d'après les Syzygies & d'après les Quadratures. Ces Obſervations ſe font en pleine Mer, dit M. (*a*) Newton; car aux embouchures des Fleuves, ſi

(*a*) *Princip.* l. 3. c. 24.

d'ailleurs tout eſt égal, le fort du Flux arrive plus tard.

Troiſiémement, La haute Mer n'arrive pas plus tard aux Plages ſeptentrionales, quand la Lune eſt dans l'Hemiſphere auſtral, que quand elle eſt dans l'Hemiſphere ſeptentrional.

Circonſtances de la Période de chaque année.

On obſerve enfin, que chaque année, ſi d'ailleurs tout eſt égal, premierement, les Marées des Solſtices d'Hyver ſont plus grandes que celles des Solſtices d'Eté.

Secondement, Les Marées ſont plus grandes, quand la Lune eſt plus près de la Terre; elles le ſont auſſi, quand elle eſt plus près de l'Equateur, & jamais elles ne ſont ſi grandes, que quand la Lune eſt en ſon perigée à l'Equateur en conjonction ou en oppoſition avec le Soleil.

Troiſiémement, Dans les contrées ſeptentrionales, les Marées des Nouvelles & des Pleines Lunes, ſont en Eté plus grandes le ſoir que le matin; & en Hyver, elles ſont plus grandes le matin que le ſoir.

Voilà les principales circonſtances du Phénomene, dont nous entreprenons de faire connoître la Cauſe. Cette varieté des mouvemens des flots ſuivroit-elle ſi regulierement la varieté des ſituations du Soleil & de la Lune, s'il étoit vrai que l'aſpect de ces deux Aſtres ne fît rien au Flux & au Reflux de la Mer?

Examinons donc premierement, comment le Soleil & la Lune peuvent occaſionner ces plus grands & ces moindres mouvemens des flots; nous verrons après ſi tout ce qu'on obſerve au Flux & au Reflux de la Mer, ne doit pas venir de la cauſe, que nous en aurons aſſignée; c'eſt le plan que nous ſuivrons dans cette Diſſertation.

Il n'eſt pas probable que le Soleil & la Lune ſoient dans le vuide, & que par des qualités attractives, ils agitent les eaux de la Mer.

On convient aſſez aujourd'hui que l'Aſtronomie & la Phyſique concourent à prouver que la Lune fait d'un mouvement réel autour de la Terre ſa revolution périodique en 27 jours 7 heures 43 minutes; & que la Terre fait en 23 heures 56 minutes ſa revolution autour de ſon axe, & en 365 jours 6 heures 9 minutes & 30 ſecondes ſa revolution autour du Soleil. Galilée jugea que le Flux & le Reflux de

la Mer ſont une preuve de ce double mouvement de la Terre ; on pourra le conclure auſſi de cette Diſſertation, quoique nous ayons de la Cauſe du Flux & Reflux d'autres idées que les ſiennes.

Mais il ne paroît pas, que tout ce que quelques Phyſiciens ont dit, pour établir un vuide immenſe dans les Cieux, ramene les eſprits à ces qualités attractives, dont on s'étoit déſabuſé, & dont ils ſemblent vouloir accréditer la force, en lui attribuant les mouvemens de la Terre & des Aſtres, & ceux du Flux & du Reflux de la Mer.

Que n'a pas fait M. Newton pour préſerver ſes Lecteurs de lui imputer qu'il fût imbu de ces ſortes d'idées ? On peut voir ce qu'il en dit à l'occaſion de la huitiéme des définitions qu'il a miſes au commencement de ſes principes ; il s'en explique ſur-tout au commencement & à la fin de la Section onziéme du Liv. 1. « Il juge qu'à parler en Phyſi» cien, ce qu'il nomme attraction, pourroit avec plus de » raiſon, s'appeller impulſion ; mais il écrit, dit-il, non en » Phyſicien, mais en Mathématicien..... Il prend en gé» néral le mot d'attraction, pour tout effort que des corps » font, pour s'approcher les uns les autres, ſoit que cet ef» fort vienne, ou de l'Ether, ou de l'Air, ou d'un Milieu » quelconque corporel ou non, qui pouſſeroit les uns vers » les autres tous les corps, qui nageroient dans ce Milieu.

A ſuivre ce qu'alleguent les Défenſeurs de ce grand vuide, ne diroit-on pas que les Aſtres ſe font appercevoir, ſans qu'il y ait entre eux & nous des corps, dont le mouvement ſoit auſſi rapide qu'il le paroît par la fameuſe Obſervation de M. Roëmer ſur les Eclipſes des Satellites de Jupiter? On n'apperçoit, dit-on, que des Aſtres dans la vaſte étenduë des Cieux, & tout Fluide qui les pénétreroit, & qui les environneroit, empêcheroit leur mouvement. Apperçoit-on la lumiere autrement que par ſes effets ? La verroit-on, ſi elle ne faiſoit voir les objets, qui l'envoyent à nos yeux ? Un corps tranſparent doit-il être plus difficile à mouvoir, quand il eſt pénétré de lumiere, que quand il ne l'eſt pas ?

pas? Et croit-on, qu'un mobile doive trouver plus de reſiſtance dans un Milieu, que tous les Aſtres éclairent, qu'il n'en trouveroit, s'ils ne l'éclairoient pas? Quelque ſpécieux que ſoient les argumens qu'on prend de l'excentricité des mouvemens des Cométes, les ſçavans Ecrits de divers Phyſiciens ont aſſez fait voir, que ce qu'on en peut conclure ne prouve pas ce grand vuide : l'acceleration des mouvemens des Aſtres, leur retardement & les changemens de leurs directions y ſeroient des effets ſans cauſe, ou bien ils n'auroient pour cauſe, que des qualités abſtraites, qu'on ne concevra jamais.

Faiſons-nous de ce vaſte Univers une idée qui réponde à l'infinie perfection de l'Etre ſuprême, qui l'a créé; en étalant à nos yeux ces admirables mouvemens des Corps céleſtes, il nous invite à en chercher les reſſorts, & à tâcher d'en acquérir une connoiſſance, qui perfectionne celle, que nous avons de ſa Toute-Puiſſance & de ſa Sageſſe; c'eſt à quoi les qualités attractives ne ſerviroient pas : ne leur attribuons donc pas les mouvemens des Aſtres, & ceux du Flux & du Reflux de la Mer.

Concevons donc qu'au gré du Souverain Arbitre des mouvemens, un Fluide que nous n'appercevons pas, mais dont nous voyons les effets, donne à la Terre & à la Lune cette varieté de directions & de viteſſes, qu'on obſerve dans leur revolution annuelle autour du Soleil. L'étenduë indéfinie de cette matiere, ſon extrême fluidité, ſa mobilité, ſa grande force, la ſimplicité des loix, qui reglent ſes mouvemens, les effets qui en réſultent; tout y eſt digne de celui qui lui donna l'être, lorſqu'au commencement il créa les Cieux.

Un Fluide qu'on n'apperçoit pas, ſe meut autour du Soleil, & un ſemblable Fluide ſe meut autour de la Terre.

Concevons auſſi, qu'un ſemblable Fluide agité d'un mouvement particulier autour de la Terre, la fait tourner ſur ſon axe, & fait décrire à la Lune une Ellipſe ſujette à tous ces changemens, que Tycho a ſi ſoigneuſement obſervés : examinons les mouvemens & les efforts de ces Fluides, nous y trouverons une Cauſe néceſſaire de la régularité &

des prétenduës irrégularités du Flux & du Reflux de la Mer.

La ſurface de la Mer eſt preſſée de toutes parts vers le centre de la Terre.

Par les Obſervations de Kepler, & de bien d'autres Aſtronomes, il eſt conſtant qu'un rayon qui joindroit le centre de la Lune à celui de ſon mouvement, décriroit autour de la Terre des Aires proportionnelles aux tems employés à les décrire. Cela démontre, que le Fluide qui lui donne ce mouvement, fait toujours un effort (*a*) central, dont la direction eſt vers la Terre, vers laquelle il preſſe néceſſairement toute la ſurface de la Mer.

En effet, ce mouvement de la Lune, avec celui de la Terre autour de ſon axe, la Direction que ſuivent les corps peſans en tombant, & celle des corps legers, qui s'élevent dans un milieu tranquille; tout cela n'indique-t il pas, que ce Fluide forme un Tourbillon, dont le centre eſt aux environs de celui de la Terre? Or dans ces ſortes de Tourbillons, chaque (*b*) point de matiere tâche de s'écarter du centre du cercle, où il eſt; & cet effort eſt ſoutenu par la réaction de quelque ſurface concave, dont la reſiſtance donne lieu à la formation du Tourbillon: & parce que cet effort n'a d'action effective ſur cette ſurface, qu'autant que ſa direction (*c*) participe de la perpendiculaire, la réaction toujours contraire à l'action, ne peut être que perpendiculaire au Tourbillon, c'eſt-à-dire, qu'elle ne peut être dirigée, que vers le centre de la Terre, & c'eſt-là cet effort central, dont nous parlons: on conçoit, que ſi cet effort preſſe la ſurface de la Mer, & qu'il ſoit effectivement égal par tout, il maintiendra les flots au niveau; mais s'il eſt moindre ſous la Lune, que par tout ailleurs, ne donnera-t-il pas aux eaux de la Mer, une tendance vers cet Aſtre? Nous nous propoſons de montrer, que c'eſt de là ſur-tout, que vient le Flux & Reflux de la Mer.

Le mouvement annuel de la Terre donne aux eaux de la Mer une ten-

On ſçait auſſi par les obſervations des mêmes Aſtronomes, qu'un rayon, qui joindroit le centre de la Terre à

(*a*) *Newt. Princip.* L. 1. *Prop.* 2.
(*b*) De Molier. Leç. 2. Prop. 2.
(*c*) De Molier. Leç. 2. Prop. 6.

celui de ſon mouvement annuel, décriroit autour du Soleil des aires proportionnelles aux tems employés à les décrire ; cela prouve de même, que dans tout ce qui fait avec la Terre cette revolution, il y a comme un effort central, dont la direction eſt vers le Soleil, c'eſt à-dire, que le mouvement annuel de la Terre autour du Soleil, donne aux eaux de la Mer une tendance vers cet Aſtre : cette impreſſion ſera plus ou moins efficace, à meſure que le Fluide, qui environne la Terre, pourra plus ou moins librement ſuivre la direction de cet effort, & de là dépendront certaines irrégularités du Flux & Reflux de la Mer. dance vers le Soleil.

On voit déja, que par le double mouvement du Tourbillon de la Terre, chaque point de ce Tourbillon, & conſéquemment chaque goutte de l'eau de la Mer reçoit toujours une impulſion, dont la direction eſt compoſée d'une direction vers la Terre, & d'une direction vers le Soleil : il n'eſt pas beſoin de montrer ici, que ſur chacune de ces directions, cette impulſion a les propriétés qu'on attribue à l'attraction, & dont M. Newton & M. Keil croyent s'être aſſûrés par des expériences, qui exercerent la ſagacité qu'on leur connoît.

On pourroit montrer, premierement, que, ſi d'ailleurs tout eſt égal, l'action de l'effort central eſt proportionnelle à la denſité du corps, qui ſe trouve au centre : car plus ce corps eſt denſe, plus il a des parties, dont l'union empêche que leur force centrifuge ne s'oppoſe efficacement à l'action de l'effort central, dont nous parlons ; au lieu que, ſi ce corps étoit plus rare, il contiendroit d'autant plus de Fluide, dont la force centrifuge ne ſeroit pas arrêtée par la cauſe, qui retient unies les parties des corps durs ; & cette force centrifuge diminueroit l'action oppoſée de l'effort central. Divers rapports de l'effort du Fluide, qui pouſſe les eaux de la Mer vers le centre de la Terre.

Secondement, Par la même raiſon, cet effort ſera proportionnel à la maſſe du corps, qui ſe trouve au centre ; en ſorte que de deux corps inégaux, dont les denſités ſeroient égales, le plus grand ſera, qu'à diſtances égales du centre,

l'effort central du Fluide ſera plus grand.

Troiſiémement, Et par la même raiſon encore, ſi cet effort a action ſur des mobiles, qu'il pouſſe vers le centre du Tourbillon, cette action ſera proportionnelle aux produits des denſités, & des maſſes des mobiles, qui ſeront ainſi pouſſés.

Quatriémement, On montreroit ſur-tout, qu'aux divers points du Tourbillon, les forces centrales ſont en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, qu'il y a de ces points au centre. M. l'Abbé (*a*) Villemot, & M. l'Abbé (*b*) de Moliere l'ont clairement démontré; l'on voit aſſez, qu'à chaque ſurface ſphérique du Tourbillon, la ſomme des points eſt en raiſon directe des quarrés des diſtances du centre: or le Tourbillon ne ſçauroit ſubſiſter, ſi l'effort central de chaque point n'étoit en raiſon inverſe de la ſomme des points, qui ſont à la même ſurface ſphérique; ſans cela l'effort total de chaque ſurface ſphérique ſeroit-il égal à l'effort de toute autre ſurface ſemblable, & ſans cette égalité, comment éviter le dérangement des parties, qui ſont ſous ces ſurfaces, c'eſt-à-dire, comment éviter la deſtruction du Tourbillon? Il eſt donc certain, que tandis que le Tourbillon ſphérique ſubſiſte, les forces centrales de ſes divers points ſont en raiſon inverſe des quarrés des diſtances, qu'il y a de ces points au centre.

Cinquiémement, Et de-là ſuit ce qu'on dit encore de l'attraction, que ſi la Terre étoit par-tout d'une égale denſité, les mobiles égaux, que ſon Globe renfermeroit, ſeroient pouſſés vers ſon centre, par des forces proportionnelles aux diſtances qu'il y auroit de ces mobiles au centre de la Terre; car, ſi dans le Globe terreſtre l'on conçoit ces diſtances, comme des rayons de divers Globes concentriques, on vient de voir que d'une part (*num.* 2.) ces forces ſeroient proportionnelles aux maſſes de ces Globes, c'eſt-à-dire, proportionnelles aux cubes des diſtances du centre; & que d'ailleurs (*num.* 4.) elles ſeroient en raiſon inverſe des quar

(*a*) Nouv. Explic.... Part. 1. Ch. 5. (*b*) Leç. 2. Prop. 10.

rés de ces mêmes distances. On pourroit donc les exprimer par des fractions, dont les numerateurs seroient les cubes des distances, & dont les dénominateurs seroient les quarrés des distances; ces fractions seroient égales aux distances les forces exprimées par ces fractions seroient donc proportionnelles aux distances. Si dans quelques endroits de cette Dissertation, il paroît, que nous supposions ces divers rapports entre ces efforts, ce que nous en disons ici, suffira pour nous autoriser à les supposer.

La tendance, qu'ont les flots vers le Soleil, est en raison inverse des Cubes des distances, qu'il y a de la Terre au Soleil.

Quant à la tendance, que le mouvement annuel de la Terre donne aux flots de l'Océan vers le Soleil, si d'ailleurs tout est égal, ses forces sont en raison inverse des cubes des distances, qu'il y a de la Terre au Soleil. D'abord, si nous ne considérions ces flots, que comme faisant partie du Tourbillon du Soleil, & qu'il fallût comparer leur effort central avec celui de quelque mobile égal, qui n'eût de mouvement qu'autour du Soleil, nous trouverions (*pag.* 12 *num.* 4) que ces efforts seroient en raison inverse des quarrés des distances, qu'il y auroit de ces parties du Tourbillon au centre de leur mouvement: ensuite, si nous ne considérions ces flots, que comme des parties du Tourbillon de la Terre, & qu'il fallût comparer la force, qu'ils ont pour se porter vers le Soleil, avec celle, qui pousse vers cet astre quelqu'autre partie égale de ce même Tourbillon, nous verrions, que sous ce rapport, ces mobiles parcourant autour du Soleil la même orbite dans le même tems, leurs moyennes vitesses sont égales, & (*a*) qu'ainsi leurs forces centrales sont en raison inverse des distances, qu'il y a de ces mobiles au Soleil: mais ici nous devons les regarder, comme faisant partie, & du Tourbillon du Soleil, & de celui de la Terre; il est donc manifeste, que les forces, que la Mer reçoit du mouvement annuel de la Terre, pour se porter vers le Soleil, sont en raison composée de la raison inverse des quarrés des distances, qu'il y a du Soleil à la Terre, & de la raison inverse de ces mêmes distances, c'est-à-dire,

(*a*) *Hugen. de vi Centr. Theor.* 2.

que ces forces dans leur moyenne grandeur, ſont en raiſon inverſe de cubes des diſtances, qu'il y a de la Terre au Soleil.

La force que le mouvement annuel donne aux flots de l'Océan, pour s'éloigner du centre de la Terre, eſt à la force, que leur donne l'effort central du Tourbillon de la Terre, pour s'en approcher comme 1. à 12868200.

Rapporterons-nous ce que diſent les Phyſiciens, pour montrer combien la tendance, que le mouvement annuel donne aux flots de l'Océan vers le Soleil, peut contribuer à la grandeur des Marées, c'eſt-à-dire, pour montrer par la décompoſition des forces de cette tendance, en quelle proportion elle agit contre l'effort, qui pouſſe les flots vers le centre de la Terre?

On ſçait aſſez, que quand un Mobile décrit divers Cercles, les forces qui l'empêchent de s'éloigner des centres, ſont en raiſon compoſée de la raiſon directe des quarrés, des viteſſes & de la raiſon inverſe des rayons des Cercles parcourus: Or dans les mouvemens uniformes, dont il s'agit, les tems périodiques ſont en raiſon compoſée de la raiſon directe des rayons, & de la raiſon inverſe des viteſſes; donc, quand un Mobile décrit divers Cercles, ſi d'ailleurs tout eſt égal, les forces qui l'empêchent de s'éloigner des centres, ſont en raiſon compoſée de la raiſon directe des rayons, & de la raiſon inverſe des quarrés des tems périodiques. C'eſt un principe reçû.

Obſervons donc, que la revolution périodique de la Lune eſt de 27 jours 7 heures 43 minutes, & qu'ainſi la Lune dans le cours d'une année, fait treize fois ſa revolution périodique. Si le Soleil & la Terre ne ſe mouvoient pas, ce ſeroit treize revolutions ſynodiques, au lieu que la Terre ſe mouvant autour du Soleil, la revolution ſynodique de la Lune, eſt de 29 jours 12 heures 44 minutes; & ainſi dans le cours d'une année, la Lune ne fait que douze fois ſa revolution ſynodique: c'eſt donc, comme ſi le Tourbillon du Soleil cauſoit à la Lune une revolution annuelle autour de la Terre, en allant de l'Orient vers l'Occident, contre l'ordre des Signes.

En effet, ſi l'on conçoit un rayon, qui joigne le centre de la Lune à celui de la Terre, & qu'on faſſe préciſion du

mouvement, que la Terre & la Lune reçoivent du Tourbillon de la Terre, pour ne considérer que le mouvement annuel, qu'elles reçoivent du Tourbillon du Soleil, c'est-à-dire, si l'on n'observe ce rayon, que toutes les fois que la Lune sera à un même point de l'Orbite lunaire, on trouvera toujours qu'à la surface de la Terre, ce rayon dans 27 jours 7 heures 43 minutes, aura décrit un Arc d'environ 28 dégrés, en allant contre l'ordre des Signes; de même que si la Terre étoit sans mouvement, & que la Lune fît une révolution annuelle autour de la Terre, le rayon de cette révolution annuelle seroit tantôt plus grand & tantôt moindre que le rayon moyen de la révolution de chaque mois; ainsi dans leur moyenne grandeur, ces deux rayons seroient à peu près égaux, & par le principe que nous avons rapporté, cette égalité feroit, que la force centrifuge de cette révolution annuelle, seroit à l'effort central de la révolution de chaque mois en raison inverse des quarrés des tems périodiques, c'est-à-dire, (*a*) comme le quarré de 27 jours 7 heures 43 minutes, est au quarré de 365 jours 6 heures 9 minutes, ou comme 1000 à 178725, ou bien comme 1 est à 178 $\frac{29}{40}$.

D'ailleurs les Observations des plus fameux Astronomes nous autorisent à croire que la distance moyenne de la Lune à la Terre, est de 60, ou bien de $60\frac{1}{2}$ demi-diametres de la Terre; & si la Terre étoit sans mouvement, & que la Lune fît la révolution annuelle, dont nous venons de parler, à la distance de $60\frac{1}{2}$ demi-diametres, l'effort centrifuge de cette révolution, seroit à l'effort centrifuge d'une semblable révolution à la distance de 60 demi-diametres, comme $60\frac{1}{2}$ à 60, à cause de l'égalité des tems périodiques; au lieu qu'à 60 demi-diametres de la Terre, l'effort central de la révolution de chaque mois, est à l'effort central, que le Tourbillon de la Terre donneroit à la Lune près de la surface de la Terre, comme 1 est à 60×60, (*pag.* 12 *num.* 4.) Donc la moyenne grandeur de la tendance qu'a la Lune

(*a*) Newt. Princip. L. 3. Prop. 25. (*b*) *Ibid.* Prop. 4.

dans son Orbite, pour s'éloigner du centre de la Terre vers le Soleil, est à la moyenne grandeur de la tendance qu'elle auroit vers la Terre, si le Tourbillon qui lui fait faire la révolution de chaque mois, la faisoit tourner près de la surface de la Terre, comme $1 \times 60\frac{1}{2}$ est à $60 \times 60 \times 60 \times 178\frac{29}{40}$, c'est-à-dire, comme 1 est à 638092, 6. Et si la Lune étoit à la surface de la Terre, les forces, que la tendance qu'elle auroit vers le Soleil, lui donneroit pour s'éloigner du centre de la Terre, seroient aux forces qu'elle auroit vers la Terre (*a*) comme 1 est à 38604600.

Telle seroit la proportion de ces forces à 90 dégrés de l'endroit, qui seroit sous le Soleil: mais on sçait, que des Quadratures jusqu'aux Syzygies, le mouvement de la Lune est accéleré ; il lui arrive ce que M. Huygens & M. Keil ont démontré (*b*) du Pendule, à qui sa pésanteur fait parcourir le quart du Cercle compris entre le Rayon Horisontal, & le perpendicule : ce Pendule acquiert dans ce mouvement une force centrifuge double de sa pésanteur ; de sorte qu'au point le plus bas du quart de Cercle, il a pour s'écarter du centre de son Orbite, une force triple de la tendance, qu'il avoit vers la Terre, quand il étoit au bout du Rayon Horisontal ; de même aux Syzygies la Lune a pour s'éloigner du centre de son Orbite, une force triple de la tendance qu'elle a vers le Soleil, quand elle est aux Quadratures.

Et puisque les Fluides, qui donnent à la Lune sa tendance vers le Soleil, & sa force centrale vers la Terre, agissent sur les eaux de la Mer, il faut, que, lorsque le Soleil est à sa moyenne distance de la Terre sur un endroit de l'Océan, la force, qui pousse les eaux de cet endroit vers le Zenith, soit à celle qui les pousse vers le centre de la Terre, (*c*) comme 1 à 12868200.

Ce qu'on vient de dire des eaux, qui sont sous le Soleil, doit se dire aussi de

Or la Terre étant placée (*pag. 9 lig. 31 & pag. 10 lig. 15*) au centre d'un Tourbillon, si d'une part la tendance qu'ont

(*a*) *Newt. Princip.*. L. 3. *Prop.* 36.
(*b*) *De vi Centr. Theor.* 13.
(*c*) *Newt. Ibid.*

les

les eaux vers le Soleil, fait qu'elles pésent moins vers le centre de la Terre, il arrive qu'à l'autre Hemisphere, la colonne du Tourbillon diametralement oppoſée, peut d'autant prévaloir à l'effort central de la colonne, qui ſe trouve ſous le Soleil; il faut donc que la Terre ſe meuve vers cet Aſtre; alors la réaction de la Terre, qui céde, devenant moindre, l'action de la colonne, qui a prévalu, devient moindre auſſi; car ce Fluide eſt là comme un reſſort, qu'on preſſeroit moins qu'auparavant, il agit moins qu'il ne faiſoit: ainſi, pourvû que le Soleil, ſoit vers le Zenith ou vers le Nadir d'un endroit de l'Océan, les eaux de cet endroit ſont moins preſſées vers le centre de la Terre, que ne le ſont les eaux collatérales; & par les loix de l'Hydroſtatique toutes ces eaux doivent ſe porter vers le Zenith de l'endroit où ſe fait cette moindre compreſſion.

celles, qui ſont ſous le point du Ciel diametralement oppoſé.

Au reſte on trouve (*a*) que la tendance qu'a la Lune vers la Terre, n'eſt que ce qui dans les corps terreſtres, ſe nomme la péſanteur. Car ſi le Diametre moyen de la Terre eſt de 19695539 pieds, comme il paroît aux meſures priſes en France par M. Picard & M. Caſſini, & en Angleterre par M. Norwood, & que la diſtance moyenne de la Lune à la Terre, ſoit d'environ $60\frac{1}{2}$ demi-diametres de la Terre, comme on le conclut des Obſervations, il faut que le Sinus verſe de l'Arc, que la Lune décrit par ſon mouvement moyen dans une minute de tems, ſoit de $15\frac{1}{12}$ pieds, & les forces centrales augmentant (*pag.* 12. *num.* 4.) en raiſon inverſe des quarrés des diſtances du centre, il s'enſuit qu'auprès de la Terre, ſi la Lune ſuivoit l'impulſion, qui dans ſon orbite, l'empêche de s'éloigner du centre, elle parcourroit dans une ſeconde de tems $15\frac{1}{12}$ pieds. Or M. Huygens a montré par des expériences reconnues, que c'eſt-là préciſément ce que la péſanteur fait parcourir aux corps terreſtres dans une ſeconde de tems. C'eſt donc la cauſe de la péſanteur, qui donne, & à la Lune, & aux eaux de la Mer, toute la tendance qu'elles ont vers le centre de la Terre:

Ce qui preſſe (*pag.* 10.) la ſurface de la Mer vers le centre de la Terre, c'eſt la cauſe de la péſanteur.

(*a*) *Newt. Princip. L.* 3. *Prop.* 4.

& ſi cette cauſe n'a pas ſur ce corps céleſte tout l'effet qu'elle paroît avoir ſur les corps qu'elle précipite, c'eſt que la Lune a dans ſon Orbite toute la viteſſe, qu'elle auroit acquiſe, ſi ſa péſanteur lui avoit fait parcourir le quart du Diametre du Cercle, qu'elle décrit; c'eſt ce qui maintient (*a*) l'Equilibre entre la force centrifuge & la péſanteur.

La péſanteur des eaux de l'Océan n'empêcheroit pas, que ſous le Soleil, la tendance qu'elles ont vers cet Aſtre, ne les fit monter d'un pied & $11\frac{1}{9}$ pouces plus qu'à 90 dégrés de-là.

Par de ſemblables conſidérations, on a tâché de trouver à quelle hauteur les eaux de la Mer peuvent monter ſous le Soleil, en ſatisfaiſant ſeulement à la tendance qu'elles ont vers cet Aſtre.

Nous venons de dire, (*pag.* 14.) que cette tendance eſt à la péſanteur, comme 1 à 12868200; (*b*) on montre auſſi, que la force centrifuge, que le mouvement journalier donne aux corps terreſtres, eſt à leur péſanteur, comme 1 à 289 : car par les meſures priſes en France & en Angleterre, dont nous venons de parler, on compte, que dans une ſeconde de tems, chaque point de la circonference de l'Equateur de la Terre, parcourt un Arc de 1436, 223 pieds, dont le Sinus verſe eſt de 7, 54064 lignes; & par les loix des mouvemens circulaires, on ſçait qu'à l'Equateur, les forces, que les corps terreſtres reçoivent du mouvement journalier, pour s'éloigner du centre de la Terre, comparées aux forces ſemblables, qu'ils reçoivent à une latitude quelconque, ſont en raiſon doublée du rayon de la Terre au Sinus de complément de la Latitude, c'eſt-à-dire, qu'à l'Equateur, par rapport à la Latitude de Paris, qui eſt de 48 dégrés & 50 minutes, ces forces ſont comme 7, 54064 à 3, 267; d'où l'on conclut, que, ſi la Terre n'avoit pas ſon mouvement journalier, les corps péſans, qu'on laiſſe tomber, & qui à la Latitude de Paris, parcourent en une ſeconde de tems 15 pieds 1 pouce, 2, 18 lignes parcourroient 15 pieds 1 pouce, 5, 44 lignes; or 7, 54064 lig. ſont à 15 pieds 5, 44 lignes, comme 1 à 289. La force centrifuge, qui vient du mouvement journalier, eſt donc à la péſanteur, comme 1 à 289.

(*a*) *Hugen. de vi Centr. Theor.* 5. (*b*) *Newt. Princip. L.* 3. *Prop.* 19.

Enfin on suppose un Siphon plein d'eau, dont les branches feroient un angle droit au centre de la Terre, en sorte que l'Axe d'une de ces branches fût un rayon de l'Equateur, & l'Axe de l'autre branche aboutît au Pole de la Terre; la colonne d'eau, qui seroit à l'Equateur, auroit, par le mouvement journalier, des forces centrifuges, que n'auroit pas celle qui aboutiroit au Pole; ces forces centrifuges diminueroient l'effort de la pésanteur, qui leur est opposé; & par un calcul appuyé sur les principes, que nous suivons dans cette Dissertation, on trouve, que l'eau, pour être en équilibre dans ce Siphon, devroit avoir à l'Equateur 85820 pieds de hauteur, plus qu'au Pole: de toutes ces considérations on (*a*) conclut ainsi.

Puisque la tendance que le mouvement annuel de la Terre donne aux eaux de la Mer vers le Soleil, est à leur pésanteur, comme 1 à 12868200, & que la force centrifuge, qui vient du mouvement journalier, est à cette même pésanteur, comme 1 à 289, il est manifeste, que cette tendance vers le Soleil, est à cette force centrifuge, comme 289 à 12868200, c'est-à-dire, à peu de chose près, comme 1 à 44527. Or ces 44527 dégrés de force centrifuge font qu'à l'Equateur, la Mer est plus haute qu'au Pole de 85820 pieds. Et comme 44527 sont à 1, ainsi, à peu de chose près, 85820 pieds sont à 1 pied & $11\frac{1}{6}$ pouces; donc la tendance, que le mouvement annuel de la Terre donne à la Mer vers le Soleil, peut faire, que sous cet Astre, les eaux soient de 1 pied & $11\frac{1}{6}$ pouces plus hautes qu'à 90 dégrés de-là.

Ajoutons encore, que les deux efforts, que nous avons comparés, (*pag.* 14.) concourant à chaque point du Tourbillon terrestre, il en résulte un troisiéme effort composé, qui par rapport à ces deux autres, peut être exprimé par la Diagonale d'un Parallelogramme, dont les deux côtés seroient proportionnels aux deux efforts composans, & auroient été pris sur leurs directions, en commençant du point

Les puissances qui poussent les Flots, étant connues, on connoit l'effort composé qu'elles produisent.

(*a*) *Newt. Princip. L. 3. Prop. 36. Corol.*

où elles concourent : cette Diagonale marque auſſi la direction de cet effort compoſé ; & les Sinus des Angles qu'elle fait avec les côtés du Parallelogramme, étant en raiſon inverſe des efforts, que ces côtés expriment, on voit que chacun de ces efforts agit moins obliquement, & ainſi plus efficacement, à meſure qu'il y a plus grande raiſon de cet effort à l'autre.

De là, ſi les directions de ces deux efforts ſont en même ſens, l'effort compoſé eſt plus grand, à meſure que l'angle qu'elles font, eſt plus aigu ; en ſorte que, ſi cet angle eſt infiniment aigu, c'eſt-à-dire, ſi ces directions ſont paralleles, l'effort compoſé eſt égal à la ſomme des efforts compoſans ; & ſi ces directions ſont en ſens contraires, l'effort compoſé eſt plus grand, à meſure que l'angle qu'elles font, eſt plus obtus ; en ſorte que ſi cet angle eſt infiniment obtus, l'effort compoſé eſt égal à la ſomme des efforts compoſans, au lieu que ſi cet angle eſt infiniment aigu, l'effort compoſé eſt égal à la différence des deux efforts compoſans. Tout cela ſe trouve démontré dans des Traités de Statique, nous nous en ſervirons, lorſqu'il s'agira de certains accroiſſemens & de certaines diminutions, qu'on obſerve au Flux & Reflux de la Mer.

L'explication que M. Deſcartes a donné du Flux & Reflux de la Mer, eſt, comme beaucoup d'autres, inſoutenable.

Mais enfin, comment la Lune peut-elle contribuer au Flux & au Reflux de la Mer ? C'eſt ſur-tout ce qui donne lieu chez les Phyſiciens à cette multiplicité d'opinions, dont les plus ingénieuſes laiſſent encore ſouhaiter quelque choſe, qui ſatisfaſſe davantage.

Les qualités abſtraites, dont les Péripatéticiens s'autoriſoient, pour faire dominer la Lune ſur toutes les choſes humides ; la Sphere d'activité, qui, ſelon d'autres, donne à cet Aſtre une qualité attractive, pour élever les flots ; les influences tiédes, humides & ſalines, qui, ſelon quelques-uns, mettent en mouvement les fermens de la Mer ; l'agitation même, que d'autres attribuent à l'Axe de la Terre, pour donner des ſecouſſes aux Flots ; l'inégalité des viteſſes, que Galilée a fait obſerver dans les différentes ſituations, où le double mouvement de la Terre met les reſervoirs

des eaux ; ces opinions, & tant d'autres, ne ſont pas moins fameuſes par le ſuccès avec lequel on les a réfutées, que par la réputation de leurs Auteurs.

L'opinion de M. Deſcartes trouve encore aujourd'hui des gens, qui l'accueillent aſſez favorablement : ce Philoſophe a cru, (*a*) que la Lune & la Terre ne pouvant ſe mouvoir auſſi vite que la matiere du Tourbillon, dans lequel elles tournent, pendant qu'il eſt emporté autour du Soleil, la portion de cette matiere, qui paſſe entre la Lune & la Terre, comme dans un canal retreci, preſſe & l'Athmoſphere & la Mer, beaucoup plus ſous la Lune, qu'aux environs ; que cet excès de compreſſion fait mouvoir la Terre vers l'autre Hemiſphere ; qu'ainſi l'Océan eſt par-tout moins preſſé, que ſous la Lune & ſous le point du Ciel diametralement oppoſé ; que par conſéquent à ces deux endroits, la ſurface de la Mer eſt plus baſſe, ou moins éloignée qu'ailleurs du centre de la Terre, duquel elle s'éloigne de plus en plus aux environs juſqu'aux endroits, qui ſont à 90 dégrés de-là ; qu'enfin le mouvement journalier de la Terre faiſant que, chaque point de l'Océan paſſe chaque jour deux fois par le Méridien où eſt la Lune, & deux fois par celui qui en eſt éloigné de 90 dégrés, il eſt manifeſte, que par-tout où l'on obſerve la Marée, on doit y voir chaque jour deux fois le Flux, & deux fois le Reflux de la Mer.

Nous applaudiſſons volontiers aux éloges qu'on donne à cette opinion ; ce qu'elle a d'ingénieux en mérite de grands: mais il ne paroît pas qu'elle réponde aux Obſervations, dont les gens expérimentés ou inſtruits, ne ſçauroient douter. M. Deſcartes a voulu faire voir, qu'aux environs du Parallele, où eſt la Lune, on doit avoir la baſſe-Mer, quand cet Aſtre eſt au Méridien ; on ſçait aujourd'hui, qu'il n'en eſt jamais ainſi : toujours entre les Tropiques & aux environs, dans les Mers vaſtes & libres de tout obſtacle au mouvement des Flots, la baſſe-Mer arrive près de trois heures avant que la Lune ſoit au Méridien. On ne devroit, ſelon M. Deſ-

(*a*) Princip. Part. 4. num. 49.

cartes, y voir la haute-Mer, que quand la Lune eſt arrivée à l'Horiſon; il eſt conſtant, qu'on l'y voit toujours, lorſque cet Aſtre a encore près de 45 dégrés à parcourir, pour arriver à l'Horiſon. Auſſi ne trouve-t-on pas, que les Cartéſiens ayent expliqué, d'où vient (*pag. 6. num. 2.*) que la haute-Mer y précede les trois heures lunaires, quand la Lune va des Syzygies aux Quadratures, au lieu que quand elle paſſe des Quadratures aux Syzygies, la haute-Mer n'arrive qu'après la troiſiéme heure lunaire. Ajoûtez qu'à ſuivre l'hypothéſe de M. Deſcartes, il eſt certain, qu'aux endroits dont il parle, il faudroit, que la baſſe-Mer fût toujours à l'Orient du Méridien où eſt la Lune; car il eſt certain, que ſi les eaux ſous la Lune, ſont pouſſées en même tems, & vers le centre de la Terre & vers l'Orient, comme le prétend M. Deſcartes, elles doivent en même tems, & deſcendre & s'avancer vers l'Orient; ainſi, lorſqu'elles auroient le plus approché du centre de la Terre, elles ſeroient à l'Orient de l'endroit, qui eſt ſous la Lune: toutefois il eſt conſtant, que ſous le parallele où eſt la Lune, la baſſe-Mer eſt toujours à l'Occident du Méridien où eſt cet Aſtre, à environ 45 dégrés de l'endroit où M. Deſcartes la place: c'eſt à 45 dégrés vers l'Occident de cet endroit, que la Mer commence à monter; ſa moyenne hauteur eſt ſous la Lune, & le point de la plus haute élévation des Flots, eſt à 45 dégrés vers l'Orient du Méridien où eſt la Lune: tout cela eſt conſtaté par les Obſervations, qui aſſûrent (*pag. 6. num. 2.*) que la haute-Mer arrive aux endroits, dont il s'agit, environ trois heures après que la Lune a été au Méridien: en un mot M. Deſcartes a cru que ſous la Lune, la ſurface de l'Océan eſt enfoncée, comme ſi la Lune repouſſoit les eaux; mais depuis qu'on ſçait l'heure lunaire où finit le Flux, & celle où finit le Reflux, entre les deux Tropiques en pleine Mer, on voit, que ſous la Lune, les eaux ſont élevées, comme ſi cet Aſtre les attiroit.

Nous pourrions ajoûter avec (*a*) M. Villemot, que les

(*a*) Nouv. Explic. du mouv. des Planet. 3. Part. ch. 5.

baſſes-Marées des Quadratures ſont une circonſtance inexplicable dans le ſyſtême Cartéſien, parce qu'il eſt faux, que la Lune aux Quadratures, ſoit toujours plus éloignée de la Terre, qu'aux Syzygies: ce Phyſicien jugeoit auſſi, que, pour cauſer un enfoncement à la ſurface de la Mer, la Lune devroit avoir un Tourbillon, que M. Deſcartes ne lui a point attribué, & nous venons de montrer, que, ſi l'effort centrifuge de ce Tourbillon cauſoit l'effort que M. Villemot lui attribuë, la baſſe-Mer ſeroit toujours à l'Orient du Méridien où eſt la Lune; au lieu que par-tout où les mouvemens du Flux & Reflux n'ont pas d'obſtacle, la baſſe-Mer eſt toujours à l'Occident de ce Méridien.

Revenons donc à l'effort central du Tourbillon terreſtre; nous avons fait voir (*pag.* 10.) qu'il preſſe toute la ſurface de la Mer vers le centre de la Terre; mais, s'il eſt moindre au diametre où eſt la Lune, qu'aux autres rayons du Tourbillon, eſt-il de Phyſicien, qui de-là ne conclue, que, ſelon les régles de l'Hydroſtatique, les eaux moins preſſées, cédant à celles d'alentour, celles-ci doivent couler vers l'endroit, où la ſurface de la Mer ſoutient un moindre effort; que par conſéquent ſous la Lune, & ſous le point du Ciel diametralement oppoſé, les Flots doivent s'élever, comme ſous le piſton d'une Pompe, juſqu'à ce que ce qui ſe trouve au-deſſus du niveau, faſſe équilibre à l'excès de l'effort, qui cauſe ce mouvement des eaux?

Les eaux de l'Océan s'élevent ſous la Lune, parce que dans le Tourbillon terreſtre, l'effort central eſt moindre au diametre où eſt la Lune, qu'aux autres rayons du Tourbillon.

Les Cartéſiens penſent au contraire, que ſous la Lune, cet effort eſt plus grand qu'ailleurs; ils jugent, que toute Planete allant moins vite que l'Ether, ce Fluide trouve ſous la Lune un paſſage retreci; que là preſſé de toutes parts, & contraint de céder à l'action des Courans d'alentour, il y eſt réduit à accelerer ſon mouvement, d'où ces Meſſieurs concluent, que l'Ether agit avec plus de force ſur les eaux, qui ſont ſous la Lune, que ſur le reſte de la Mer.

D'autres Phyſiciens en jugent autrement, ils diſent que la Lune ne peut contribuer, ni à augmenter, ni à diminuer

la force centrale de l'Ether : ils ſe perſuadent, qu'étant ſuſpendue dans le Fluide, ſans aucun mouvement progreſſif, qui lui ſoit propre, & ſans aucun appui, elle doit avoir la même viteſſe que le Fluide qui l'environne, & par conſéquent agir comme lui.

Pour nous, quelque attention que nous donnions aux raiſons, dont ces divers ſentimens ſont appuyés, il nous paroît qu'à ſuivre les Obſervations Aſtronomiques, & les Régles ordinaires des Mécaniques, on peut aſſûrer avec M. Deſcartes, que la Lune a moins de viteſſe que le Fluide dont elle ſuit le mouvement, & que de-là nous devons conclure le contraire de ce que M. Deſcartes vouloit établir : car en allant moins vite, la Planete eſt évidemment une eſpéce de digue, qui d'abord retarde le Fluide ; c'eſt un obſtacle qui rompt la direction des Courants de l'Ether ; ils ſont réduits à ſe mouvoir autour de la Lune ; elle fait donc que l'action, qu'avoit ce Fluide vers la Terre, eſt comme interrompue : ne ſçait-on pas que cette action dépend (*pag.* 14. *lig.* 13.) & de la viteſſe du Fluide, & de la courbure de la Ligne qu'il décrit autour de la Terre? Or ici la viteſſe eſt d'abord diminuée, & le mouvement ſe fait moins autour de la Terre, qu'autour de la Lune ; n'eſt-il pas manifeſte, que dans ce retardement, & ce changement de direction, le Fluide retardé & réduit à couler autour de la Lune, n'a plus alors tant d'action vers le centre de la Terre? Les directions de ſes efforts tombent plus obliquement ſur les ſurfaces du fluide inférieur concentriques avec la Terre ; ainſi l'effort centrifuge de ce fluide inférieur en eſt moins gêné & comme un reſſort, qu'on commence à moins preſſer, agit d'une part contre la puiſſance qui le preſſoit, tandis que d'autre part il preſſe le point d'appui moins qu'auparavant, de même la colomne ſublunaire, moins preſſée par le fluide retardé, agit d'une part contre ce fluide & contribue à ſon acceleration, tandis que d'autre part elle preſſe l'Athmoſphere & la ſurface des eaux moins qu'auparavant.

Nous convenons donc, que la Lune retrécit le canal de

de l'Ether, & qu'en coulant entre la Lune & la colonne ſublunaire, le Fluide que la Planete détourne, accelere ſon mouvement; mais, quand on demande que nous en convenions, on ne peut nier, qu'avant cette acceleration, le mouvement du Fluide qui rencontre la Lune, n'ait été retardé; que même dans cette acceleration le Fluide ne ſe meuve beaucoup moins autour de la Terre, qu'autour de la Lune, & ſur-tout que ce ſurcroît de viteſſe ne ſoit en partie cauſé par l'effort centrifuge du Fluide inférieur; d'où il ſuit que cette acceleration ne peut pas rendre à l'effort central, ce que le retardement & le changement de Direction lui avoient ôté. Il faut donc que la ſurface de la Mer ſoit moins preſſée ſous la Lune qu'ailleurs: dès-lors à l'autre Hemiſphere, l'effort central diametralement oppoſé, fait reculer la Terre vers la colonne ſublunaire, dont il ſurmonte le moindre effort; par ce mouvement, la réaction de la Terre qui cede, devient moindre, & l'action de l'effort central, qui a prévalu, en eſt moindre auſſi, comme nous avons déja dit (*pag.* 17. *lig.* 7.): la Lune fait donc que dans le Tourbillon terreſtre, l'effort central eſt moindre au diametre où elle eſt, qu'aux autres rayons du Tourbillon, & c'eſt ce qui détermine les Flots de l'Océan à ſe mouvoir de toutes parts vers ce diametre, à s'y placer autant qu'ils le peuvent, au deſſus du niveau, c'eſt-à-dire, à monter vers la Lune, & vers le point du Ciel diametralement oppoſé.

La Lune parcourt ſon Orbite avec moins de viteſſe que n'en a le Fluide, dont elle ſuit le mouvement.

Mais encore quelles ſont les Obſervations Aſtronomiques, & les Régles des Mécaniques, qui prouvent que la Lune n'a pas, en décrivant ſon Orbite, une viteſſe égale à celle du Fluide, dont elle ſuit le mouvement? Les voici.

La Lune a toujours le même Hémiſphere tourné vers le centre de ſon Orbite; les viteſſes des divers points de cette Planete ſont donc en raiſon directe des diſtances, qu'il y a de ces points divers à ce même centre, au lieu qu'il eſt démontré (*a*) que les viteſſes du Fluide aux divers points du Tourbillon, ſont en raiſon inverſe des

(*a*) M. Villemot Explic. nouv. Part. 1. c. 5. & M. de Moliere L. 2. Prop. 11.

Racines quarrées de ces mêmes distances. Cette Planete ne se meut donc pas, comme feroit une égale masse de Fluide; elle cause donc dans le Tourbillon quelque dérangement, un défaut d'Equilibre; elle fait que la surface de la Mer est pressée inégalement.

D'ailleurs, en allant des Quadratures aux Syzygies, la Lune accelere son mouvement; elle reçoit donc alors ces surcroîts de force, dont l'acceleration est l'effet; or, en suivant le mouvement d'un Fluide, comment recevroit-elle des surcroîts de force, si elle n'alloit moins vîte que le Fluide, qui doit l'atteindre pour les lui donner?

Soit donc M D N I (*Fig.* 1.) une Sphere qui représente la Lune, que les Lignes paralleles P D, G R, J E, représentent des cercles du Tourbillon, qui donne le mouvement à cet Astre; que sur les Directions J E, G R, on prenne E A, R F, égales entre elles, on aura là une expression des vitesses (*a*) égales des points d'une même couche Sphérique de la matiere de ce Tourbillon; que des points E & R, on tire E B, R V, perpendiculaires aux tangentes de ces points; & qu'enfin des points A & F on tire A B, F V, paralleles à ces mêmes tangentes. Si l'on veut que la Ligne R F, ou son égale E A, représente la vitesse qu'a le Fluide avant d'atteindre la Lune, supposons d'abord, qu'en agissant sur la Direction perpendiculaire P D, ce Fluide communique toute sa force: il est évident qu'en ce cas la vitesse qu'il communiquera, ne peut pas être exprimée par une Ligne plus grande que R F, ou E A: il est également évident qu'en ce cas aussi, la vitesse qu'il peut communiquer, en agissant sur la Direction G R, ne peut pas être (*b*) exprimée par une Ligne plus grande que le Sinus R V de l'Angle d'incidence R F V, & la vitesse qu'il aura après le choc, ne peut pas être exprimée par une Ligne moindre que le Sinus F V de l'Angle de complément F R V: de même la vitesse qu'il peut communiquer, en agissant sur la Direction J E, ne peut en ce cas

(*a*) M. de Moliere L. 2. Prop. 8. (*b*) M. de Moliere L. 1. Prop. 14. & 15.

être exprimée par une Ligne plus grande que E A, & celle qu'il aura après le choc, ne peut pas être exprimée par une Ligne moindre que A B. On verroit déja dans cette ſuppoſition, que tout le Fluide, qui agiroit ſur toute autre Direction, que la perpendiculaire G B auroit, après le choc, quelque viteſſe; que même elle ſeroit plus grande, à meſure que le Fluide auroit frappé plus près du Méridien M N, & que par conſéquent la Planete n'en reçoit pas autant qu'en a le Fluide, qui paſſe aux environs, ſans la rencontrer.

Mais la Planete n'étant, ni un corps inébranlable, ni un corps en repos, & le Fluide perpendiculaire P D, n'agiſſant pas ſeul, il n'eſt pas poſſible que ce Fluide communique toute ſa force; réduit de ſa nature à garder autant qu'il peut, la force qu'il a, il n'en donne qu'autant qu'il faut, pour ôter l'obſtacle, que la Lune oppoſe à ſon mouvement, c'eſt-à-dire, autant qu'il faut pour faire que la viteſſe qu'il communique, & celle qui lui reſtera, ſoient égales; & dès que ces viteſſes ſont parvenuës à l'égalité, ce Fluide n'a plus d'action ſur la Planete, qu'il ne peut plus atteindre; ainſi la viteſſe qu'il avoit avant le choc, étant repréſentée par le Sinus total R F, ou E A, pour exprimer celle qu'il communique, en agiſſant ſur la Direction perpendiculaire P D, il faut prendre une Ligne moindre que R F, ou E A; & par conſéquent, pour exprimer la viteſſe qu'il communique, en agiſſant ſur la Direction G R, il faut prendre une Ligne moindre que R V: ſuppoſons que ce ſoit X V: de même pour exprimer la viteſſe qu'il communique, en agiſſant ſur la Direction J E, il faut prendre une Ligne moindre que E B: ſuppoſons que ce ſoit Z B: alors la viteſſe qui lui reſtera, après avoir agi ſur la Direction G R, devra s'exprimer (*pag.* 19.) par la Diagonale du Parallelogramme rectangle, dont les deux côtés ſeront X V, V F, & la viteſſe, qui lui reſtera, après avoir agi ſur la Direction J E, s'exprimera par la Diagonale du Parallelogramme rectangle, dont les deux côtés ſeront Z B,

B A ; on ne trouvera que la Direction perpendiculaire P D, qui ne ſoit pas ſujette à cette décompoſition, & le Fluide d'alentour déterminant tout celui dont la Lune rompt la Direction, à ſuivre le mouvement du Tourbillon, on aura cette Demonſtration.

Preſque tout le Fluide qui pouſſe la Lune, conſerve, après avoir agi ſur elle, un mouvement, dont la viteſſe eſt à celle qu'en a reçû la Planete, comme la Diagonale d'un Parallelogramme rectangle eſt à l'un des côtés. Or par la dix-huitiéme Propoſition du premier Livre des Elémens d'Euclide, cette Diagonale eſt toujours plus grande, que chacun des côtés : donc, après avoir agi ſur la Lune, le Fluide conſerve toujours un mouvement, dont la viteſſe eſt plus grande que celle qu'en a reçû la Planete. C. Q. F. D.

On répond à une objection.

Mais cette Planete, dit-on, recevra toujours des percuſſions réïterées, & par conſéquent des ſurcroîts de viteſſes ; comment pourroit-elle ne pas avoir enfin une viteſſe égale à celle du Fluide, qui répond au centre de ſon mouvement, c'eſt-à-dire, une viteſſe moyenne entre celle des courants qui répondent à ſa partie ſupérieure, & celle des courants qui répondent à ſa partie inférieure ?

Pour ſatisfaire à cette objection, il ſuffiroit de répondre, que ce que nous venons de dire peut évidemment s'appliquer à chacune de ces percuſſions, quelque réïterées qu'elles ſoient ; & pourvû qu'on eût l'idée de la diviſibilité & de la décompoſition des forces, on y verroit toujours la ſolution de cette difficulté.

D'autres ajoûteroient qu'à l'Apogée & au Perigée de la Lune, ces viteſſes moyennes des courants de l'Ether, ſont comme les Racines reciproques des diſtances, qu'il y a de ces courants au centre de la Terre, au lieu que, ſelon les Obſervations de Ptolomée, les viteſſes de la Lune y ſont comme ces diſtances reciproques ; mais cette réponſe ne ſeroit pas ſans replique, parce que la différence inſenſible de ces Racines n'eſt pas ſujette aux Obſervations.

Ainſi, pour achever d'effacer l'impreſſion qui reſteroit peut-être encore du préjugé, qui donne à cette objection ce qu'elle a de ſpécieux, nous diſons que s'il eſt vrai, que par des percuſſions réiterées à ſon Hemiſphere occidental, la Lune reçoive des forces toujours nouvelles, il eſt également vrai que par des efforts réiterés à ſon Hemiſphere oriental, cette Planete repouſſe des obſtacles toujours nouveaux, qui lui font perdre de ſa force; de ſorte que, perdant d'une part, tandis qu'elle reçoit de l'autre, ſa viteſſe n'égale jamais celle du Fluide, qui lui donne le mouvement. On conçoit aſſez quels ſont ces obſtacles, dès qu'on ſçait, que pour cauſer l'acceleration qu'on obſerve au mouvement de la Lune depuis les Quadratures juſqu'aux Syzygies, il faut que l'Ether ait plus de viteſſe que la Lune: car avec cet excès de viteſſe, le Fluide qui répond à l'Hemiſphere oriental de la Lune, eſt contraint de s'en ſéparer: dès-lors, pour ſatisfaire aux loix du mouvement, & pour éviter le vuide, les courants d'alentour ſe détournent, & vont ſe placer entre la Planete & le Fluide qui s'en ſépare; peuvent-ils y aller, ſans croiſer la direction de la Lune, & n'eſt-ce pas oppoſer à ſon mouvement un obſtacle toujours nouveau? Si, pour lever cet obſtacle, la Lune employe tout le ſurcroît de force qu'elle reçoit, ſon mouvement eſt uniforme; ſi elle en employe moins, ſon mouvement eſt acceleré; ſi elle en employe plus qu'elle n'en reçoit de nouveau, ſon mouvement eſt retardé, & toujours obliquement frappée par les courants qui l'atteignent, elle n'acquiert jamais autant de viteſſe, qu'en a le Fluide à l'Orbite qu'elle décrit.

C'eſt donc l'effort central du Tourbillon terreſtre, qui de toutes parts preſſe les eaux de la Mer vers le Diametre où eſt la Lune, & ces eaux à l'un & à l'autre Hemiſphere, ſe portent vers ce Diametre, parce que la ſurface de la Mer eſt là moins preſſée qu'ailleurs, d'où il ſuit que les Flots doivent là s'éloigner du centre de la Terre, à meſure qu'ils y ſoutiennent une moindre compreſſion: que ſi l'on

Les forces qu'a l'Océan pour monter ſous la Lune, ſont en raiſon inverſe des Cubes des diſtances qu'il y a de la Lune à la Terre.

conſidere les forces qu'ils ont pour s'élever ainſi, on trouvera qu'elles ſont en raiſon inverſe des Cubes des diſtances qu'il y a de la Lune à la Terre: car on voit aſſez (*pag.* 23.) que la puiſſance qui donne ces forces, n'eſt que la réaction des eaux oppoſée & égale à l'action que la Lune interrompt, & puiſque cette action (*pag.* 12. *num.* 4.) eſt en raiſon inverſe du Quarré de la diſtance qu'il y a de la Lune à la Terre, la ſomme des forces de cette réaction eſt auſſi toujours en raiſon inverſe du Quarré de cette diſtance. Mais ces forces ſe diſtribuent à tout ce Cone de Fluide, dont la baſe eſt l'Horiſon de l'endroit qui eſt ſous la Lune, & dont le ſommet eſt à la Lune: car, par les loix du mouvement des Fluides, toute cette baſe agit vers le point, d'où elle eſt moins preſſée, c'eſt-à dire vers la Lune. Or par la XIVe. Propoſition du Livre 12. des Elemens d'Euclide, ce Cone eſt proportionnel à la diſtance qu'il y a de la Lune à la Terre; ces forces ſont donc diſtribuées à une maſſe proportionnelle à cette diſtance; de ſorte que ſi d'ailleurs tout étoit égal, elles ſeroient dans chaque partie déterminée de cette maſſe en raiſon inverſe de cette diſtance; elles ſont donc à la ſurface de la Mer en raiſon compoſée de la raiſon inverſe du Quarré de cette diſtance, & de la raiſon inverſe de la Racine de ce Quarré, c'eſt-à-dire qu'elles ſont en raiſon inverſe des Cubes des diſtances qu'il y a de la Lune à la Terre.

A quelle hauteur la Mer peut monter ſous la Lune par la tendance qu'ont les Flots vers cette Planete.

Du reſte par la différence des hauteurs où les eaux parviennent aux Marées des Equinoxes environ le tems où la Lune eſt aux Quadratures, & environ celui où elle eſt aux Syzygies, on connoît la proportion qu'il y a entre la force, qui ſous la Lune éleve les Flots, lorſqu'elle eſt à 90. dégrés du Soleil, & la force qui ſous le Soleil & la Lune joints enſemble, fait monter les eaux de la Mer: on ſçait par les Obſervations que (*a*) la hauteur où elles s'élevent alors ſous la Lune au tems de la Quadrature, eſt à la hauteur où elles parviennent ſous les deux Aſtres au tems de

(*a*) *Newt. Princip. L.* 3. *Prop.* 37.

la Conjonction, comme 25 à 45, c'eſt-à-dire comme 5 à 9; & les effets étant proportionnels à leurs cauſes, on en conclut que les forces qui font monter la Mer en ces deux tems, ſont entre elles comme 5 à 9 : on examine enſuite les accroiſſemens & les diminutions qui ſurviennent à ces forces dans les différentes ſituations des deux Aſtres, & l'on trouve que la moyenne grandeur des forces qui portent les eaux vers le Soleil, eſt à celle des forces qui les portent vers la Lune, comme 1 à 4, 4815 : or la tendance que les eaux de la Mer ont vers le Soleil, eſt à leur péſanteur (*pag.* 14.) comme 1 à 12868200 : donc la tendance qu'elles ont vers la Lune eſt à leur péſanteur, comme 1 à 2871404 : ſur quoi l'on raiſonne ainſi.

La force centrifuge que les eaux de la Mer ont du mouvement journalier de la Terre, eſt à leur péſanteur (*pag.* 18. *lig.* 35.) comme 1 à 289, & la tendance qu'elles ont vers la Lune, eſt à leur péſanteur, comme 1 à 2871404: donc la tendance qu'elles ont vers la Lune, eſt à la force centrifuge qui leur vient du mouvement journalier, comme 289 à 2871404. Or par cette même force centrifuge, ces eaux s'élevent contre leur péſanteur (*pag.* 19.) à 85820 pieds ; donc par la tendance qu'elles ont vers la Lune, elles doivent s'élever contre leur péſanteur à 8 pieds & environ 8 pouces ; car cette hauteur eſt à 85820 pieds, comme 289 à 2871404. Ainſi, lorſque la tendance qu'elles ont vers le Soleil, & celle qu'elles ont vers la Lune, auront une même direction pour agir enſemble, la Mer pourra monter à $10\frac{1}{2}$ pieds ; elle montera même juſqu'à $12\frac{1}{2}$ pieds & au-delà, ſi la Lune eſt alors à ſon Perigée, & que les vents ſecondent ce mouvement des Flots. Tout cela ſuit des principes que nous avons, ou établis, ou rapportés comme généralement reçûs, & rien n'eſt plus conforme aux Obſervations.

Il eſt donc conſtant que par le mouvement annuel de la Terre, les Flots de l'Océan ſont dirigés, les uns vers l'endroit qui eſt ſous le Soleil, & les autres vers l'endroit

Le mouvement journalier de la Terre fait que la

plus grande élevation de la Mer eſt à 45 degrés vers l'Orient de l'endroit où les cauſes qui la font monter, auroient leur plus grand effet.

diametralement oppoſé ; & qu'ainſi par l'effort central du Tourbillon terreſtre, ces mêmes Flots ſont preſſés & dirigés, les uns vers l'endroit qui eſt ſous la Lune, & les autres vers l'endroit diametralement oppoſé. Si le mouvement de ces Flots n'étoit compoſé que de deux de ces directions, il y auroit d'abord à la ſurface de la Mer deux points diametralement oppoſés plus hauts que tous les autres ; & ſi dans l'Hemiſphere éclairé par la Lune, l'un de ces points étoit éloigné de l'endroit qui ſeroit ſous la Lune, & de celui qui ſeroit, ou ſous le Soleil, ou ſous le point du Ciel diametralement oppoſé, cet éloignement ſeroit (*pag.* 20. *lig.* 2.) en raiſon inverſe des forces qui agiroient ſur ces directions. C'eſt-à-dire que quand ces forces ſeroient dans leur moyenne grandeur, ce point le plus haut de la Mer dans cet Hemiſphere ſeroit (*pag.* 31. *lig.* 9.) quatre fois plus près de l'endroit qui ſeroit ſous la Lune, que de l'endroit qui ſeroit, ou ſous le Soleil, ou ſous le point du Ciel diametralement oppoſé ; & quand la Lune ſeroit en Quadrature, ce point le plus haut de la Mer ſeroit ſous la Lune ; car alors les eaux qui ſeroient ſous le Soleil, ne ſeroient pas pouſſées vers l'endroit qui ſeroit ſous la Lune, plus que vers l'endroit diametralement oppoſé, puiſqu'elles ſeroient à diſtances égales de ces deux endroits ; elles n'obéïroient donc qu'à l'action de la Cauſe qui les éleveroit vers le Soleil, ſous lequel elles ne pourroient monter (*pag* 18.) que de 1 pied 11 pouces, ou environ ; par la même raiſon les eaux qui ſeroient ſous la Lune, n'obéïroient qu'à l'action de la Cauſe qui les éleveroit vers la Lune, ſous laquelle elles monteroient (*pag.* 31. *lig.* 23.) d'environ 8 pieds & 8 pouces : les deux points de la Mer les plus hauts, ſeroient donc alors ſous la Lune, & ſous le point du Ciel diametralement oppoſé. Tels ſeroient les mouvemens de l'Océan, ſi les Flots n'avoient à ſatisfaire qu'aux directions dont nous venons de parler, & par-tout où ce mouvement ne trouveroit pas d'obſtacle, on auroit la haute-Mer environ le tems où la Lune ſeroit au Méridien.

Mais

Mais tout ce qui eſt dans le Tourbillon de la Terre doit ſuivre le mouvement de ce Tourbillon : par cette raiſon la Mer en s'élevant vers la Lune & vers le Soleil, ſe meut auſſi de l'Occident vers l'Orient, & ce mouvement fait que les points les plus hauts de la Mer ſont toujours de 45 dégrés plus orientaux qu'ils ne le ſeroient, ſi cette troiſiéme direction des Flots n'avoit pas ſon effet ; car au lieu qu'en ce cas la haute-Mer, comme nous avons dit, arriveroit au tems où la Lune ſeroit au Méridien, on voit qu'elle n'arrive qu'environ la troiſiéme heure lunaire, & l'on ne compte cette troiſiéme heure qu'à 45 dégrés vers l'Orient, des endroits où la Lune eſt au Méridien.

Quelques Corollaires de ce qu'on vient de montrer.

Si l'on ſuppoſe donc qu'une profonde Mer couvre toute la Terre : *Premierement*, Cette Mer aura la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre ; un de ſes points dans l'Hemiſphere éclairé par la Lune, & le point diametralement oppoſé dans l'autre Hemiſphere, ſeront plus hauts, plus éloignés du centre de la Terre, que tout autre point de la ſurface de la Mer.

Secondement, Les deux points de la Mer les plus hauts auront toujours autour de la Terre un mouvement preſque ſemblable à celui de la Lune ; ils ſeront toujours, l'un vers le parallele où ſera la Lune, & l'autre vers le parallele où ſera le point du Ciel diametralement oppoſé, & tous deux vers le Méridien, où l'on comptera les trois heures lunaires ; ſi de tems en tems ils s'en éloignent un peu, ce ſera vers les paralleles où ſe trouvent le Soleil & le point du Ciel diametralement oppoſé, & vers le Méridien, où l'on comptera les trois heures ſolaires ; & ainſi le plus grand diametre de la Mer ſera toujours entre les deux Tropiques.

Troiſiémement, Si la Mer a la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre, & que ſon plus grand diametre ſoit toujours entre les Tropiques, il eſt évident, que quand ſur la Mer on parcourt des paralleles à l'Equateur, on décrit, non des circonférences de Cercle, mais

des peripheries de certaines Ellipſes, qui toutes ont leur plus grand diametre ſous un même Méridien, & dans chacune deſquelles un des deux points les plus éloignés du centre de la Terre, eſt plus haut que l'autre, quand il eſt plus près d'un des plus hauts points de la Mer, ainſi qu'il arrive, lorſque le plus grand diametre de la Mer, ſuivant la déclinaiſon de la Lune, s'incline ſur l'Axe de l'Equateur.

Quatriémement, Si par-tout où le Flux & Reflux ſe fait ſenſiblement & ſans obſtacle, on ne voit arriver la haute-Mer, que quand on eſt ſous le Méridien où ſont les points les plus hauts de la Mer, il faut que quand l'aſpect du Soleil & de la Lune eſt, ou la conjonction, ou l'oppoſition, ou la quadrature, la haute-Mer arrive au tems des trois heures lunaires, & quand l'aſpect de ces Aſtres eſt tout autre, la haute-Mer doit arriver environ quatre fois plus près du tems des trois heures lunaires, que de celui des trois heures ſolaires. Il n'eſt pas beſoin de beaucoup de refléxion pour voir que ces quatre points de Phyſique ſuivent néceſſairement de ce que nous avons établi.

Pour ſatisfaire à la queſtion .. il ſuffit d'expliquer les trois Périodes du Flux & Reflux de la Mer.

Venons enfin à l'explication des trois Périodes du Flux & Reflux de la Mer. Nous en avons indiqué les Cauſes : rapprochons-les de leurs effets ; c'eſt tout ce qui reſte à faire dans cette Diſſertation. Car pour ces mouvemens ſinguliers, qu'on ne voit à la Mer que quelquefois, & en quelque endroit, on ſçait aſſez qu'ils ne ſont pas du ſujet que nous traitons : ils dépendent bien moins de la Cauſe du Flux & Reflux, que de la diſpoſition du lieu, ou de quelque autre circonſtance, qui n'échappe guéres aux recherches des Obſervateurs expérimentés : nous pourrons en rapporter quelque exemple ; l'explication que nous y joindrons, facilitera celle des Phénomenes ſemblables, dont nous ne parlerons pas.

Explication de la Période journaliere du Flux & Reflux de la Mer.

Pour developper avec plus de facilité ce qui nous reſte à traiter, nous ſuppoſerons, comme M. Deſcartes & M. Newton, qu'une Mer profonde couvre toute la Terre : on a vû (*pag. 33. num.* 1.) que cette Mer auroit la figure d'un

Solide elliptique, & que les paralleles à l'Equateur y ſeroient (*pag.* 33. *num.* 3.) non des Cercles, mais des Ellipſes.

Soit donc l'Ellipſe A B C D (*Fig.* 2.) un des Plans Paralleles à l'Equateur : qu'on y inſcrive le Cercle A E G F : qu'autour de cette Ellipſe on décrive le Cercle G B H D : & qu'à quelque point d'une Ligne perpendiculaire au Plan A B C D, on conçoive le centre de la Terre T.

Si, par exemple, au point A, il y avoit un Vaiſſeau à l'ancre, ce Vaiſſeau ſuivroit néceſſairement le mouvement journalier de la Terre : or par ce mouvement le point A de la Terre T arriveroit dans ſix heures au point E, ce Vaiſſeau ſe trouveroit donc alors ſur l'Ellipſe A B C D à quelque point de la Ligne T E. Mais pendant ces ſix heures, le point B de l'Ellipſe A B C D ſe ſera avancé d'environ trois dégrés vers J, d'un mouvement (*pag.* 33. *num.* 2.) ſemblable à celui de la Lune, & il faudra que le point A de la Terre T, pour ſe trouver ſous le point B de la Peripherie mobile A B C D, continue à ſe mouvoir au-delà du point E environ 12 minutes de tems : ce Vaiſſeau arrivera donc en 6 heures & environ 12 minutes du point A au point B de l'Ellipſe A B C D. Le mouvement journalier de la Terre étant uniforme, il faudra autant de tems pour arriver du point B au point C, & encore autant du point C au point D : ainſi en 24 heures & environ 49 minutes on décrit d'un mouvement uniforme l'Ellipſe A B C D. Ceux qui ſont dans ce Vaiſſeau ne s'apperçoivent pas de ce mouvement, il leur eſt commun avec le Vaiſſeau ; mais ce qu'ils apperçoivent, c'eſt que pendant les premieres 6 heures & 12 minutes, la Mer à l'endroit où ils avoient mouillé, eſt devenue plus profonde ; ſa ſurface à la fin de ce tems eſt plus éloignée de celle de la Terre de toute la hauteur E B : ils voyent auſſi que pendant les 6 heures 12 minutes ſuivantes, la Mer à l'endroit où ils avoient mouillé, eſt devenue moins profonde ; ſa ſurface à la fin de ce ſecond tems eſt éloignée de celle de la Terre

moins qu'à la fin du premier tems, de toute la profondeur H G. Ils trouvent encore après, que dans autant de tems la ſurface de la Mer, au même endroit, s'éloigne de la ſurface de la Terre de toute la hauteur F D ; & qu'enſuite dans un tems égal cet éloignement eſt devenu moindre de toute la profondeur G A : d'où ils concluent que dans 24 heures & environ 49 minutes, la Mer à l'endroit A, monte deux fois, & deſcend deux fois alternativement. C. Q. F. E.

On peut ici remarquer que, quoique la Mer Atlantique n'ait que 60 dégrés d'étenduë de l'Occident à l'Orient, le Flux doit y être de 6 heures & environ 12 minutes, comme ailleurs, & le Reflux auſſi; les Mers plus vaſtes que celle-ci, auront de plus grandes Marées qu'elle, parce qu'elles fourniſſent plus d'eau vers l'endroit de la plus grande élevation de leurs flots. Mais le lit de la Mer Atlantique, employant autant de tems que celui des autres Mers, à faire autour de l'Axe de la Terre ſa revolution journaliere, ſa ſurface eſt autant de tems preſſée inégalement, & ſon étenduë ſuffit pour y rendre fort ſenſibles les viciſſitudes qu'on obſerve ailleurs, comme des effets de cette inégale compreſſion. La baſſe-Mer y eſt d'abord aux Plages occidentales A ſur les 9 heures lunaires, parce que les Flots plus preſſés en cet endroit (*pag.* 23.), que ſous la Lune L, ſe ſont écoulés vers l'Orient K, où eſt alors la haute-Mer. Enſuite, à meſure que le mouvement journalier de la Terre fait approcher ces Plages A du Méridien L, où eſt la Lune, cet endroit de la Mer eſt toujours moins preſſé; il faut donc que les Flots plus preſſés aux contrées plus éloignées du Parallele où eſt la Lune, ſe portent vers ces Plages, & qu'ainſi la Mer y monte : ce mouvement durera juſqu'à ce que le rivage occidental A ſoit arrivé au Méridien B, où ſe fait la plus grande élevation des Flots ; c'eſt-à-dire, qu'il durera depuis la neuviéme juſqu'à la troiſiéme heure lunaire ; le Flux ſera donc de 6 heures & environ 12 minutes. Enſuite, à meſure que ce rivage s'éloignera

du Méridien B où ſe fait la plus grande élevation des eaux, cet endroit de la Mer ſera toujours plus preſſé; les Flots s'écouleront vers les Plages, qui s'approchant du Méridien L, où eſt la Lune, commenceront d'être moins preſſées; & ce mouvement durera depuis la troiſiéme juſqu'à la neuviéme heure lunaire : le Reflux ſera donc auſſi de 6 heures & environ 12 minutes. C. Q. F. E.

Du reſte, on voit aſſez, *Premierement*, Qu'en parcourant les Arcs K J, M N, après le Flux, & les Arcs O P, S V, après le Reflux, le Vaiſſeau que nous avons ſuppoſé, ne paroîtroit, ni s'éloigner, ni s'approcher du centre de la Terre T; il faut donc qu'après le Flux, & qu'après le Reflux, la Mer ſoit quelques minutes de tems ſans paroître, ni deſcendre, ni monter.

Secondement, S'il y avoit une Rade au point R plus occidentale que celle qui ſeroit au point A, le mouvement journalier de la Terre feroit que cette premiere Rade R arriveroit ſous le point B de la Peripherie A B C D, plus tard que l'autre Rade A plus orientale; la haute-Mer B doit donc paroître arriver aux Rades orientales, plûtôt qu'aux Rades plus occidentales.

Troiſiémement, Si la Terre étoit une Sphere fluide, & qu'elle tournât au centre de ſon Tourbillon, de façon à s'y maintenir, tous les points de ſa ſurface tourneroient également vite; les circonferences des Paralleles employeroient à leurs revolutions des tems proportionnels à leurs Diametres; & ainſi dans un tems donné, les ſommes de leurs revolutions ſeroient en raiſon inverſe de leurs Diametres : alors la ſurface de la Terre & celle de la Mer auroient autour de l'Axe de la Terre des viteſſes, ou tout-à-fait égales, ou dont la différence ne ſeroit pas ſenſible, & l'on n'appercevroit pas qu'il fallût plus de tems pour aller, par exemple, de l'Iſle de Madagaſcar au Breſil, que pour revenir du Breſil à cette Iſle. Mais la Terre n'étant pas un Corps fluide, la force qui l'agite autour de ſon Axe, ſe diſtribue en raiſon compoſée des maſſes qu'elle meut, &

des distances qu'il y a de ces masses à l'Axe du mouvement; la circonference de l'Equateur de la Terre a donc beaucoup plus de vitesse qu'elle n'en auroit, si c'étoit un Fluide : il en est de même des Paralleles, qui sont entre les Tropiques & aux environs ; ainsi dans la Zone torride, la Terre tourne de l'Occident vers l'Orient, beaucoup plus vite que la Mer, d'où il suit que par rapport à la Terre, l'Océan doit paroître aller toujours de l'Orient à l'Occident : il faut même que des Rivages élevés empêchent les Flots de s'étendre toujours suivant la Direction de ce mouvement ; sans cet obstacle, l'Océan paroîtroit faire périodiquement le tour de la Terre, en allant de l'Orient vers l'Occident. Qu'on parte donc des côtes occidentales de l'Amérique A pour la Chine E, ce Rivage E, qui est le terme de la Navigation, s'éloigne des eaux A, qui portent les Vaisseaux ; il fuit vers C avec plus de vitesse, que n'en ont les eaux pour le suivre : ce mouvement ne peut que rendre la Navigation plus pénible, & le tems du voyage plus long. Qu'on revienne après par la même route, le Rivage A, qui est le terme de la Navigation, s'avance vers les eaux B, qui portent les Vaisseaux ; il suit ces eaux vers C avec plus de vitesse qu'elles n'en ont en même sens : ce mouvement ne doit-il pas faciliter la Navigation, & en abréger le tems? Vers les Poles on appercevroit tout le contraire ; mais les grands mouvemens, qui portent les Flots, tantôt de l'Equateur vers les Poles, tantôt des Poles vers l'Equateur, divers courants, dont la Direction favorise le mouvement de l'Occident à l'Orient, quelquefois la situation des Mers, souvent même toutes ces choses ensemble, mettent obstacle à l'expérience dont il s'agit.

Quatriémement, Si le Parallele A B C D, & les autres d'alentour étoient coupés vers A par des rivages élevés, il est évident que le mouvement journalier de la Terre faisant avancer ces rivages vers B avec plus de vitesse (*ci-dessus lig. 6.*), que n'en auroit la Mer, les Flots s'éleveroient contre ces Rivages, & que bientôt la pésanteur venant à

abattre ces Flots élevés, ils s'écouleroient le long du canal qu'ils trouveroient, & vers l'endroit où les eaux d'alentour ſeroient moins hautes, c'eſt-à-dire qu'ils iroient de l'Equateur vers les Poles; & dans ce mouvement ces Flots s'éleveroient davantage par-tout où le Canal ſeroit moins large : ainſi voit-on dans la Mer d'Ethiopie, qu'entre les Tropiques, la Marée monte moins que dans les Zones temperées, où le Canal eſt retreci entre l'Afrique & la partie Auſtrale de l'Amérique : de même dans le Canal de la Manche, les Marées ſont plus hautes que dans la Mer Atlantique, & ce Canal allant toujours en ſe reſſerrant de Breſt juſqu'à Saint Malo, la Marée y va toujours en augmentant; de ſorte qu'aux Nouvelles ou Pleines Lunes, la Mer à Saint Malo monte juſqu'à 60, quelquefois juſqu'à 80 pieds de hauteur : & comme un Pendule en montant perd ſucceſſivement la force qui l'éleve, ce qui fait que ſa viteſſe décroît toujours, au lieu qu'en deſcendant, il acquiert toujours de nouveaux dégrés de force, qui lui donnent un mouvement acceleré; de même ces Flots, au tems du Flux, montent vers les Poles d'un mouvement toujours retardé, au lieu qu'au tems du Reflux, ils deſcendent vers l'Equateur d'un mouvement toujours acceleré.

Cinquiémement, Enfin dans la Zone Torride, on voit arriver la haute-Mer (*pag.* 37. *num.* 2.), lorſque par le mouvement journalier de la Terre, on arrive au Méridien B, ſous lequel ſe trouvent (*pag.* 33. *num.* 3.) tous les plus grands Diametres des Ellipſes qui forment l'Océan; il faut bien que dans la Zone Torride, la haute-Mer arrive au même tems à toutes les Plages qui ſont ſous un même Méridien; ainſi on l'y voit toujours (*pag.* 6. *num.* 2.) environ la troiſiéme heure lunaire. Mais dans les Zones Tempérées, le Flux & Reflux dépend moins de la Figure elliptique de la Mer, que de la propagation du mouvement que cauſe (*pag.* 38. *num.* 4.) la chute des Flots refléchis des Côtes occidentales de la Zone Torride; or la propagation de ce mouvement ſe fait ſucceſſivement, il faut donc que la haute-

Mer arrive ſucceſſivement à une moindre Latitude, plûtôt qu'à une plus grande, & le Flux n'eſt pas ſenſible au-delà du 65e dégré de Latitude, parce que ce mouvement n'eſt ſenſible que juſques-là. Par la même raiſon, le Flux & Reflux n'eſt pas bien ſenſible dans la Mediterranée : les eaux de l'Océan n'y entrent que par le Détroit de Gibraltar ; elles n'y viennent pas en aſſez grande quantité, pour faire des Marées conſidérables ; & perſonne n'ignore, que ſi dans le Golfe de Veniſe la Mer paroît monter à quelque hauteur, c'eſt que les eaux refléchies des Côtes de la Morée, ſur celle d'Italie, y ſont ſoutenuës par les Flots, qui ſurviennent dans le tems du Flux.

Explication de la Période de chaque mois.

Mais d'où vient que quand la Lune eſt près des Syzygies, les Marées ſont plus grandes, & que quand elle eſt près des Quadratures, elles ſont moindres, que quand elle en eſt éloignée ? Il eſt aiſé d'en voir la raiſon dans les principes que nous avons établis.

Premierement, Les Flots de l'Océan doivent ſous la Lune s'élever davantage (*pag.* 23.) lorſqu'ils y ſont moins preſſés ; or ils le ſont moins, quand la Lune eſt aux Syzygies, puiſque l'effort avec lequel elle ſe porte vers le Soleil (*pag.* 16. *lig.* 22.) eſt alors triple de ce qu'il eſt aux Quadratures ; il faut donc que quand la Lune eſt aux Syzygies, les Flots de l'Océan montent plus que quand elle eſt aux Quadratures.

Secondement, Si l'on fait préciſion de l'excentricité de l'Orbite lunaire, la diſtance qu'il y a de la Terre à la Lune, quand elle eſt aux Syzygies, eſt à la diſtance qu'il y a, quand elle eſt aux Quadratures, comme 69 à 70. Or les forces qui font monter les eaux de l'Océan vers la Lune, ſont (*pag.* 29.) en raiſon inverſe des Cubes de ces diſtances ; ces forces ſont donc plus grandes, quand la Lune eſt aux Syzygies, que quand elle eſt aux Quadratures ; d'autant que le Cube de 70 = 343000, eſt plus grand que le Cube de 69 = 328509. Et ces forces plus grandes cauſent néceſſairement une plus grande élevation des eaux.

Troiſiémement,

Troiſiémement, Enfin, ſi les eaux de l'Océan ſont toujours pouſſées (*pag.* 11.) vers le Soleil, & (*pag.* 23.) vers la Lune, ou vers les points du Ciel diametralement oppoſés à ces Aſtres, il eſt manifeſte que quand la Lune s'approche des Syzygies, les Flots, ſoit de l'Hemiſphere éclairé par la Lune, ſoit de l'autre Hemiſphere, reçoivent deux impulſions, dont les Directions ſont en même ſens, & font un Angle plus aigu, quand la Lune s'approche davantage des Syzygies, & un Angle moins aigu, quand elle s'approche des Quadratures : or on ſçait (*pag.* 20. *lig.* 8.) que quand deux impulſions ſont en même ſens, & qu'elles concourent à former un effort compoſé, cet effort eſt plus grand, lorſque leurs Directions ſont un Angle plus aigu : les Flots de l'Océan reçoivent donc plus de force pour s'élever, quand la Lune s'approche des Syzygies ; ils en reçoivent moins, quand elle s'approche des Quadratures : il faut donc que quand la Lune s'approche des Syzygies, les Marées aillent en croiſſant ; & quand la Lune s'approche des Quadratures, il faut que les Marées aillent en diminuant. C. Q. F. E.

Que ſi ces Marées ne ſont pas auſſi grandes, quand la Lune eſt aux Syzygies, que quand elle eſt à $18\frac{1}{2}$ dégrés au-delà ; ce n'eſt pas que les Flots ne reçoivent plus de force pour s'élever, quand la Lune eſt aux Syzygies, qu'ils n'en reçoivent après ; mais ces forces n'ont pas d'abord tout leur effet : les eaux, par exemple, de l'Hemiſphere éclairé par la Lune, plus preſſées aux extrémités de cet Hemiſphere, que vers le milieu, n'arrivent pas d'abord à l'endroit où elles ceſſeront de s'élever : d'ailleurs, l'effet des plus grandes forces eſt pendant quelque tems ſecondé par celles que les Flots reçoivent après, juſqu'à ce que la Lune eſt arrivée à $18\frac{1}{2}$ dégrés au-delà des Syzygies : il faut donc que les Marées aillent en croiſſant juſques-là : enſuite les eaux moins preſſées aux extrémités de cet Hemiſphere, cédent à la péſanteur des Flots élevés vers le milieu ; ces Flots s'abbaiſſent d'un mouvement acceleré, comme il

arrive à tout Corps, que sa pésanteur fait descendre, & la cause de l'acceleration fait que ce mouvement dure jusqu'à ce que la Lune est arrivée à $18\frac{1}{2}$ dégrés au-delà des Quadratures; il faut donc que les Marées aillent en diminuant jusques-là.

Enfin, s'il arrive quelquefois que les Marées des Quadratures égalent en hauteur les Marées des Nouvelles & des Pleines Lunes, cela vient de ce que l'excentricité du mouvement de la Lune fait que quelquefois aux Syzygies, la Lune est en Apogée, comme on le voit dans l'explication que M. Villemot a donné de l'Apogée de la Lune: avec cela, si la Lune aux Quadratures est à l'Equateur, comme il arrive aux Solstices, les Marées pourront être aussi hautes au tems des Quadratures, qu'à celui des Conjonctions & des Oppositions, parce qu'à l'Equateur le mouvement journalier de la Terre favorise plus qu'ailleurs l'action des Causes qui font monter la Mer.

Quant à la varieté des heures auxquelles la haute-Mer arrive en un même endroit, nous en avons assez donné la raison (*pag.* 34. *num.* 4.); néanmoins pour montrer ici combien cette explication est conforme aux principes les plus connus, soit l'Orbite de la Lune A B C D (*Fig.* 3.); vers le centre de laquelle soit le Globe terrestre E F G H, entouré de la Mer J L M N. Si la Lune est au point B en conjonction avec le Soleil S, & que les eaux qui sont en L & en N soient moins pressées que toutes celles d'alentour; celles qui sont dans les espaces J L, M L, doivent se porter vers L; & celles qui sont dans les espaces M N, J N, doivent se porter vers N; c'est un des premiers principes de l'Hydrostatique.

Mais, si ces eaux, en tâchant de s'élever en L vers B, & en N vers D, doivent aussi satisfaire au mouvement journalier qui les porte de l'Occident à l'Orient, les endroits de leur plus grande élevation, ne seront, ni le point L, ni le point N, mais des points éloignés de ceux-ci (*pag.* 32.) de 45 dégrés vers l'Orient, par exemple R & V, où l'on

compte alors les trois heures, tant ſolaires, que lunaires.

Enſuite, quand la Lune, en parcourant ſon Orbite, ſe ſera avancée vers l'Orient juſqu'au point O, & qu'on comptera les trois heures ſolaires en R, & les trois heures lunaires en M, l'endroit de la plus grande élevation des eaux ſera (*pag.* 34. *num.* 4.) environ quatre fois plus près du point M, que du point R, par exemple, au point *y*; parce que la force qui accumuleroit les eaux en R, en les élevant vers le Soleil, eſt à celle qui en les portant vers la Lune, les accumuleroit en M (*pag.* 31. *lig.* 9.), comme 1 à 4, ou environ. Alors les trois heures ſolaires R, précedant les trois heures lunaires M, la haute Marée en *y*, précede auſſi les trois heures lunaires de tout l'intervalle *y* M.

Que ſi la Lune eſt éloignée des Syzygies B d'un peu plus de 45 dégrés; qu'elle ſoit, par exemple, en *x*, & qu'on compte les trois heures ſolaires en R, & les trois heures lunaires en *z*, alors l'endroit de la plus grande élevation des eaux ſera environ quatre fois plus près de *z*, que de R, par exemple, au point M; & l'eſpace R *z* étant plus grand que l'eſpace R M, la cinquiéme partie M *z* de l'eſpace R *z*, ſera plus grande que la cinquiéme partie *y* M de l'eſpace R M; c'eſt-à-dire que l'intervalle qu'il y aura du tems de la haute-Mer à celui de la troiſiéme heure lunaire, ſera plus grand qu'aux Marées des jours précedens.

Quand la Lune ſera près des Quadratures, par exemple, au point *a* les eaux qui ſeront ſous cet Aſtre en *y*, n'auront pour ſe porter vers le Soleil S, qu'environ le tiers (*pag.* 16. *lig.* 22.) de la force qu'elles avoient pour cela au point L; cette force ſera donc alors en bien moindre raiſon qu'auparavant, à l'effort qui les portera vers la Lune; il faudra donc (*pag.* 20. *lig.* 3.) que l'endroit de la plus grande élevation des eaux, ſoit plus près qu'auparavant, de l'endroit où l'on comptera les trois heures lunaires.

Enſuite, ſi la Lune eſt en Quadrature avec le Soleil au point C, les eaux qui ſont en M, n'ont pas de leur mou-

vement annuel plus de force pour s'élever vers le Soleil S, que vers le point D diametralement oppoſé; il faut donc qu'elles ne ſatisfaſſent qu'à la puiſſance qui les éleve vers la Lune, & au mouvement journalier; ainſi l'endroit de la plus grande élevation des eaux ſera ſous le Parallele où eſt la Lune, à l'endroit où l'on comptera les trois heures lunaires, par exemple au point K.

Enfin, quand la Lune ira des Quadratures aux Syzygies, & qu'elle ſera arrivée, par exemple, au point *b*, ſi l'on compte les trois heures lunaires au point N, & les trois heures ſolaires au point V, l'endroit de la plus grande élevation des eaux ſera environ quatre fois plus près du point N, que du point V par exemple, au point D; & ainſi le tems des trois heures lunaires en N, précedera celui de la haute-Mer de tout l'intervalle N *d*.

Du reſte, nous avons montré, que quand ſur l'Océan on parcourt des Paralleles à l'Equateur, on décrit (*pag.* 33. *num.* 3.) des Ellipſes dont les plus grands diametres ſont tous ſous le même Meridien; & que la haute-Mer n'arrive à diverſes Plages, que quand par le mouvement journalier (*pag.* 37. *num.* 2.), ces Plages arrivent au Méridien où ſe trouvent les plus grands Diametres des Ellipſes, qui forment les Paralleles qu'on parcourt: or, ſoit que la Lune ſe trouve dans l'Hemiſphere Auſtral, ſoit qu'elle ſe trouve dans l'Hemiſphere Septentrional, le mouvement journalier eſt le même; & par conſéquent les Plages Septentrionales n'en arrivent, ni plus tard, ni plus tôt, à quelque Méridien que ce ſoit: la haute-Mer doit donc ne pas arriver plus tard aux Plages Septentrionales, quand la Lune eſt dans l'Hemiſphere Auſtral, que quand elle eſt dans l'Hemiſphere Septentrional. Ainſi s'explique aiſément tout ce qui regarde la Période de chaque mois.

Explication de la Période annuelle.

Il n'eſt pas moins aiſé, dans le ſyſtême que nous ſuivons, de rendre raiſon des grandes Marées des Equinoxes: pour peu qu'on connoiſſe les forces centrifuges des mouvemens circulaires, on voit qu'à l'Equateur, les eaux reçoivent du

mouvement journalier plus de force, pour s'éloigner du centre de la Terre, qu'elles n'en reçoivent ailleurs. Nous avons même déja remarqué (*pag.* 18. *lig.* 27.) qu'à l'Equateur, cet effort centrifuge eſt à celui d'un égal mobile, qui ſeroit à la Latitude de Paris, comme 7, 54064, à 3, 267; de plus la Terre étant un Sphéroïde applati vers les Poles, les eaux à l'Equateur ſont plus éloignées qu'ailleurs du centre de la Terre; cet éloignement fait que la cauſe de la péſanteur reſiſte moins à l'élevation de ces eaux; car les forces de la péſanteur (*pag.* 12. *num.* 4.) ſont en raiſon inverſe des Quarrés des diſtances, qu'il y a du corps péſant au centre de la Terre: il faut donc que, lorſque les cauſes qui font monter la Mer, agiſſent ſur les Flots qui ſont à l'Equateur, elles trouvent plus de facilité à les élever; & que ſi d'ailleurs tout eſt égal, la Mer monte alors plus qu'en tout autre tems; or aux Nouvelles & aux Pleines Lunes des Equinoxes, le Soleil & la Lune ſe trouvent ſur les eaux qui ſont à l'Equateur; & c'eſt ſur-tout ſous ces Aſtres, que ſe fait alors le grand effort des Cauſes qui font monter la Mer; elle doit donc alors monter plus qu'en tout autre tems. C. Q. F. E.

Il faut donc qu'aux Quadratures de la Lunaiſon des Equinoxes, les Marées ſoient moins hautes qu'en tout autre tems; car alors la Lune eſt ſur des eaux plus éloignées de l'Equateur, c'eſt-à-dire, ſur des eaux, qui reçoivent du mouvement journalier moins de force, pour s'éloigner du centre de la Terre, & dont la péſanteur reſiſte davantage à leur élevation.

Il faut auſſi qu'aux Nouvelles & Pleines Lunes des Solſtices, les Marées ſoient moins grandes qu'aux Nouvelles & aux Pleines Lunes des autres Lunaiſons; parce qu'aux Conjonctions & aux Oppoſitions d'environ les Solſtices, le Soleil & la Lune ſont ſur des eaux éloignées de l'Equateur; mais aux Quadratures des Solſtices, la Lune eſt ſur les eaux qui ſont à l'Equateur, la Mer doit donc alors monter plus qu'aux Quadratures des autres Lunaiſons.

Que ſi d'ailleurs tout eſt égal, les Marées du Solſtice

d'Hyver ſeront plus grandes que celles du Solſtice d'Eté; parce qu'en Hyver le Soleil eſt plus près de la Terre: la diſtance qui le ſépare de la Terre au Solſtice d'Hyver, eſt à celle où il eſt au Solſtice d'Eté, comme 983 à 1017, & les forces qu'ont les Flots pour monter vers le Soleil, ſont (*pag.* 13.) en raiſon inverſe des Cubes de ces diſtances.

Les Marées ſeront auſſi plus grandes, quand la Lune ſera plus près de la Terre, parce qu'auſſi les forces qu'a la Mer pour monter vers la Lune (*pag.* 29.) ſont en raiſon inverſe des Cubes des diſtances, qu'il y a de la Terre à la Lune: on n'aura donc jamais de ſi grandes Marées, que quand la Lune ſera en ſon Perigée à l'Equateur en Conjonction ou en Oppoſition avec le Soleil; parce qu'alors tout ce qui peut contribuer à faire monter la Mer, ſe trouvera réuni ſur l'endroit de l'Océan, où les Flots, pour s'élever, ont du côté de la péſanteur moins à vaincre qu'en tout autre endroit.

Enfin, dans les Contrées Septentrionales, les Marées des Nouvelles & des Pleines Lunes, ſeront en Eté plus grandes le ſoir que le matin; parce qu'en imitant (*pag.* 32. *num.* 2.) le mouvement de la Lune, un des plus hauts points de la Mer ſe trouve alors dans l'Hemiſphere Septentrional, & l'autre dans l'Hemiſphere Auſtral; & celui qui eſt dans l'Hemiſphere Septentrional, eſt en Eté ſur l'Horiſon au tems de la haute-Mer du ſoir, & il eſt deſſous l'Horiſon au tems de la haute-Mer du matin: donc en Eté dans les Contrées Septentrionales, les eaux ſur l'Horiſon ſont le ſoir aſſez près du plus haut point de la Mer, & le matin elles en ſont plus loin: & l'Océan ayant (*pag.* 33. *num.* 1.) la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre, n'eſt-il pas évident que les Marées doivent paroître plus hautes, à meſure qu'on eſt plus près de l'endroit de la Mer le plus élevé? Il faut donc qu'en Eté, dans les Contrées Septentrionales, les Marées du ſoir paroiſſent plus hautes que celles du matin. En Hyver au contraire, le plus haut

point de la Mer, qui eſt dans l'Hemiſphere Septentrional, ſe trouve le matin ſur l'Horiſon, & le ſoir deſſous l'Horiſon: il faut donc qu'en Hyver dans les Contrées Septentrionales, les Marées du matin ſoient plus grandes que celles du ſoir.

En effet, à la Nouvelle Lune d'environ les Solſtices d'Eté, dans les Mers libres de tout obſtacle aux mouvemens des Flots, la haute-Mer arrive le ſoir ſur les trois heures; la Lune eſt alors ſur l'Horiſon, près du Tropique de l'Ecreviſſe, à 45 dégrés du Méridien vers l'Occident; & par conſéquent celui des plus hauts points de la Mer, qui eſt dans l'Hemiſphere Septentrional, ſe trouve alors (*pag. 33. num. 2.*) ſur l'Horiſon près du Méridien: mais le matin la haute-Mer arrive environ les trois heures, & alors la Lune eſt ſous l'Horiſon à 45 dégrés du Méridien vers l'Occident de deſſous l'Horiſon, c'eſt-à-dire vers notre Orient; & par conſéquent celui des plus hauts points de la Mer, qui eſt dans l'Hemiſphere Septentrional, ſe trouve alors (*ibid.*) ſous l'Horiſon près du Méridien.

De même à la Pleine Lune d'environ les Solſtices d'Eté, la haute-Mer arrive le ſoir ſur les trois heures: la Lune eſt alors dans l'Hemiſphere Auſtral ſous l'Horiſon, & le point du Ciel diametralement oppoſé, ſe trouve préciſément ſur l'endroit de la Mer ſur lequel la Lune nouvelle étoit à pareille heure; & puiſque ſous le point du Ciel diametralement oppoſé à la Lune (*pag. 25. lig. 20.*) la Marée eſt la même que ſous la Lune, il faut bien qu'au tems de la Pleine Lune, comme à celui de la Nouvelle Lune, la Marée en Eté dans les Contrées Septentrionales, ſoit plus grande le ſoir que le matin.

Mais au lieu qu'en Eté, la Lune au tems de la Conjonction, eſt dans l'Hemiſphere Septentrional; en Hyver la Lune en Conjonction, eſt dans l'Hemiſphere Auſtral; & conſéquemment au tems de l'Oppoſition, au lieu qu'en Eté la Lune eſt dans l'Hemiſphere Auſtral, elle eſt en Hyver dans l'Hemiſphere Septentrional: il faut donc que tout

à rebours des Marées d'Eté, les Marées d'Hyver ſoient plus grandes le matin que le ſoir. C. Q. F. E.

Les mouvemens ſinguliers, qu'on remarque en quelques endroits de la Mer, ne prouvent rien contre ce que nous avons dit de la Cauſe du Flux & Reflux de la Mer.

Nous ſera-t-il permis de penſer que cette explication du Flux & Reflux de la Mer ne ſuppoſe que les principes les plus connus, qu'elle eſt aiſée, qu'elle s'étend à toutes les circonſtances de ce grand Phénomene; & que du moins elle peut faire douter, ſi la découverte des vraies Cauſes du Flux & Reflux eſt autant impoſſible, qu'il eſt ordinaire de ſe le perſuader?

Mais les Cauſes à quoi nous recourons, ſont, dit-on, trop regulieres, pour ſuffire à ces mouvemens ſi bizarres, qu'on remarque en certains endroits de la Mer. Nous avons déja répondu, que ce qu'il y a de ſingulier à ces mouvemens, dépend bien moins de la Cauſe du Flux & Reflux, que de diverſes circonſtances, dont il faut s'aſſurer par d'exactes obſervations.

Par exemple, au Pas de Calais, la Mer devient plus haute au tems du Reflux; mais on voit qu'alors les eaux qui ſe retirent des Côtes d'Angleterre & des Côtes de France, ſe joignent au milieu du Détroit, & donnent à la Mer ce ſurcroît de hauteur.

Au Port de Batsha, dans le Tunquin, à 20 dégrés 50 minutes de Latitude Boréale, le lendemain du jour que la Lune a été à l'Equateur, la Mer eſt tout le jour ſans monter & ſans deſcendre: enſuite dès que la Lune commence à décliner, à s'éloigner de l'Equateur, on voit dans ce Port le Flux & le Reflux, non pas deux fois le jour, comme aux autres Ports, mais une fois ſeulement; ſi la Lune décline vers le Nord, le fort du Flux eſt au coucher de la Lune, & celui du Reflux au lever; ſi elle décline vers le Sud, le fort du Flux eſt au lever de la Lune, & celui du Reflux au coucher: à meſure que la Lune s'éloigne de l'Equateur, les Marées vont en croiſſant durant ſept ou huit jours; quand elle s'en rapproche, les Marées diminuent d'autant qu'elles avoient crû: l'Euripe a-t-il rien de plus ſingulier?

M. Newton

M. Newton a pourtant fait voir que tout cela peut ſuivre du cours ordinaire du Flux & Reflux de l'Océan : on ſçait que la Marée vient au Port de Batsha de deux côtés : elle y vient de la Mer de la Chine, en paſſant entre le Continent & l'Iſle de Luçon; elle y vient de la Mer des Indes, en paſſant entre le Continent & l'Iſle de Borneo. Si les Flots de l'Océan employent 12 heures à venir des Indes à Batsha, la haute-Mer y arrivera de ce côté-là à la troiſiéme heure lunaire ; s'ils employent ſix heures à venir de la Chine, la haute-Mer arrivera de cet autre côté-là à la neuviéme heure lunaire, c'eſt-à-dire qu'à Batsha le moment où commencera le Reflux vers les Indes, ſera celui où commencera le Flux du côté de la Chine; & ſi la Marée du ſoir eſt égale à celle du matin, comme il arrive quand la Lune eſt à l'Equateur, ce Port recevra autant d'eau d'une part, qu'il en perdra de l'autre ; & ainſi de tout ce jour, la Mer ne paroîtra dans ce Port, ni deſcendre, ni monter.

Dès que la Lune déclinera vers l'un ou vers l'autre Pole, les Marées à l'Océan (*pag.* 18. *lig.* 11.) ſeront alternativement l'une plus grande, & l'autre moindre : ſi la Lune décline vers le Nord, la Marée ſera plus grande à l'Océan ſeptentrional, quand la Lune ſera ſur l'Horiſon ; & elle ſera moindre, quand la Lune ſera ſous l'Horiſon; tout le contraire arrivera, quand la Lune déclinera vers le Sud.

Suppoſons donc, que d'abord la Lune décline vers le Nord ; les Flots, que la moindre des deux Marées aura fait monter des Indes à Batsha, commenceront à ſe retirer vers l'Océan trois heures après que la Lune aura été au Méridien ſur l'Horiſon ; & préciſément alors les Flots, que la plus grande des deux Marées fera monter de la Chine, commenceront d'arriver à ce Port; il recevra donc alors du côté de la Chine plus d'eaux qu'il n'en perdra vers les Indes, ainſi la Mer y paroîtra monter ; le fort de ce mouvement ſera à la ſixiéme heure lunaire, c'eſt-à-dire au coucher de la Lune, & ce Flux durera juſqu'à la neuviéme heure lunaire, alors la Mer ſera dans ce Port à ſa plus

grande hauteur; les Flots, que la plus grande des deux Marées faiſoit monter, ceſſent d'y arriver du côté de la Chine, & ils commencent d'y arriver du côté des Indes; ceux-là ſe retirent, & ceux-ci prennent leur place; la Mer ne paroîtra donc, ni monter, ni deſcendre, pendant près de ſix heures, que ces mouvemens dureront. Mais à la troiſiéme heure avant le lever de la Lune, les Flots ceſſeront de monter du côté des Indes; les eaux de la plus grande des deux Marées s'en retourneront vers les Indes, tandis que celles de la moindre des deux Marées arriveront du côté de la Chine, ainſi vers la ſixiéme heure lunaire, le Port paroîtra avoir perdu beaucoup plus d'eau qu'il n'en aura reçû; voilà le fort du Reflux au lever de la Lune: enfin à la neuviéme heure lunaire, la Mer ſera dans ce Port à ſa moindre hauteur; les Flots que la moindre des deux Marées faiſoit monter, ceſſeront d'y arriver du côté de la Chine, & ils commenceront de s'y rendre du côté des Indes; la Mer ſera près de ſix heures, ſans paroître, ni monter, ni deſcendre: on n'aura donc dans 24 heures au Port de Batsha qu'une fois le Flux, & une fois le Reflux de la Mer.

Nous avons montré que les deux plus hauts points de l'Océan imitent le mouvement & la déclinaiſon de la Lune, & qu'on a des Marées plus hautes, à meſure qu'on eſt plus près d'un de ces deux points; les embouchures, par où la Marée monte au Port de Batsha, en ſont plus loin, à meſure que la Lune s'éloigne de l'Equateur, les Marées doivent donc y aller alors en croiſſant, & diminuer enſuite, à meſure que la Lune ſe rapproche de l'Equateur; la prétendue bizarrerie de tous ces mouvements, a-t-elle rien qui ne s'accorde exactement avec ce que nous avons établi dans cette Diſſertation? Concluons que ſi d'autres Phénomenes préſentent à l'eſprit quelque difficulté, ce n'eſt pas qu'on ne connoiſſe la Cauſe du Flux & Reflux de la Mer: ce qu'on ne connoît pas, c'eſt quelque circonſtance de ces Phénomenes, qu'il faudroit obſerver, & d'où dépend ce qu'ils ſemblent avoir de ſingulier.

Ils ne nous empêcheront donc pas de juger que le Flux & Reflux de la Mer vient des inégalités de l'effort central du Fluide qui ſe meut en Tourbillon autour de l'Axe de la Terre : cet effort agit moins au Diametre qui répond au Soleil, parce que le mouvement annuel de la Terre donne à toutes les parties de ſon Tourbillon une tendance vers le Soleil : il agit encore moins au Diametre où eſt la Lune, parce que les percuſſions obliques, qui donnent à cette Planete ſon mouvement, ne lui donnent pas toute la viteſſe qu'il faudroit, pour ne pas interrompre l'action des Courants de l'Ether, qui viennent après elle : elle retarde leur mouvement, elle rompt leur direction, elle les fait céder à l'effort centrifuge du Fluide ſublunaire, la Mer en eſt moins preſſée au milieu de l'Hemiſphere éclairé par la Lune, & au point diametralement oppoſé ; & cela lui donne la figure d'un Solide elliptique concentrique avec la Terre, & dont le plus grand Diametre eſt toujours entre les deux Tropiques. Enfin, pour ſatisfaire au mouvement journalier, qu'a la Mer autour de l'Axe de la Terre, les deux extrémités de ce grand Diametre, c'eſt-à-dire les deux points de l'Océan les plus élevés, ſont toujours à l'Orient du Méridien où eſt la Lune ; ils en ſont éloignés d'environ 45 dégrés ; & toujours celui qui eſt dans l'Hemiſphere éclairé par la Lune, eſt environ quatre fois plus près du Parallele où eſt la Lune, que de celui où eſt le Soleil, ou le point du Ciel diametralement oppoſé. Il imite donc à peu près le mouvement de la Lune ; & de-là viennent ces rapports ſi conſtants, qu'on obſerve entre les divers aſpects qu'a la Lune à l'égard du Soleil, & les divers mouvemens du Flux & Reflux de la Mer. C. Q. F. E.

Concluſion de cette Diſſertation.

HINC DEPRIMOR, ERIGOR ILLINC.

TRAITÉ

SUR

LE FLUX ET REFLUX DE LA MER,

ADRESSÉ

A MESSIEURS

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Pour concourir au PRIX de 1740.

Par M. DANIEL BERNOULLI, *Professeur d'Anatomie & de Botanique à Basle.*

DEUS NOBIS HÆC OTIA FECIT.

TRAITÉ
SUR
LE FLUX ET REFLUX DE LA MER.

CHAPITRE PREMIER.

Contenant une Introduction à la Queſtion propoſée.

I.

DANS le grand nombre des Syſtêmes ſur le Flux & Reflux de la Mer, qui ſont parvenus à notre connoiſſance depuis l'antiquité la plus reculée, il n'y a plus que ceux des Tourbillons & de l'Attraction ou Gravitation mutuelle des Corps céleſtes & de la Terre, qui partagent encore les Philoſophes de notre tems: l'un & l'autre de ces Syſtêmes ont eu les plus grands Hommes pour Défenſeurs, & ont entraîné des Nations

entieres dans leur parti. Il ſemble donc que tout le mérite qui nous reſte à eſpérer ſur cette grande Queſtion, eſt de bien opter entre ces deux Syſtêmes, & de bien manier celui qu'on aura choiſi pour expliquer tous les Phénomenes qu'on a obſervés juſqu'ici ſur le Flux & Reflux de la Mer, pour en tirer de nouvelles propriétés, & pour donner des uns & des autres les Calculs & les Meſures.

II.

J'ai commencé d'abord par l'idée de Kepler, qu'on nomme avec juſtice le Pere de la vraie Philoſophie. Elle eſt fondée ſur l'Attraction ou Gravitation mutuelle des Corps céleſtes & de la Terre : cet incompréhenſible & inconteſtable Principe, que le grand Newton a ſi bien établi, & qu'on ne ſçauroit plus revoquer en doute, ſans faire tort aux ſublimes connoiſſances & aux heureuſes découvertes de notre ſiécle. Après un examen fort ſcrupuleux, j'ai vû que cette Gravitation mutuelle, conſidérée dans les Globes de la Terre, de la Lune & du Soleil, non-ſeulement pouvoit produire tous les Phénomenes du Flux & Reflux de la Mer, mais même qu'elle le devoit néceſſairement, & qu'elle le devoit, ſuivant toutes les loix qu'on a obſervées juſqu'ici. Avec ces heureux ſuccès, j'ai pouſſé mes recherches auſſi loin qu'il m'a été poſſible de les porter. En chemin faiſant, je ſuis tombé ſur les Théoremes de M. Newton, dont je n'avois pû gueres voir la ſource auparavant; mais en même tems j'ai remarqué le peu de chemin qu'on a encore fait dans cette matiere, & même l'inſuffiſance de la Méthode uſitée, lorſqu'elle eſt appliquée à des Queſtions un peu détaillées. J'ai ſuivi une toute autre route; j'ai pouſſé mes recherches bien plus loin, & je ſuis entré dans un détail tel que l'ACADE'MIE m'a paru le demander; & je dois dire à l'avantage des Principes que nous adopterons, que j'ai trouvé par-tout un accord merveilleux entre la Théorie & les Obſervations, accord qui doit être d'autant moins ſuſpect, que je n'ai conſulté les Obſervations, qu'après avoir achevé

achevé tous mes Calculs, de maniere que je puis dire de bonne foi, d'avoir deviné la pluſpart des Obſervations, ſur leſquelles je n'étois pas trop bien informé, lorſque j'ai entrepris cet ouvrage.

III.

Quant aux Tourbillons, j'avouë qu'il eſt bien difficile d'en demontrer le faux à ceux qui veulent s'obſtiner à les défendre : mais auſſi il n'en eſt pas de la Phyſique, comme de la Géometrie. Dans celle-ci on n'admet, ni ne rejette rien, que ce dont on peut abſolument démontrer la vérité, ou la fauſſeté, pendant que dans la Phyſique il faut ſe rapporter ſouvent à un certain inſtinct naturel de ſentir le faux & le vrai, après avoir bien péſé toutes les raiſons de part & d'autre. Quant à moi, je ne trouve point ce caractere de vérité, ni dans l'hypotheſe des Tourbillons, ni dans les conſéquences que l'on en tire. Si nous diſons que le Tourbillon a la même denſité, la même direction & la même viteſſe que la Lune, ce Tourbillon ne ſçauroit faire aucun effet; & ſi au contraire nous ſuppoſons ces trois choſes n'être pas les mêmes de part & d'autre, il me paroît bien clair & bien certain, que l'effet du Tourbillon devroit ſe manifeſter infiniment davantage dans le mouvement de la Lune, que dans celui des Eaux de la Terre. Cependant on ſçait parfaitement bien que la Lune, quoique ſujette à beaucoup d'irrégularités dans ſes mouvemens, n'en a aucune qui puiſſe être attribuée à l'action auſſi ſenſible d'un Tourbillon. Si nous paſſons par-deſſus toutes ces différentes difficultés, nous en rencontrerons d'autres également embarraſſantes. C'eſt contre les loix de l'Hydroſtatique, que la Lune, qui nage dans le Tourbillon, puiſſe cauſer des variations dans la compreſſion des parties du Fluide. C'eſt une propriété eſſentielle des Fluides de ſe remettre auſſi-tôt à l'Equilibre, lorſque ſes Parties en ſont ſorties. Si une colonne du Tourbillon, entre la Lune & la Terre, étoit plus comprimée qu'une autre colonne ſem-

blable, rien ne ſçauroit empêcher ſes parties de s'échaper de côté juſqu'au retabliſſement de l'Equilibre. Qu'on s'imagine, par exemple, l'air de notre Atmoſphere tout d'un coup extrêmement échauffé; ce changement feroit en même tems hauſſer à proportion le Mercure dans le Barometre, puiſque l'air chaud a plus de reſſort que l'air froid; mais comme rien n'empêche l'air de s'échaper de côté juſqu'à la parfaite conſervation de l'Equilibre, cela fait qu'un tel changement n'en ſçauroit faire aucun ſur le Barometre; auſſi n'obſerve-t-on dans le Barometre aucune variation du jour à la nuit, qui cependant, par un raiſonnement tout-à-fait ſemblable à celui des Tourbillonnaires pour expliquer les Marées, devroit être très-ſenſible. Pareillement ſi les eaux d'une Riviere donnent contre un pieu, on ne remarquera aucune différence dans la ſurface des eaux, que bien près du pieu, & le fond du lit de la Riviere ſera toujours également preſſé. En voilà aſſez & trop ſur cette matiere; car ce ſera toujours aux Sectateurs de Deſcartes de montrer l'effet des Tourbillons ſur l'Océan, avec la même clarté qu'on peut le faire, moyennant le principe de Kepler, principe d'ailleurs qui n'eſt plus conteſté; ſçavoir, que la Terre & tous les Corps céleſtes ont une tendance mutuelle à s'approcher les uns des autres. Ce principe poſé, il eſt facile de faire voir, que la Terre que nous ſuppoſerons devoir être ſans cette tendance parfaitement ronde, en changera continuellement ſa figure, & que c'eſt ce changement de figure qui eſt la cauſe du Flux & Reflux de la Mer: Comme ce changement dans la Figure de la ſurface de la Terre eſt produit de differentes façons, j'en ferai ici un dénombrement, & je tâcherai dans la ſuite d'en donner la meſure.

IV.

Fig. 1. Si *A* eſt le centre de la Lune (*Fig.* 1.), ou du Soleil: *B G D H* la Terre; ſi l'on tire par les centres de la Lune ou du Soleil & de la Terre la droite *A D*, & qu'on prenne

au dedans de la Terre un Point quelconque *F*, on tirera *F E* perpendiculaire à *B D*, avec la droite *F A*, & on achevera le Rectangle *F L A E*. Chaque point *F* eſt tiré ou pouſſé vers *A*, & cette force étant repreſentée par *F A*, elle ſera conſiderée comme compoſée des deux Laterales *F L* & *F E* : cela étant, on voit que la force *F E* étant appliquée dans chaque point de la Terre, ne ſçauroit que l'allonger au tour de *B D* : Et comme c'eſt une même raiſon pour tous les Plans qui paſſent par *B D*, il eſt clair que la Terre formera ainſi un Sphéroïde produit par la rotation d'une Courbe *B G D* autour de *B D*.

On remarquera, que cet allongement ne ſçauroit être qu'extrêmement petit. *Premierement*, A cauſe de la petiteſſe des Lignes, *F E* par rapport à *F A*. *En ſecond lieu*, A cauſe du peu de rapport qu'il y a entre la péſanteur du Point *F* vers *A*, à la péſanteur du même Point vers le centre de la Terre *C*. Nous verrons dans la ſuite que cet allongement ne peut aller qu'à un petit nombre de pieds, ce qui eſt fort peu conſidérable, par rapport au Diametre de la Terre.

On remarquera encore, que l'allongement total étant imperceptible par rapport au Diametre de la Terre, la différence des allongemens pour l'Hemiſphere ſupérieur *G B H*, & pour l'inférieur *G D H*, doit être inſenſible par rapport à l'allongement total; à la rigueur, il faudroit dire, que les forces exprimées par *F E*, ſont tant ſoit peu plus grandes dans l'Hemiſphere *G B H*, que dans l'Hemiſphere oppoſé, dont les parties ſont plus éloignées du point *A*, & qu'ainſi ledit Hemiſphere *G B H* ſera un peu plus allongé que l'autre Hemiſphere : mais on ſent bien que la différence doit être inſenſible. On peut donc prévoir que les Poles *B* & *D* reſteront également éloignés du Point *C*, & que la Courbe *G B H* pourra être cenſée la même que *G D H*. Nous donnerons un Calcul juſte & détaillé de tout cela dans la ſuite de ce Traité.

Venons à une ſeconde conſidération, qui produira le

même reſultat, que celle dont nous venons de parler.

V.

Comme la Terre tâche continuellement à s'approcher du Soleil & de la Lune, il faut qu'il y ait en même tems d'autres forces qui la retiennent ; & ce ſont les forces centrifuges de la Terre, qu'elle a par ſon mouvement autour du Soleil, & autour du centre de Gravité (je l'appelle ainſi, pour me conformer à l'uſage) qui eſt entre la Terre & la Lune. Je démontrerai auſſi ci-deſſous, que cette force centrifuge doit être ſuppoſée égale dans toutes les parties de la Terre, & parallele à la Ligne *A D*, pendant que l'autre force ſe répand inégalement ſur les parties de la Terre. Elle eſt plus grande dans les parties plus proches de *A*, & plus petite dans les parties qui en ſont plus éloignées, & cela en raiſon quarrée reciproque des Diſtances. Cette raiſon ſuppoſée, le Calcul fait voir, que pourvû que les Couches concentriques de la Terre autour du Point *C*, ſoient homogenes, la force moyenne, qui pouſſe les parties de la Terre vers *A*, eſt préciſément celle qui répond au centre de la Terre *C* ; & que c'eſt dans ce centre *C*, où la force centrifuge eſt préciſément égale à la force centripete. Ainſi chaque partie qui eſt entre *C* & *B*, eſt plus pouſſée vers *A*, qu'elle n'eſt repouſſée ; & au contraire chaque partie ſituée entre *C* & *D*, eſt moins pouſſée vers *A*, qu'elle n'eſt repouſſée ; de ſorte qu'en s'imaginant deux Canaux communiquans entre eux *G H* & *B D*, on voit que chaque goute dans la partie *CB*, eſt tirée vers *A*, & que chaque goute dans la partie *C D*, eſt pouſſée dans un ſens contraire. Cela diminue l'action de la péſanteur vers le centre de la Terre dans le Canal *B D*, pendant que cette même péſanteur n'eſt pas diminuée dans le Canal *G H*, d'où il arrivera encore un allongement autour de l'Axe *B D*, ce que je m'étois propoſé de faire voir.

Le Calcul montre que cette raiſon eſt en ſoi-même de fort peu d'importance ; qu'elle ne ſçauroit allonger l'Axe

B D considérablement. Mais son resultat est assez comparable avec celui de l'allongement exposé auparavant. On prévoit d'ailleurs encore que l'allongement produit par cette raison, doit être égal dans les Canaux *B C* & *C D*, la différence ne pouvant être sensible ; & ainsi les Points *B* & *D* resteront encore également éloignés du centre *C*.

VI.

Une troisiéme raison, qui peut allonger davantage l'Axe *B D*, est que par l'allongement même, produit par les deux causes précedentes, la pésanteur terrestre qui fait descendre tous les Corps vers le centre *C*, est changée. Cette pésanteur peut être considérée comme égale dans les Canaux *G C* & *B C*, ou *D C* à des Distances égales du centre *C*, tant que la Terre est supposée Sphérique ; mais cette Sphéricité ôtée, il est naturel que cette égalité ne pourra plus subsister. Il est aussi vraisemblable que la pésanteur est diminuée dans les Canaux *C B* & *C D*, & qu'ainsi l'Axe doit encore être prolongé. Pour calculer cet allongement, nous aurons recours au Systême de M. Newton, qui suppose la pésanteur produite par l'Attraction commune de la matiere en raison quarrée reciproque des Distances. Ce n'est pas que je croye cette hypothese bien démontrée ; car la conclusion de la Gravitation mutuelle des Corps du Systême du Monde en raison quarrée reciproque des Distances, qu'on ne sçauroit plus nier à une semblable attraction universelle de la matiere, de laquelle M. Newton déduit la pésanteur ; cette conséquence, dis-je, demande beaucoup d'indulgence. Mais je l'adopterai pour ce sujet, parce que tous les autres Systêmes sur la pésanteur me seroient inutiles : c'est le seul, qui étant du ressort de la Geometrie, donne des mesures assurées & fixes ; & il est d'ailleurs digne de l'attention de tous les Géometres & Physiciens.

VII.

Les trois causes que je viens d'exposer, comme pouvant & devant allonger la Terre autour de la Ligne qui passeroit par le centre du Soleil & de la Lune, sont d'une force assez égale ; de sorte qu'il faudra tenir compte de toutes, quoique chacune soit si petite, qu'elle ne sçauroit allonger la Terre au-delà d'un petit nombre de pieds, & peut-être moins d'un pied. Il sera bon de remarquer ici que ce qui, après le Calcul, exprime lesdits allongemens, est toujours un certain multiple, ou sous-multiple de $\frac{bg}{aG} \times b$, entendant par b le rayon de la Terre, par a la distance du luminaire en question & par $\frac{g}{G}$ la raison qui est entre la pésanteur d'un Corps placé en B vers A, & sa pésanteur vers C, laquelle raison est extrêmement petite.

J'ai jugé à propos d'alleguer ici cette Formule, que le Calcul m'a enseigné, afin que ceux qui voudroient le faire après moi, sçachent d'abord quels termes on peut rejetter, comme inutiles, qui rendent les Calculs extrêmement pénibles, & qui se trouvent au bout du Calcul, n'être d'aucune importance. Ce seroit une chose ridicule, de vouloir faire ici attention à des parties d'une Ligne qui proviendroient, si ladite quantité $\frac{bg}{aG} \times b$ étoit encore multipliée par $\frac{b}{a}$, ou par $\frac{g}{G}$.

VIII.

Notre dessein est d'abord de chercher & d'exprimer analytiquement les allongemens dont nous venons de parler. On peut les trouver par rapport aux deux premieres causes, indépendamment de la Figure de la Terre ; mais par rapport à la troisiéme cause exposée au sixiéme Article, il faut supposer la Terre, c'est-à-dire, le Méridien $BGDH$ d'une Figure donnée ; & c'est l'hypothese la plus naturelle, de la supposer elliptique, ayant pour Axes les Lignes BD & GH;

quelle qu'elle ſoit, elle n'en ſçauroit être ſenſiblement différente, & ſi elle l'étoit, cela ne ſçauroit produire un changement bien conſidérable ſur le rapport des deux Axes *B D* & *G H*, que nous cherchons. Outre cela nous verrons que c'eſt ici un Problême, qui dépend encore de la loi des changemens dans les Denſités des couches de la Terre. M. Newton ſuppoſe la Terre par-tout homogene. Il ne l'a fait apparemment, que pour faciliter le Problême, qui eſt aſſez difficile dans toute autre hypotheſe. Mais cette ſuppoſition de M. Newton n'a aucune vraiſemblance; je dirai même, qu'elle ſeroit fort peu favorable à notre Syſtême, comme nous le verrons dans la ſuite. C'eſt pourquoi je n'ai pas voulu reſtreindre ſi fort la Solution du Problême en queſtion. J'ai cru que je payerois trop cher l'avantage d'applanir les difficultés du Problême, & les peines du Calcul. J'ai donc rendu notre Queſtion infiniment plus générale, pour en tirer tous les Corollaires, & pour choiſir ceux qui conviennent le plus à notre ſujet, & qui rendront par-là même plus vrai-ſemblables les hypotheſes, auſquelles ils appartiennent.

IX.

Voici à preſent nos hypotheſes. Nous conſidererons la Terre, comme naturellement ſphérique, & compoſée de couches concentriques: Nous ſuppoſerons ces couches homogenes, chacune dans toute ſon étendue; mais qu'elles ſont de différentes Denſités entre elles, & que la loi des variations de leur Denſité ſoit donnée. Quant à la Sphericité de la Terre, que nous ſuppoſerons, on voit bien qu'il ſeroit ridicule de s'y arrêter, puiſque l'élevation des eaux de l'Océan, cauſée par les deux Luminaires, ne ſçauroit différer ſenſiblement, que la Terre ſoit un peu applatie, ou un peu allongée. La ſuppoſition de l'Homogénéité des couches concentriques, ne doit pas non plus nous faire de la peine, puiſqu'on ne ſçauroit donner aucune raiſon, pourquoi elles devroient être hétérogenes.

CHAPITRE II.

Contenant quelques Lemmes ſur l'Attraction des Corps.

I.

JE prie encore une fois le Lecteur, de ne conſidérer ce Chapitre, que comme hypothétique. Je ne ſuppoſe l'Attraction univerſelle de la matiere, que parce que c'eſt la ſeule hypotheſe, qui admette des Calculs, & qu'elle eſt d'ailleurs aſſez bien fondée, pour mériter l'attention de tous les Philoſophes du monde.

On appelle au reſte Attraction, qu'exerce un Corps A ſur un Corps B, la force accéleratrice, que le Corps B acquiert à chaque inſtant, en tombant vers A. On voit donc que l'effet de l'Attraction du Corps A ſur le Corps B, eſt de communiquer à celui-ci une péſanteur, qu'on ſuppoſe proportionnelle à la maſſe du Corps A, diviſée par le quarré de la Diſtance; & cette péſanteur doit encore être multipliée par la maſſe du Corps B, pour avoir la force, que ce Corps exerce, s'il eſt empêché de s'approcher du Corps A.

PROBLEME.

II.

Soit une couche ſphérique homogene, infiniment mince, & d'une épaiſſeur égale, compriſe entre les ſurfaces ſphériques $MNOR$ (*Fig.* 2.) & $PLQS$, trouver l'Attraction, ou la force accéleratrice, que cette couche exercera ſur un Corps placé au point B, pris hors de la ſurface extérieure. *Fig.* 2.

SOLUTION.

SOLUTION.

Qu'on tire la droite BO par le Point B & le Centre C, dans laquelle on prendra deux Points infiniment proches J & i: on tirera enſuite les deux Perpendiculaires JL & il, & par les Points L & l, on tirera du centre les droites CN & cn. Soit à préſent $CB=a$; $CJ=x$; $Ji=dx$; $CP=b$; PM ou LN (que nous regardons comme infiniment petite) $=\mathfrak{G}$: la Denſité de la matiere de la couche $=m$.

On voit que pendant la revolution autour de l'Axe MO, la petite partie $NLln$ garde toujours une même Diſtance du Point B, & que cette Diſtance ſera $=\sqrt{(aa-2ax+bb)}$: or, comme il faut toujours diviſer par le Quarré des Diſtances, il faudra pour trouver la force accélératrice en queſtion d'abord prendre $\frac{1}{aa-2ax+bb}$, & cette quantité doit être enſuite multipliée par la raiſon de Bi à Bl, & on aura $\frac{a-x}{(aa-2ax+bb)^{\frac{3}{2}}}$: & cette quantité doit encore être multiplié par la Maſſe de l'Anneau, que la partie $NLln$ forme par ſa revolution, & la Maſſe doit être exprimée par la Denſité m & la capacité de l'Anneau, c'eſt-à-dire (en nommant n la raiſon de la circonférence d'un Cercle à ſon rayon) par $m\times NL\times Ll\times n\times LJ$: ou par $m\times\mathfrak{G}\times\frac{bdx}{\sqrt{(bb-xx)}}\times n\times\sqrt{(bb-xx)}$, ou enfin par $nmb\mathfrak{G}dx$; de ſorte qu'on a la force accéleratrice abſoluë produite par ledit Anneau $=\frac{nmb\mathfrak{G}(a-x)dx}{(aa-2ax+bb)^{\frac{3}{2}}}$, dont l'Intégrale exprimera l'Attraction cherchée de toute la couche. Pour trouver cette Intégrale, nous ſuppoſerons $aa-2ax+bb=yy$, & nous aurons $\int\frac{nmb\mathfrak{G}(a-x)dx}{(aa-2ax+bb)^{\frac{3}{2}}}=\int\frac{-nmb\mathfrak{G}(aa-bb+yy)dy}{2aayy}=$
$\frac{nmb\mathfrak{G}}{2aa}\times\left(\frac{aa-bb-yy}{y}+C\right)=\frac{nmb\mathfrak{G}}{2aa}\times\left(\frac{2ax-2bb}{\sqrt{aa-2ax+bb}}+C\right)$, entendant par C une Conſtante convenable: pour la trouver il faut remarquer, que l'Intégrale doit être $=o$, lorſ-

que $x = -b$, d'où l'on tire $C = \frac{2ab+2bb}{a+b} = 2b$: ſubſtituant cette valeur, on obtient pour l'Intégrale en queſtion $\frac{nmb\mathfrak{C}}{aa} \times \left(\frac{ax-bb}{\sqrt{aa-2ax+bb}} + b \right)$, & mettant enfin b à la place de x, on obtient la force accélératrice cherchée $= \frac{2nmbb\mathfrak{C}}{aa}$. C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

III.

Comme la quantité de la matiere de toute la couche (pour laquelle nous venons de déterminer la force accéleratrice, qu'elle exerce ſur le Corps placé au point B) eſt $= 2nmbb\mathfrak{C}$, nous voyons que cette force accélératrice eſt exprimée par la quantité de matiere diviſée par le quarré de la Diſtance du Point B au Centre C, & par conſéquent la même, que ſi cette quantité de matiere étoit concentrée au Centre.

SCHOLIE.

IV.

On remarquera que cette Solution n'a lieu, que lorſque le Point B eſt placé hors de la couche, parce que dans notre Calcul nous avons ſuppoſé, que chaque Anneau formé par la revolution de la partie $NLln$ produit une force accéleratrice du même côté, ce qui n'a plus lieu, lorſque le Point B eſt placé entre les deux ſurfaces, ou au-dedans de la ſurface intérieure. Je ne dirai rien de ces deux cas, dont chacun demande une Solution particuliere, parce que nous n'en aurons pas beſoin, & qu'ils ont déja été reſolus par l'Auteur de ces Problêmes. Je n'aurois même rien dit du cas que nous venons de réſoudre, comme pareillement déja réſolu par M. Newton, ſi je n'avois pas crû, qu'il étoit convenable de ſuivre toutes les traces qui nous menent à l'intelligence de notre Queſtion principale : auſſi

ces précautions ſont-elles néceſſaires, pour pouvoir toujours exprimer d'une même façon les Quantités conſtantes; & ainſi nous nous ſouviendrons toûjours dans la ſuite d'exprimer la force accéleratrice d'un Corps infiniment petit par la Maſſe diviſée par le quarré de la Diſtance, & de dénoter la Maſſe par le produit de ſon étenduë, & de ſa Denſité.

PROBLEME.

V.

Trouver l'Attraction pour un Corps placé en *B*, cauſée par une Sphere ſolide, compoſée de couches homogenes; mais de différentes Denſités entre elles.

SOLUTION.

Il paroît par le troiſiéme Article, qu'on n'a qu'à concevoir la Maſſe de toute la Sphere ramaſſée au Centre *C*, & qu'elle cauſera la même Attraction, tant que le Point *B* eſt hors de la Sphere: nommant donc *M* la Maſſe du Globe, ou la ſomme des Maſſes de toutes les couches, l'Attraction cherchée ſera $= \frac{M}{aa}$. C. Q. F. T.

PROBLEME.

VI.

Soit *BGDH* (*Fig.* 3.) une Ellipſe preſque circulaire, c'eſt-à-dire, dont la différence des Axes *BD* & *GH* ſoit regardée comme infiniment petite; & qu'on conçoive cette Ellipſe former par ſa rotation autour de l'Axe *BD*, un Sphéroïde homogene. On demande la force accéleratrice, ou l'attraction que ce Sphéroïde produira ſur un Corps placé au Pole *B*. *Fig.* 3.

SOLUTION.

Soit la Denſité de la matiere exprimée par μ; le petit demi Axe $GC = b$; le grand demi Axe $BC = b + 6$;

$BJ = x$; $Ji = dx$; on aura la perpendiculaire $LJ = \frac{b}{b+\mathfrak{G}} \times \sqrt{2.(b+\mathfrak{G})x - xx}$. Or on voit facilement que l'Attraction causée par la couche, qui répond au Rectangle $LJil$, est $= n\mu\,dx - n\mu\,dx \times \frac{BJ}{BL}$, c'est-à-dire par $n\mu\,dx - n\mu\,x\,dx$: $\sqrt{xx + \frac{bb}{(b+\mathfrak{G})^2} \times (2bx + 2\mathfrak{G}x - xx)}$ ou par $n\mu\,dx - (b+\mathfrak{G})\,n\mu\,x\,dx : \sqrt{(2b\mathfrak{G}xx + \mathfrak{G}\mathfrak{G}xx + 2b^3x + 2bb\mathfrak{G}x)}$: Dans cette derniere quantité, nous rejettrons le Terme $\mathfrak{G}\mathfrak{G}xx$, comme devant être comparé aux infiniment petits du second ordre, & nous changerons le Signe radical du Dénominateur en Signe exponentiel de Numerateur; & de cette maniere nous aurons $n\mu\,dx - (b+\mathfrak{G})\,n\mu\,x\,dx \times (2b^3x + 2b\mathfrak{G}xx + 2bb\mathfrak{G}x)^{-\frac{1}{2}}$: or on sçait par la formation des suites de M. Newton, que $(2b^3x + 2b\mathfrak{G}xx + 2bb\mathfrak{G}x)^{-\frac{1}{2}}$ est $= (2b^3x)^{-\frac{1}{2}} - (2b^3x)^{-\frac{3}{2}} \times (b\mathfrak{G}xx + bb\mathfrak{G}x)$: substituant donc cette valeur, on obtient $n\mu\,dx - \frac{(b+\mathfrak{G})\,n\mu\,x\,dx}{\sqrt{2b^3x}} + \frac{(b+\mathfrak{G})\,n\mu\,x\,dx\,(b\mathfrak{G}xx + bb\mathfrak{G}x)}{2b^3x\sqrt{2b^3x}}$, qui marque l'action de la couche formée par la rotation du Rectangle $LJil$: à la place de cette quantité, on peut encore, en multipliant les quantités à multiplier, & rejettant les termes affettés de la seconde Dimension de $\mathfrak{G}$, poser $n\mu\,dx - \frac{n\mu\,dx\sqrt{x}}{\sqrt{2b}} - \frac{\mathfrak{G}n\mu\,dx\sqrt{x}}{2b\sqrt{2b}} + \frac{\mathfrak{G}n\mu\,x\,dx\sqrt{x}}{2bb\sqrt{2b}}$, & l'Intégrale de cette quantité (qui doit être $= o$, lorsque $x = o$) est $= n\mu x - \frac{2n\mu x\sqrt{x}}{3\sqrt{2b}} - \frac{\mathfrak{G}n\mu x\sqrt{x}}{3b\sqrt{2b}} + \frac{\mathfrak{G}n\mu xx\sqrt{x}}{5bb\sqrt{2b}}$; & faisant enfin $x = 2b + 2\mathfrak{G}$, on trouve, en rejettant toujours les infiniment petits du second ordre $2n\mu b + 2n\mu\mathfrak{G} - \frac{4}{3}n\mu b - 2n\mu\mathfrak{G} - \frac{2}{3}n\mu\mathfrak{G} + \frac{4}{5}n\mu\mathfrak{G}$, ou bien enfin

$$\tfrac{2}{3}n\mu\,b + \tfrac{2}{15}n\mu\,\mathfrak{G},$$

qui marque la force accéleratrice causée par l'action de tout l'Ellipsoïde sur un petit Corps placé au Pole B. C. Q. F. T.

PROBLEME.

VII.

Les hypotheſes étant les mêmes, que dans la propoſition précedente, trouver la même choſe pour un petit Corps placé en G, qui eſt ſous l'Equateur de l'Ellipſoïde.

SOLUTION.

Il eſt facile de démontrer par la Géometrie, que toute Section de l'Ellipſoïde parallele à l'Axe de Rotation $B\,D$, fait une Ellipſe ſemblable à l'Ellipſe génératrice $B\,G\,D\,H$. Conſidérons l'Ellipſoïde comme compoſée de la Sphere inſcrite, ayant pour Diametre le petit Axe $G\,H$, & de l'écorce formant un double Meniſque : l'action de la Sphere doit être exprimée par $\frac{2}{3}\,n\mu\,b$, comme nous avons démontré au 5. § Car la maſſe de cette Sphere eſt $\frac{2}{3}n\mu\,b^3$, & la diſtance du Point G au centre eſt $= b$. Il nous reſte donc à chercher quelle action reſulte du double Meniſque.

Concevons pour cet effet tout l'Ellipſoïde partagé en couches paralleles & perpendiculaires à $G\,H$. Soit la diſtance du centre d'une de ces couches au Point $G = x$; ſon épaiſſeur $= dx$; il n'eſt pas difficile de voir que la capacité du bord de cette couche (qui fait partie du double Meniſque en queſtion) eſt $= \frac{n\,c}{2\,b} \times (2\,b\,x - x\,x)\,dx$, & que ce bord étant multiplié par la Denſité μ, en donne la quantité de matiere $= \frac{n\mu\,c}{2\,b} \times (2\,b\,x - x\,x)\,dx$. Or toutes les parties de ce bord infiniment mince, peuvent être cenſées agir également, & avec une même obliquité ſur le Corps placé au point G : on n'a donc qu'à multiplier cette quantité de matiere par la raiſon de la diſtance du centre de la couche au Point G à la diſtance du bord de la couche au même Point G, & diviſer par le quarré de cette Diſtance, pour avoir l'attraction du bord de la couche, qui ſera donc $= \frac{n\mu\,c}{2\,b} \times (2\,b\,x - x\,x)\,dx \times \frac{x}{\sqrt{2\,b\,x}} \times \frac{1}{2\,b\,x}$, ou bien $\frac{n\mu\,c\,dx}{4\,b\,b\sqrt{2\,b}}$

$\times (2b\sqrt{x} - x\sqrt{x})$ dont l'Intégrale est $= \frac{n\mu\mathfrak{G}}{4bb\sqrt{2bb}} \times (\frac{4}{3}bx\sqrt{x} - \frac{1}{5}xx\sqrt{x})$ puisqu'il ne faut point ajoûter ici de constante; & pour avoir enfin l'Attraction de tout le double Menisque, il faut mettre $x = 2b$, après quoi on aura simplement $\frac{4}{15}n\mu\mathfrak{G}$. Si on ajoûte à cette quantité l'action de la Sphere inscrite, on aura l'attraction cherchée de tout l'Ellipsoïde sur un Corps placé au Point $G = \frac{2}{3}n\mu b + \frac{4}{15}n\mu\mathfrak{G}$. C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

VIII.

On voit par ces deux dernieres Propositions, que les forces accéleratrices au Pole, & sous l'Equateur dans un Ellipsoïde homogene, sont comme $\frac{2}{3}n\mu b + \frac{2}{15}n\mu\mathfrak{G}$ à $\frac{2}{3}n\mu b + \frac{4}{15}n\mu\mathfrak{G}$, ou comme $5b + \mathfrak{G}$ à $5b + 2\mathfrak{G}$, laquelle raison peut passer pour celle de 1 à $1 + \frac{\mathfrak{G}}{5b}$. Je vois que cela est conforme à ce que M. Newton dit à la page 380 des *Princ. Math. Phil. Nat. Edit.* 2. pour déterminer la Proportion de l'Axe de la Terre au rayon de son Equateur. Quant à son raisonnement, il n'y a peut-être que lui, qui pût y voir clair; car ce grand Homme voyoit à travers d'un voile, ce qu'un autre ne distingue qu'à peine avec un Microscope.

LEMME.

IX.

Dans un Sphéroïde elliptique homogene, la force accéleratrice pour un Point quelconque, est à la force accéleratrice pour un autre Point pris dans le même Diametre, comme la distance du premier Point au centre, à la distance pareille du second Point.

M. Newton a démontré cette Proposition à la 199 page de son Livre, que nous venons de citer: & comme il ne s'agit ici que de la proportion entre les deux forces accé-

leratrices, ſans qu'il ſoit queſtion de les exprimer analytiquement, il ſeroit ſuperflu, pour mon deſſein, de la démontrer à ma façon.

PROBLEME.

X.

Soit encore le double Meniſque, tel que nous l'avons décrit au ſeptiéme Article, compris entre la ſurface de l'Ellipſoïde $GBHD$, & $Gb\,Hd$, qui marque la ſurface de la Sphere inſcrite; il s'agit de trouver la force accélératrice, que ce double Meniſque produira au point E, pris dans l'Axe de rotation BD. *Fig. 4.*

SOLUTION.

Nous garderons les dénominations de ci-deſſus: or on voit qu'on trouvera l'action du double Meniſque, en prenant celle de tout l'Ellipſoïde conſideré comme homogene avec les Meniſques, & en retranchant celle de la Sphere inſcrite. L'action de tout le Sphéroïde eſt en vertu des 6 & 9 Articles $= (\frac{2}{3} n\mu b + \frac{2}{15} n\mu \mathfrak{C}) \times \frac{CE}{CB}$, & celle de la Sphere $= \frac{2}{3} n\mu b \times \frac{CE}{Cb}$: de-là on tire la force accélératrice, qui convient aux Meniſques $= (\frac{2}{3} n\mu b + \frac{2}{15} n\mu \mathfrak{C}) \times \frac{CE}{CB} - \frac{2}{3} n\mu b \times \frac{CE}{Cb}$. Subſtituons à la place de $\frac{CE}{Cb}$ cette quantité $\frac{CE}{CE - Bb}$, qui peut être cenſée égale à $\frac{CE}{CB} + \frac{Bb \times CE}{CB^2}$ (à cauſe que nous traitons la petite Bb, comme infiniment petite, par rapport à CB) & nous trouverons la force accéleratrice pour les Méniſques

$$= \frac{2}{15} n\mu \mathfrak{C} \times \frac{CE}{CB} - \frac{2}{3} n\mu b \times \frac{Bb \times CE}{CB^2} = \frac{2}{15} n\mu \mathfrak{C} \times \frac{CE}{CB} - \frac{2}{3} n\mu \mathfrak{C} \times \frac{CE}{CB}$$

$$\left(\text{puiſque } \frac{Bb}{CB} = \frac{\mathfrak{C}}{b + \mathfrak{C}} = \frac{\mathfrak{C}}{b} \right) = -\frac{8}{15} n\mu \mathfrak{C} \times \frac{CE}{CB}.$$ C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

XI.

Le Signe négatif fait voir, que la Gravitation au Point *E*, causée par l'action des deux Ménisques, se fait vers le Pole *B*, & non vers le Centre *C*. Au reste on remarquera, que cette Proposition n'est vraie que pour les Points compris entre *C* & *b*, en excluant tous les Points, qui sont au-delà de *b*; & cela à cause que le Lemme du 9. §. ne sçauroit être appliqué à trouver la force accéleratrice causée par l'action de la Sphere pour le Point *E*, si ce point est pris hors de la Sphere inscrite au Sphéroïde. Ainsi par exemple, au point *B*, la Gravitation causée par les Ménisques, se feroit vers le Centre avec une force accéleratrice $\frac{22}{15} n\mu\mathfrak{C}$. Je restreins ces Propositions, quoique ma Méthode suffise pour des solutions beaucoup plus générales; & cela pour ne me point engager dans des longueurs qui nous meneroient au-delà de notre sujet.

PROBLEME.

XII.

Trouver la même chose que dans l'Art. X. pour un Point quelconque *F*, pris dans une Ligne *G H* perpendiculaire à *B D*.

SOLUTION.

On obtient encore l'action des Ménisques, en retranchant celle de la Sphere de celle du Sphéroïde. Or celle de la Sphere est $= \frac{2}{3} n\mu b \times \frac{CF}{CG}$, & celle du Sphéroïde $= (\frac{2}{3} n\mu b + \frac{4}{15} n\mu\mathfrak{C}) \times \frac{CF}{CG}$, en vertu des §. §. 7. & 9. Donc la Gravitation au Point *F* se fait vers le centre *C* par la simple action du double Ménisque, & la force accéleratrice y sera $= \frac{4}{15} n\mu\mathfrak{C} \times \frac{CF}{CG}$. C. Q. F. T.

XIII.

XIII.

Voilà les Propoſitions qui nous ſeront néceſſaires, pour meſurer les hauſſemens & baiſſemens des eaux dans la Mer libre par l'action de l'un des deux Luminaires, en tant que ces variations répondent à la relation qui ſe trouve entre la péſanteur & la figure de la Terre. Ceux qui voudront employer l'analyſe pure pour la Solution de nos deux derniers Problêmes, ſe plongeront dans des Calculs extrêmement pénibles, & verront par-là l'avantage de notre Méthode.

CHAPITRE III.

Contenant quelques Conſidérations Aſtronomiques & Phyſiques, préliminaires pour la Détermination du Flux & Reflux de la Mer.

I.

COmme le Flux & Reflux de la Mer dépendent de la Lune & du Soleil, on voit bien que notre ſujet demande une exacte Théorie du mouvement de ces deux Luminaires. Quant au mouvement apparent du Soleil, on le connoît avec toute l'exactitude requiſe ici. Mais on eſt encore bien éloigné de ſçavoir avec la même préciſion la Théorie de la Lune, qui eſt cependant d'une plus grande importance. Une idée qui m'eſt venuë là-deſſus, d'employer le principe de la conſervation de ce que l'on appelle communément *Forces vives* (principe déja employé ſous un autre nom par le grand & incomparable M. Huguens, pour trouver les Loix du choc des Corps parfaitement élaſtiques, & auquel on eſt redevable d'une grande partie des connoiſſances nouvelles dans la Dynamique, tant des Fluides, que des Solides:) Cette idée, dis-je, m'a conduit par un chemin fort abregé, à déterminer beaucoup plus

exactement, que l'on n'a fait jusqu'ici, les mouvemens de la Lune, que l'on appelle communément irréguliers, mais qui sont tous sujets aux loix de Méchanique. Je m'étois proposé d'inserer ici ma nouvelle Théorie sur la Lune; mais, comme notre sujet n'est déja que trop étendu, & qu'il demande des discussions assez pénibles, je la différerai à une autre occasion, où je la donnerai en forme d'Addition, si l'Académie trouve ce Traité digne de son attention. Je ne ferai donc ici qu'indiquer en gros les connoissances tirées du Systême du Monde, qui servent à donner un Systême général du Flux & Reflux de la Mer; & quand nous viendrons au détail, nous supposerons les mouvemens de la Lune parfaitement connus.

II.

On sçait que la Lune & la Terre font un Systême à part: l'un & l'autre de ces Corps tournent autour d'un Point, & font leur revolution dans un même tems, décrivant chacun une Ellipse: l'action du Soleil sur l'un & l'autre Corps, change un peu ces Ellipses, & fait même que la proportion des distances dudit Point aux Centres de la Lune & de la Terre, ne demeure pas exactement la même: mais, comme nous ne prétendons jusqu'ici que d'exposer en gros les choses nécessaires à notre Question, nous ne ferons point d'attention à ces inégalités, & considérerons la Terre & la Lune, comme faisant des Ellipses parfaites & semblables entre elles autour d'un même Point.

III.

Par ladite Revolution, les deux Corps tâchent à s'éloigner l'un de l'autre; & cet effort est contrebalancé par leur Gravitation mutuelle: & comme la Terre fait autant d'effort pour s'approcher de la Lune, que celle-ci en fait pour s'approcher de la Terre, il faut que les forces centrifuges soient aussi égales: d'où il suit que le Point autour duquel ces deux Corps tournent, doit être placé, en sorte

que les forces centrifuges ſoient égales : c'eſt-là la premiere idée. Il vaudroit donc mieux appeller ce Point, *Centre de Forces centrifuges*, ou bien, puiſque les viteſſes gardent dans notre hypotheſe une proportion conſtante, *Centre de Maſſes*, que *Centre de Gravité*. Il eſt vrai que ces mots reviennent au même, à prendre celui du Centre de Gravité dans le ſens commun : Mais quelle idée y peut-on attacher, lorſque la péſanteur eſt inégale dans les différentes parties du Corps? Il n'y a aucun Point alors, qu'on puiſſe nommer tel, quelque définition qu'on donne à ce mot. Quoi qu'il en ſoit, il eſt certain, que les diſtances du Point en queſtion aux Centres de la Terre & de la Lune, ſont en raiſon reciproque des Maſſes ou Quantités de matiere de ces Corps.

IV.

Si la Lune & la Terre étoient des Corps parfaitement homogenes dans toute leur étenduë, ou du moins chacun compoſé de Couches concentriques parfaitement homogenes, & qu'ils fuſſent parfaitement ſphériques, ſans avoir aucun mouvement, imprimé originairement, ou produit par une Cauſe Phyſique, autour d'un Axe paſſant par leur propre Centre de Gravité, il eſt clair, que toutes les parties des Corps garderoient pendant leur Revolution un Parallélifme ; de ſorte que les deux Corps vûs du Centre de Gravité commun, paroîtroient faire préciſément le tour en ſens contraire autour d'un Axe perpendiculaire au plan des Orbites, pendant chaque Revolution des Corps. Cependant cela ne ſe fait point dans la Lune : car nous ſçavons, qu'elle nous montre conſtamment une même face (je ne fais pas encore attention à quelques legers changemens ;) & cela eſt contraire au Parallélifme, que nous venons d'alléguer : quoique ce ne ſoit pas ici proprement l'endroit pour expliquer ce Phénomene de la Lune, je ne laiſſerai pas de le faire, pour nous préparer à ce que nous aurons à dire ſur la Terre, comme eſſentiel à notre matiere.

V.

Conſidérons donc, que la parfaite Homogénéïté dans les Couches concentriques de la Lune, auſſi-bien que ſa parfaite Sphéricité, ſont moralement impoſſibles : mais il n'eſt pas encore expliqué, comment on peut déduire delà, pourquoi la Lune nous montre toujours une même face. Il ne ſuffit pas de dire que le Centre de Gravité de la Lune pris dans le ſens commun, tâche toujours à s'éloigner, le plus qu'il eſt poſſible, du Centre de Revolution. Quelque inégales que fuſſent les Couches, & quelque irréguliere que fut la Figure, la Lune garderoit toujours le Paralléliſme des Faces, s'il n'y avoit pas une autre raiſon ; ſçavoir, celle de l'inégalité de péſanteur de ſes Parties vers la Terre : les parties ayant d'autant plus de péſanteur, qu'elles ſont plus près de la Terre : c'eſt cette raiſon, qu'il faut joindre à l'une des deux autres, ou à toutes les deux enſemble ; de ſorte que quand même la Lune ſeroit parfaitement homogene, ſa ſeule Figure, jointe à l'inégalité de péſanteur de ſes parties vers le Centre de la Terre, pourroit même produire le Phénomene en queſtion.

Fig. 5. Soit *A* (*Fig. 5.*) le Centre de la Terre : *B C F D*, par exemple, une Ellipſe, dont l'Axe *B F* ſoit le plus grand, & *C D* le plus petit : que cette Ellipſe forme par ſa Revolution autour de l'Axe *B F*, le Corps de la Lune. Suppoſons après cela la Lune homogene & mobile autour de ſon Centre *E*, & ſervons-nous de l'hypotheſe ordinaire, que la péſanteur de chaque partie de la Lune vers *A*, ſoit en raiſon quarrée reciproque des diſtances au Point *A*. Cela étant, je dis, que la Lune montrera conſtamment au Point *A* la Face *C B D*, & que l'Axe *F B* paſſera toujours par le Point *A*, & que la Lune reprendroit cette ſituation, dès qu'elle en ſeroit détournée. Comme cette matiere eſt aſſez intéreſſante, tant pour l'Aſtronomie, que pour la Phyſique ; je l'expliquerai par un exemple, qui rendra fort ſenſible, tout ce que nous venons de dire. Je dis donc qu'on doit regarder,

à cet égard, la Lune, comme un Corps flottant dans un Fluide ; car les parties d'un tel Corps, ſont pareillement animées de différentes péſanteurs : or on ſçait qu'un Corps flottant, qui n'eſt pas Sphérique, ou qui étant tel, n'eſt pas homogene, n'eſt pas indifférent à chaque ſituation ; mais qu'il affecte conſtamment de certaines ſituations, qu'il reprend auſſi-tôt qu'il en a été détourné. Quelquefois le Corps n'a qu'une ſeule ſituation d'Equilibre ; d'autres fois pluſieurs, ſuivant la ſtructure du Corps : Mais on ſe tromperoit toujours, ſi l'on croyoit, que le Centre de Gravité du Corps tâche à ſe mettre dans l'endroit le plus bas qu'il eſt poſſible ; de même qu'on ſe trompe, en diſant, que le Centre de Gravité de la Lune, tâche à s'éloigner, le plus qu'il eſt poſſible, du Centre de la Terre. On voit donc aſſez, que la cauſe principale de ce que la Lune nous préſente toujours une même face, eſt l'inégalité de péſanteur ; & à cette cauſe, il faudra joindre, ou la non-parfaite Sphéricité, ou la non-parfaite Homogénéité des Couches de la Lune, ou les deux cauſes à la fois.

VI.

Comme la Queſtion que nous venons d'expliquer, entraîne celle d'une legere nutation de la Lune en Longitude, que les Aſtronomes ont obſervée, il ne ſera pas hors de propos de faire voir comment cette nutation découle de notre Théorie. Nous avons vû que le Sphéroïde *CBDF* mobile autour d'un Point *E*, doit toujours montrer au Point *A* la Face *CBD*, tant que le Point *E* reſte dans ſa place. Suppoſons à préſent, que ce Corps s'éloigne un peu de cette ſituation, en faiſant une rotation infiniment petite autour du Point *E*, la force qui tend à le remettre dans ſa ſituation naturelle, eſt de même infiniment petite ; ce qui fait voir, que le Point *E* faiſant ſa revolution autour du Point *A*, ce ne ſçauroit plus être exactement la Face *CBD*, qui regarde vers *A*, parce qu'à chaque petit mouvement du Point *E*, la Lune fait une petite rotation autour

de ce Point, pour garder le Parallélisme, & la force qui tâche à tourner vers le Point *A* la Face *CBD*, étant encore infiniment petite, ne sçauroit s'en acquitter assez-tôt : & ce sera la même chose pendant que le Point *E* parcourt un second Elément, & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'à la fin la Lune se place assez obliquement, pour que la force, qui tâche à mettre la Lune dans sa situation naturelle, soit assez grande, pour réparer, à chaque moment, une nouvelle petite inclinaison, qui survient par la rotation du Point *E* autour du Point *A*. [Cette explication pourra nous servir dans la suite, pour démontrer un des principaux Phénomenes des Marées.] La Lune prendra donc la situation oblique *cbdf*, si sa Revolution autour du Point *A* est supposée se faire de *E* vers *D*. Mais cette situation oblique demeureroit encore la même à l'égard de la Ligne *FA*, sans que la Lune eût aucune nutation, si le Point *E* faisoit sa Revolution autour du Point *A* dans un Cercle parfait, & avec une viteſſe constante : c'est donc l'inégalité des distances *AE*, & des viteſſes du Point *E*, qui fait que l'obliquité de la situation *fcbd* varie ; & c'est cette variation qui fait la nutation de la Lune en Longitude.

VII.

Venons maintenant à la Terre, & examinons quel mouvement elle doit avoir autour du Centre de Gravité, qui est entre elle & la Lune : cette recherche est nécessaire pour notre Question, & elle ne sera plus difficile, après ce que nous avons dit de la Lune dans cette vûe. Nous remarquerons donc, que si la Terre est parfaitement homogene, soit dans toute son étendue, soit seulement dans chacune de ses Couches concentriques ; & si elle est en même tems parfaitement sphérique, elle doit conserver parfaitement un Parallélisme dans la situation de ses parties, pendant sa Révolution. Cependant cette parfaite Homogénéité, est moralement impossible ; & la parfaite Sphéricité a été refutée par les Observations les plus exactes. Ce Pa-

rallélisme seroit donc alteré, de même qu'il l'est dans la Lune, & la Terre ne manqueroit pas de presenter à la Lune une même face, sans le mouvement journalier de la Terre. Ce mouvement empêche l'action de la Lune; & l'effet de cette action étant, à cause dudit mouvement journalier, tantôt d'un côté de la Terre, tantôt de l'autre, il ne pourroit plus produire qu'une legere nutation journaliere dans l'Axe de la Terre, & quelque petite inégalité dans le mouvement journalier de la Terre. Mais l'une & l'autre doivent être tout-à-fait insensibles, à cause de la grandeur de la Masse de la Terre, de l'extrême petitesse de l'action de la Lune, & de la rapidité du mouvement journalier.

VIII.

On voit donc que la Terre fera sa revolution autour du Centre de Gravité, qui lui est commun avec la Lune, de telle maniere, que son Axe gardera constamment une situation parallele. Si nous considérons donc le mouvement journalier de la Terre à part, il est clair que l'autre mouvement doit être supposé se faire d'une maniere à garder un Parallélisme dans toutes les Sections de la Terre. Cela étant, il s'ensuit que chaque point de la Terre fait, à l'égard de cet autre mouvement, une même Ellipse; que chaque partie a une même force centrifuge, & que les Directions des forces centrifuges sont par-tout paralleles entre elles. Et c'est ici le point principal, que je me suis proposé d'établir, & de bien démontrer dans ce Chapitre.

IX.

Ce que nous venons de démontrer du mouvement de la Terre à l'égard de la Lune, doit aussi s'entendre à l'égard du Soleil; en sorte que la force centrifuge des parties de la Terre, par rapport à son Orbite annuelle, doit être censée la même, & leurs directions paralleles entre elles. Mais cette Proposition n'est pas si essentielle à l'égard de l'Orbite annuelle, comme à l'égard de l'Orbite, qui se fait

autour du Centre de Gravité, qui eſt commun à la Terre & à la Lune, à cauſe de l'extrême petiteſſe de cette derniere Orbite.

CHAPITRE IV.

Qui expoſe en gros la Cauſe des Marées.

I.

APrès avoir expliqué au premier Chapitre trois différentes raiſons, qui peuvent allonger la Terre autour des deux Axes, qui paſſent par les Centres des deux Luminaires, il n'eſt pas difficile de voir comment on doit déduire de ces allongemens le Flux & Reflux de la Mer, pourvû qu'on ait égard en même tems au mouvement journalier de la Terre. Il eſt clair que ce mouvement journalier doit faire continuellement changer de place les deux dits Axes d'allongement : Mais il faut remarquer ici par avance, que l'action compoſée des deux Luminaires, peut toujours être conſiderée comme une action ſimple, quoiqu'à la vérité fort irréguliere. Cependant cette conſidération ſuffit, pour voir en gros, que la Mer doit en chaque endroit s'élever & ſe baiſſer environ deux fois dans un jour. Mais il s'agit de mettre cette cauſe en tout ſon jour, d'en développer tous les effets, & de les reduire à leur juſte meſure, autant que les circonſtances peuvent le permettre.

II.

La Queſtion qui ſe préſente d'abord, & qui eſt en même tems la plus importante pour notre ſujet, eſt de trouver la quantité de l'allongement cauſé par chacun des deux Luminaires. Nous ne conſidérerons donc qu'un ſeul Luminaire. Voici, avant toutes choſes, les ſuppoſitions dont je me ſervirai dans les Calculs, & que j'ai déja expoſées en partie.

I. Nous

I. Nous ſuppoſerons, que la Terre eſt naturellement ſphérique. Cette hypotheſe n'eſt que pour abréger le Calcul, & on voit bien que l'effet des deux Luminaires doit être ſenſiblement le même ſur une Terre ronde, ou un peu applatie, ou un peu allongée.

II. Que les Couches concentriques de la Terre ſont d'une même matiere, ou d'une même denſité. Cette ſuppoſition eſt ſans doute fort naturelle ; car les inégalités ne peuvent qu'être tout-à-fait inſenſibles : mais il me ſemble qu'il n'y a aucune vraiſemblance de ſuppoſer que la Terre eſt homogene dans toute ſon étendue, comme M. Newton l'a fait.

III. Que la Terre, que nous ſuppoſons ſans, l'action des Luminaires, ronde, eſt changée par l'action de l'un des deux Luminaires en Ellipſoïde, dont l'Axe paſſe par le Centre du Luminaire agiſſant. C'eſt l'hypotheſe de M. Newton; & quoiqu'on ne puiſſe pas la démontrer pour le Syſtême des Attractions, elle ne doit pas nous arrêter : car quelle que ſoit la Figure de la Terre après ce petit changement, on voit aſſez qu'elle ne ſçauroit s'éloigner ſenſiblement de l'Ellipſoïde. Auſſi trouvons-nous cette Figure elliptique dans toutes les hypotheſes, qu'on pourroit ſe former ſur la peſanteur, ſuſceptibles d'un Calcul & tant ſoit peu naturelles. D'ailleurs un petit changement dans cette Figure extérieure de la Terre, n'en ſçauroit produire, qui ſoit ſenſible, entre l'Axe du Sphéroïde, & le Diametre qui lui eſt perpendiculaire.

IV. Nous ſuppoſerons, que les Luminaires ne ſçauroient faire changer de figure toutes les Couches qui compoſent la Terre juſqu'au Centre. Car vraiſemblablement la Terre eſt, dans ſa plus grande partie, ſolide ; & quand même elle ſeroit toute fluide, ſa Maſſe ſeroit trop grande, pour être miſe toute entiere en mouvement, & pour obéïr aſſez vîte à une action auſſi petite. Ces refléxions m'ont engagé à conſidérer la Terre, comme un noyau ſphérique, compoſé de Couches parfaitement ſphériques & inaltérables par

l'action des deux Luminaires, & inondé d'un Fluide homogene, tel que ſont les eaux de la Mer; & à ſuppoſer, qu'il n'y a que ce Fluide inondant, qui reçoive des impreſſions des Luminaires, & que ſa profondeur n'eſt pas ſenſible par rapport au rayon de la Terre. Cette hypotheſe eſt ſans contredit la plus naturelle, lorſque la Terre n'eſt pas ſuppoſée homogene dans toute ſon étendue; mais, ſi on la ſuppoſoit homogene, comme M. Newton l'a fait, contre toutes les apparences de vérité, notre hypotheſe n'entre plus en ligne de compte.

V. Enfin nous ſubſtituerons à la place des Forces centrifuges, qui empêchent la Terre de tomber vers les Luminaires, une autre force qui agiſſe de la même façon, afin que nous puiſſions conſidérer d'abord la Terre, comme dans un parfait repos, & un entier équilibre dans toutes ſes parties. Cette force à ſubſtituer, doit être ſuppoſée égale dans toutes les parties de la Terre (*§. VIII. Chap. III.*) & parallele à la Ligne qui paſſe par les Centres de la Terre & du Luminaire, dont il ſera queſtion.

III.

La Force centrifuge dont nous venons de parler, doit être priſe pour notre ſujet, préciſément telle, qu'elle ſoit égale à la force totale de l'Attraction du Luminaire, tout comme ſi la Terre ſe ſoutenoit parfaitement dans ſa diſtance, en décrivant un Cercle parfait; & cela eſt vrai, quelle que ſoit la Force centrifuge réelle de la Terre. C'eſt ici une Propoſition, dont on ne ſent la vérité, qu'après quelque refléxion; & elle eſt fondée ſur ce que la différence entre la Force centrifuge, telle que nous venons de la décrire, & la force centrifuge réelle, n'eſt employée qu'à pouſſer ou repouſſer la Terre, & ne ſçauroit lui faire changer ſa figure, puiſque nous avons démontré au VIII. Art. du précedent Chapitre, que chaque partie eſt pouſſée également & parallelement.

IV.

La Force centrifuge totale devant être parfaitement égale à la Gravitation totale de la Terre vers le Luminaire, & la premiere Force étant la même dans toutes les Parties, on voit bien qu'on pourra ſuppoſer la Force centrifuge égale à la Gravitation vers le Luminaire, telle qu'elle eſt au Centre de la Terre. Car la Gravitation qui répond au Centre, peut être cenſée la moyenne entre toutes les Gravitations du Globe; & cela, quelque relation qu'on ſuppoſe entre les Diſtances & les Gravitations, puiſque la différence des diſtances eſt inſenſible, par rapport à la Diſtance totale; & que par conſéquent la Gravitation diminue comme également pour des égales augmentations de Diſtances, & qu'il ſe fera ainſi une juſte compenſation pour l'Hemiſphere tourné au Luminaire, & pour l'Hemiſphere oppoſé. Cette Propoſition n'eſt pourtant pas géometriquement vraie; mais la fin du Calcul m'a fait voir, qu'elle peut être cenſée vraie pour notre ſujet: & comme elle abrége fort le Calcul, je l'ai miſe ici, pour en faire uſage dans la ſuite.

PROBLEME.

V.

Soit dans la ſixiéme Figure, *A* le Centre du Soleil, *B G D H* la Terre; *A D* une Ligne tirée par les Centres du Soleil & de la Terre: trouver la différence entre *B D* & ſa perpendiculaire *G H*, qui paſſe par le Centre *C*. *Fig. 6.*

SOLUTION.

Qu'on s'imagine deux Canaux *B C* & *G C*, communiquans entre eux au Centre *C*, rempli d'un Fluide de différentes Denſités, telles qu'on ſuppoſe dans les couches de la Terre. Pour déterminer ces couches, nous conſiderons la Sphere inſcrite *G b H d*, & nous ſuppoſerons tout ce noyau immuable pendant la revolution journaliere de

la Terre, fondés, à cet égard, sur ce que nous avons dit dans la quatriéme hypothese du II. §. Quand même on feroit attention aux changemens de figure dans les couches près de $Gb\,Hd$, cette considération ne sçauroit changer sensiblement le resultat du Calcul, parce que ces changemens de figure sont tout à-fait insensibles, & que, selon toutes les apparences, ils ne sçauroient se faire au-delà d'une certaine profondeur assez petite à l'égard du rayon de la Terre. Après cette remarque, nous déduirons la Solution de notre Problême, de ce que le Fluide doit être en équilibre dans les Canaux GC & BC. Pour satisfaire à cette loi, & pour observer un ordre, nous diviserons la Solution en trois parties : dans la premiere, nous chercherons la pression totale du Fluide $B\,C$ au Point C : dans la seconde, nous ferons la même chose à l'égard du Fluide $G\,C$; & enfin nous ferons le Calcul, en faisant les deux pressions totales égales entre elles.

I. Soit $AC = a$; GC, ou $bC = b$; la cherchée $Bb = \xi$: Qu'on tire du Centre C deux quarts de Cercles infiniment proches pn, om; soit Cp ou $Cn = x$; po ou $nm = dx$; la Densité variable en po ou $nm = m$, la Densité uniforme de l'eau (qui couvre le noyau sphérique, & qui forme le double Ménisque) $= \mu$. Soit la Gravitation au Centre C vers le Centre du Soleil $A = g$, & la force centrifuge, qui agit parallelement à BD, sera par-tout $= g$ (*§. VIII. Chap. III.* & *§. IV. Chap. IV.*) qu'on nomme G la Force accéleratrice en G ou b, causée par l'action du Globe $Gb\,Hd$, & Q la même force accéleratrice pour les Points p & n. Après toutes ces préparations, on voit que la goute po (dont la Masse doit être exprimée par la Densité m, & par la hauteur dx, c'est-à-dire $m\,dx$) est animée par plusieurs Forces accéleratrices : la *premiere* Force accéleratrice est celle qui resulte de l'action du Globe $Gb\,Hd$, que nous avons nommé Q : la *seconde* est la Force centrifuge de A vers C, provenant par la revolution de la Terre autour du Point A : nous avons démontré, que cette Force doit être

faite $= g$: la *troiſiéme* ſe fait vers A, & provient de la Gravitation vers le Soleil : celle-ci eſt négative à l'égard du Point C, & doit être faite $= -\frac{aa}{(a-x)^2} \times g$: enfin la *quatriéme* provient de l'action du double Ménifque, compris entre $GBHD$ & $GbHd$, & elle eſt encore négative à l'égard du Point C; elle eſt $= -\frac{8}{15} n \mu \mathfrak{C} \times \frac{x}{b}$, en vertu des §. §. X. & XI. Chap. II. En multipliant toutes ces preſſions accéleratrices de la goute po par ſa Maſſe, on obtient la preſſion abſolue qu'elle exerce ſur le Point C; & cette preſſion abſolue ſera $\left(Q + g - \frac{aag}{(a-x)^2} - \frac{8 n \mu \mathfrak{C} x}{15 b}\right) \times m\,dx$.

On remarquera ici en paſſant, que comme a eſt cenſé infiniment plus grand que x, on peut poſer $\left(\frac{a}{a-x}\right)^2 = 1 + \frac{2x}{a}$, & ainſi cette preſſion devient

$$\left(Q - \frac{2xg}{a} - \frac{8 n \mu \mathfrak{C} x}{15 b}\right) \times m\,dx.$$

dont l'Intégrale donnera la preſſion de la Colonne pC; ſçavoir, $\int Q m\,dx - \int \frac{2 g m x\,dx}{a} - \int \frac{8 n \mu \mathfrak{C} m x\,dx}{15 b}$, après quoi on aura la preſſion de toute la Colonne bC, en ſubſtituant dans l'Intégrale b à la place de x. A cette preſſion, il faut encore ajoûter celle de la petite Colonne Bb, dont la gravitation ou péſanteur vers C doit être cenſée uniforme dans toute ſa hauteur, & égale à G : il faut auſſi remarquer, que toutes les autres forces qui agiſſent ſur cette petite Colonne Bb peuvent être négligées, comme infiniment inférieures à l'action G, qui exprime proprement la péſanteur près la ſurface de la Terre vers ſon centre ; ainſi donc la preſſion de la petite Colonne Bb doit être ſimplement eſtimée par ſa hauteur $\mathfrak{C}$, ſa denſité μ & ſa péſanteur G, ce qui fait $\mu \mathfrak{C} G$. Il reſulte enfin de tout cela, que la preſſion totale de toute la Colonne BC ſur le Point C eſt

$$\mu \mathfrak{C} G + \int Q m\,dx - \int \frac{2 g m x\,dx}{a} - \int \frac{8 n \mu \mathfrak{C} m x\,dx}{15 b},$$

en prenant après l'intégration $x = b$.

II. Pour trouver à préſent la preſſion de la Colonne GC, il faut chercher toutes les Forces qui animent la goute mn, dont la Maſſe eſt encore mdx. La *premiere* de ces Forces provient de l'Attraction du Globe $GbHd$, & eſt encore $= Q$, puiſque cette Force eſt la même en n & en p: la *ſeconde* Force, provenant de la Force centrifuge des parties de la Terre, en tant qu'elle ſe tourne autour du Point A, eſt $= o$, cette Force étant par-tout perpendiculaire à GC (*§. VIII. Chap. III.*) La *troiſiéme* Force provient de la Gravitation des parties de la Terre vers A, cette Gravitation eſt au Point n vers le Point $A = \frac{aag}{aa+xx}$, & étant décompoſée, la Gravitation reſultante vers C doit être exprimée par $\frac{aagx}{(aa+xx)^{\frac{3}{2}}}$: dans cette derniere expreſſion on peut rejetter au Dénominateur le terme xx, comme le Calcul me l'a fait voir; ainſi il provient $\frac{gx}{a}$, qui marque la troiſiéme force vers C reſultante de la Gravitation vers A. La *quatriéme* Force accéleratrice, qui anime la goute mn à deſcendre vers le centre, provient de l'action du double Ménisque, qui en vertu du XII. §. Ch. II. eſt $= \frac{4}{15} n\mu\mathfrak{G} \times \frac{x}{b}$. En prenant la ſomme de toutes ces Forces accéleratrices, la Force totale ſera $Q + \frac{gx}{a} + \frac{4n\mu\mathfrak{G}x}{15b}$;

cette Force accéleratrice totale doit être multipliée par la petite Maſſe mdx; & du produit il faut prendre l'Intégrale, qui marquera la preſſion qu'exerce la Colonne mC ſur le centre C: Cette preſſion eſt donc

$$\int Q m dx + \int \frac{gmxdx}{a} + \int \frac{4n\mu\mathfrak{G}mxdx}{15b};$$

& pour avoir la preſſion, qui réponde à toute la Colonne GC, il faut encore après l'intégration faire $x = b$

III. Après avoir exprimé analytiquement les valeurs des preſſions des Colonnes BC & GC, il ne reſte plus pour achever la Solution de notre Problême, qu'à faire une équation entre les deux dites valeurs trouvées dans la pre-

miere & seconde partie. On aura donc $\mu G \mathfrak{G} + \int Q m dx - \int \frac{12 g m x dx}{a} - \int \frac{8 n \mu \mathfrak{G} m x dx}{15 b} = \int Q m dx + \int \frac{g m x dx}{a} + \int \frac{4 n \mu \mathfrak{G} m x dx}{15 b}$, & cette équation arrangée donne

$$5 \mu G a b \mathfrak{G} - \int 4 n \mu a \mathfrak{G} m x dx = \int 15 g b m x dx,$$

& de là on tire la valeur cherchée de $\mathfrak{G}$, qui est constante; sçavoir, $\mathfrak{G} = \frac{\int 15 g b m x dx}{5 \mu G a b - \int 4 n \mu a m x dx}$. C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

VI.

On voit par notre Solution, que généralement $B b$ doit être égale à $D d$; car la valeur de $\mathfrak{G}$ est la même, soit que l'on prenne x affirmativement, soit négativement. Aussi auroit-il été ridicule de supposer la Courbe $B G D H$ une Ellipse, si les deux parties $G B H$ & $G D H$ n'étoient pas devenues par le Calcul également allongées, & la supposition auroit renfermé une contradiction.

Au reste ces deux petites Lignes ne seroient pas égales à la rigueur. Cette égalité n'est fondée que sur ce que nous avons rejetté plusieurs fois dans notre Solution de certaines petites quantités, mais qu'on pouvoit négliger réellement, comme tout-à-fait insensibles, non-seulement par rapport à la Ligne $b C$, mais même par rapport à la petite Ligne $B b$, qui ne sçauroit être que d'un petit nombre de pieds. Cependant je crois encore nécessaire d'avertir ici, qu'il faut être sur ses gardes, en rejettant dans le Calcul de certains termes; car, comme dans l'équation resultante, plusieurs termes se détruisent, & qu'il n'en reste que des termes d'une fort petite valeur, on ne doit rejetter que des quantités qui sont insensibles, même par rapport aux quantités restantes dans l'équation.

Ce n'est qu'avec une telle précaution, que j'ai négligé dans ma Solution plusieurs termes, & je ne les aurois point négligés, si la fin du Calcul ne m'avoit enseigné, qu'ils peuvent & doivent être négligés.

SCHOLIE.

VII.

Pour avoir une juſte idée de notre équation, remarquons que μ ſignifie la denſité de l'eau de la Mer, qui inonde la Terre, & m la denſité quelconque de la couche, dont la diſtance au centre eſt égale à x : n exprime la circonférence du Cercle, dont le rayon eſt égal à l'unité : b eſt le rayon de la Terre : a la diſtance entre les centres du Soleil & de la Terre : g exprime la force accéleratrice vers le Soleil d'un Corps placé au centre de la Terre ; & enfin G exprime la force accéleratrice, ou la péſanteur des Corps à la ſurface de la Terre vers ſon centre.

Or, pour voir que tous les termes de notre équation ſont homogenes & comparables entre eux, & en même tems de quelle maniere il faut faire uſage de notre équation, il faut remarquer qu'en vertu du III. §. Chap. II. G doit être exprimée par la Maſſe de toute la Terre, diviſée par le quarré de ſon rayon ; c'eſt-à-dire, qu'il faut ſuppoſer $G = \frac{\int 2 n m x x dx}{bb}$, & comme on connoît pour le Soleil le rapport entre g & G, auſſi-bien que celui d'entre a & b, on voit qu'on peut enfin exprimer $\mathfrak{C}$ ſimplement par b : mais il faut pour cet effet intégrer auparavant les quantités $m x x dx$ & $m x dx$: c'eſt ce que nous allons faire dans quelques hypotheſes particulieres.

VIII.

Soit d'abord la denſité de la Terre uniforme, & nommément celle de l'eau de la Mer : c'eſt ici l'hypotheſe de M. Newton.

En ce cas m eſt une conſtante & égale à μ, & ainſi notre équation finale du V. §. eſt $\mathfrak{C} = \frac{15 g b b}{2 a (5 G - 2 n \mu b)}$;

Mais par le VII. §. on obtient $G = \frac{2}{3} n \mu b$, ou bien $2 n \mu b = 3 G$,

$= 3\,G$, & ſubſtituant cette valeur pour le ſecond terme du Dénominateur, il provient $\mathfrak{C} = \frac{15gb}{4G} \times b$.

Nous verrons dans la ſuite, que cette expreſſion analytique donne préciſément la hauteur indiquée par M. Newton ſimplement en pieds, pouces & lignes, ſans en donner le Calcul, ou du moins ſans le mettre à la portée, je ne dirai pas de tout le monde, mais uniquement de ceux qui voudroient bien prendre toute la peine néceſſaire pour l'approfondir. Notre Methode comprend donc le cas tout particulier de M. Newton. Mais ce cas donne une ſi petite quantité, qu'il ne me paroît pas poſſible d'en déduire les Phénomenes des Marées, tels que les obſervations les donnent. C'eſt ce que je ferai voir plus au long dans la ſuite. Je n'ai donc jamais pû comprendre, comment M. Newton, & tous ceux de ſa Nation, qui ont écrit ſur cette matiere, ont pû s'y attacher. On voit par-là, combien il eſt eſſentiel d'étendre les hypotheſes des denſités des couches de la Terre. J'ai remarqué que la loi de ces denſités contribue beaucoup au hauſſement & baiſſement des eaux dans les Marées; qu'on en peut déduire tel effet, qu'on trouvera néceſſaire pour l'explication des Phénomenes indiqués par l'expérience; je ferai même voir que cet effet pourroit être infini dans de certaines hypotheſes. Mais ce que je ſouhaite ſur-tout que l'on remarque, c'eſt que les mêmes hypotheſes qui donnent plus d'effet aux Luminaires, pour hauſſer & baiſſer les eaux dans les Marées, ſont d'ailleurs extrêmement vrai-ſemblables par pluſieurs raiſons Phyſiques, toutes très-fortes. Mais venons à d'autres exemples.

IX.

Suppoſons la Terre creuſe en dedans, juſqu'à une diſtance donnée c depuis le centre, & que la croute (dont l'épaiſſeur ſera $= b - c$) ſoit encore par-tout d'une denſité égale à celle de l'eau de la Mer.

Nous avons en ce cas encore m égale à la conſtante μ,

& ainſi le Calcul ſe fera comme dans le précedent Article, avec cette reſtriction, que les intégrales des quantités $mxdx$, & $mxdx$ doivent être $=o$, lorſque $x=c$: de cette maniere on obtient $\int mxdx=\frac{1}{2}\mu xx-\frac{1}{2}\mu cc$, ou (en faiſant $x=b$) $=\frac{1}{2}\mu bb-\frac{1}{2}\mu cc$; ſubſtituant cette valeur dans l'équation finale du V. §. il vient

$$\mathfrak{C}=\frac{15gb(bb-cc)}{10Gab-4n\mu a(bb-cc)},$$

& (*par le VII. §.*) G eſt $=\frac{\int 2nmxxdx}{bb}=\frac{2n\mu}{3bb}\times(x^3-c^3)=$ (puiſqu'il faut poſer $x=b$) $\frac{2n\mu}{3bb}\times(b^3-c^3)$: de cette derniere équation, on peut tirer celle-ci $\mu=\frac{3bbG}{2n\times(b^3-c^3)}$, & enfin $4n\mu a(bb-cc)=\frac{6abbG(bb-cc)}{b^3-c^3}$, & ſubſtituant cette valeur dans le ſecond terme du Dénominateur de notre équation, on a $\mathfrak{C}=\frac{15g}{2G}\times\frac{b+x}{a}\times\frac{b^3-c^3}{2bb+2bc+5cc}$.

Cette quantité eſt la même, que celle du précedent Article, lorſque $c=o$; mais elle devient plus petite, à meſure qu'on ſuppoſe la Terre plus creuſée, & elle deviendroit tout-à-fait nulle, ſi on ſuppoſoit la Terre preſque entierement creuſe en forme d'une voute ſphérique, dont l'épaiſſeur fût peu conſidérable, par rapport au rayon de la Terre. Cette remarque ſuffit ſeule, pour refuter le ſentiment de ceux qui croyent que la Terre pourroit bien n'être qu'une croute voutée; car il ne pourroit y avoir en ce cas aucun Flux & Reflux de la Mer, au moins dans notre Syſtême.

X.

Si l'on ſuppoſoit la loi des denſités des couches de la Terre exprimée par cette équation $m=\frac{x}{b}\mu$, c'eſt-à-dire, que les denſités fuſſent proportionnelles aux diſtances des couches au centre, on trouveroit la hauteur

$$\mathfrak{C}=\frac{15gb}{7Ga}\times b,$$

& par conſéquent beaucoup plus petite, que ſi la Terre étoit par-tout d'une même denſité, ſçavoir en raiſon de 7 à 4. Auſſi cette hypotheſe n'eſt-elle aucunement vraiſemblable, y ayant apparence que les couches plus denſes ſont plus bas que les couches plus legeres.

XI.

Si la loi des denſités eſt exprimée par $m = \frac{b\mu}{x}$, c'eſt-à-dire, ſi l'on ſuppoſe les denſités, ſuivre la raiſon inverſe des diſtances des couches au centre, on trouveroit

$$\mathfrak{G} = \frac{15gb}{Ga} \times b,$$

ce qui fait la valeur de $\mathfrak{G}$ quatre fois plus grande, que dans la ſuppoſition de M. Newton, de la parfaite homogenéité de la Terre.

XII.

Suppoſons enfin la loi des denſités exprimée par $m = \left(\frac{b}{x}\right)^{\frac{4}{3}}\mu$, il faudra mettre $\frac{3}{2}\mu\, b\, b$ pour $\int m\, x\, dx$, & l'équation du VI. §. diviſée par μ ſera

$$\mathfrak{G} = \frac{45gb}{10Ga - 12n\mu ab} \times b:$$

mais en vertu du VII. §. on a $G = \int \frac{2nmx\,x\,dx}{bb} = \int \frac{2n\mu x^{\frac{1}{3}}\,dx}{b^{\frac{2}{3}}}$
$= \frac{6n\mu x^{\frac{5}{3}}}{5b^{\frac{2}{3}}} = (\text{en faiſant } x = b)\ \frac{6}{5}n\mu b$. D'où l'on voit que le Dénominateur de notre équation fondamentale devient $= o$, & par conſéquent $\mathfrak{G} = \infty$.
Ainſi l'élevation des eaux ſeroit infinie.

XIII.

J'ai mis cette derniere hypotheſe, non qu'elle ſoit poſſible, puiſque la denſité ne ſçauroit être infinie, comme elle devroit être au centre; mais pour faire voir l'avantage & la ſupériorité de notre Théorie, puiſqu'elle ne met point de bornes à l'élevation des eaux: ſi les Marées étoient

cent ou mille fois plus grandes qu'on ne les obſerve, nous pourrions lui aſſigner une cauſe ſuffiſante. Ayant au reſte bien examiné tous les Phénomenes du Flux & Reflux de la Mer, je ſuis entierement convaincu, que la force aſſignée par M. Newton ne ſçauroit ſuffire pour les produire : il faut donc dire dans le ſyſtême même de ce Philoſophe, que les denſités de la Terre ne ſont pas uniformes, mais qu'elles croiſſent vers le centre. Cette hypotheſe n'eſt-elle pas fort probable d'ailleurs d'elle-même ? L'eau eſt-elle le ſeul Fluide que nous connoiſſions? & ne faut-il pas que les Fluides plus péſants, ſoient plus proches du centre de la Terre? le Mercure eſt près de quatorze fois plus péſant que l'eau : la grande compreſſion que ſouffrent les parties proches du centre de la Terre, ne pourroit-elle pas contribuer à rendre la matiere plus compacte & plus denſe?

Si nous conſidérons outre cela, combien les Planetes & la Terre, qui nagent ſans doute dans un milieu reſiſtant, quoique extrêmement ſubtil, conſervent leur mouvement, ſans en perdre la moindre partie conſidérable pendant une longue ſuite de ſiécles, nous pourrions facilement croire, que tous ces Corps ont beaucoup plus de matiere, que M. Newton ne marque. Enfin de quel côté que j'enviſage cette Queſtion, tout me fait croire, que les couches de la Terre augmentent de denſité vers le centre.

XIV.

Si, tout le Noyau ou tout le Globe de la Terre reſtant, l'eau de la Mer, qui inonde la Terre, changeoit de denſité, la quantité & ſuivroit la raiſon reciproque des denſités des eaux de la Mer. Il ſuit de-là que ſi la Terre étoit inondée de Mercure, les Marées ſeroient quatorze fois plus petites, qu'elles ne ſont actuellement. Et ſi au contraire l'air étoit un Fluide homogene péſant, mais ſans élaſticité, ſa hauteur ſeroit environ de 850 & plus grande à ceux qui ont le Soleil au Zenith, qu'à ceux qui l'auroient à l'Horiſon. Cela feroit 1700 pieds de différence dans la

hauteur de l'Atmosphere, à ne donner que deux pieds de valeur à 6; & cette différence en produiroit une sur le Barometre de plus de 20 lignes. D'où vient donc, demandera-t-on, qu'on n'observe point à cet égard aucune variation dans le Barometre? C'est l'élasticité de l'air qui en est la cause; cette élasticité fait que la hauteur du Barometre doit être constamment la même dans toute la surface de la Mer, en faisant abstraction seulement des causes accidentelles & passageres, qui peuvent survenir tout d'un coup, & qui n'agissent sur l'air, que parce que celui-ci ne sçauroit obéir assez promptement, ni se mettre dans un instant dans son état naturel d'équilibre. On remarquera ici qu'il est faux, que la pression du Mercure soit égale à la pression, ou plûtôt au poids de la Colonne d'air verticale couchée dessus, ce que l'on affirme ordinairement; mais la pression du Mercure est égale au poids moyen de toutes les Colonnes d'air verticales, qui environnent la Terre, c'est-à-dire, égale au poids de toute l'Atmosphere (dont la hauteur est considerée comme infiniment petite, par rapport au rayon de la Terre) multiplié par la raison de la base de la Colonne du Mercure à toute la surface de la Terre. Cette Proposition fait voir que la hauteur moyenne du Barometre doit être la même sous l'Equateur & sous le Cercle Polaire, quoique le poids absolu de la Colonne d'air verticale sous l'Equateur pendant les plus grandes chaleurs ne soit pas la moitié si grand que celui d'une pareille Colonne d'air sous le Cercle Polaire en Hyver. On voit de tout ce que nous venons de dire, pourquoi, ni le Soleil, ni la Lune ne changent pas sensiblement la hauteur du Barometre, quoiqu'ils élevent les eaux considérablement. La véritable raison n'en est que l'élasticité de l'air, qui doit faire presser également tous les endroits de la surface de la Terre; & cette seule reflexion démontre entierement l'insuffisance des inégales compressions de la matiere des Tourbillons, pour expliquer les Marées, comme nous avons déja remarqué au III. §. Chap. I.

XV.

Tous les cas particuliers, que nous venons d'examiner, font voir, & il n'eſt pas difficile de le démontrer généralement par l'équation du V. §. que la quantité $\mathfrak{G}$ (qui exprime la différence entre la plus grande hauteur de la Mer, & la plus petite, en tant qu'elle eſt produite par la ſeule action du Soleil) eſt toujours $= \frac{ngb}{Ga} \times b$: le coefficient n dépend des différentes denſités des couches de la Terre; le rapport $\frac{b}{a}$ eſt connu par les Obſervations aſtronomiques: il ne reſte donc qu'à voir comment on pourra déterminer la quantité $\frac{g}{G}$: c'eſt en comparant les effets que les Forces g & G produiſent; la premiere, en retenant la Terre dans ſon Orbite annuelle; la ſeconde, en retenant la Lune dans celle qu'elle fait autour de la Terre. Si la diſtance moyenne de la Lune au centre de la Terre eſt nommée α, la Force centrifuge de la Lune ſera $= \frac{bb}{\alpha\alpha} G$, & la force centrifuge de la Terre eſt $= g$: or la Force centrifuge moyenne de la Terre dans ſon Orbite, eſt à la force centrifuge moyenne de la Lune autour de la Terre, ou plutôt autour du centre de Gravité du ſyſtême de la Terre & de la Lune, comme la diſtance du Soleil diviſée par le Quarré du tems périodique de la Terre autour du Soleil, eſt à la diſtance de la Lune au centre de Gravité commun de la Terre & de la Lune [M. Newton ſuppoſe cette diſtance $= \frac{39}{40} \alpha$, voyez ſes *Princ. Math. Phil. nat. Edit. 2. pag.* 430; il fonde cette ſuppoſition ſur quelques Phénomenes des Marées, mais mal choiſis à mon avis; elle eſt donc encore fort douteuſe; mais comme elle n'eſt pas de conſéquence pour notre ſujet, je ne laiſſerai pas de l'adopter ici] diviſée par le quarré du tems périodique de la Lune: on a donc, en nommant le tems périodique de la Terre T, & celui de la Lune t, cette Analogie $g : \frac{bb}{\alpha\alpha} G :: \frac{a}{TT} : \frac{39\alpha}{40tt}$;

ce qui donne $\frac{g}{G} = \frac{40abbtt}{39a^3TT}$, & par conséquent

$$\mathfrak{C} = \frac{ngb}{Ga} \times b = \frac{40nb^3tt}{39a^3TT} \times b.$$

REMARQUE.

Pour voir que cette Formule s'accorde avec celle de M. Newton pour la supposition de l'homogenéité de la Terre, nous remarquerons, qu'en ce cas on a $n = \frac{15}{4}$ (*§. VIII.*) & M. Newton suppose $\frac{b}{a} = \frac{1}{60\frac{1}{4}}$ (*Princip. Math. Phil. nat. Edit. 2. pag.* 430.) $\frac{tt}{TT} = \frac{1000}{178725}$ (*Princ. Math. pag.* 395.) & enfin $b = 19695539$ pieds après la mesure de M. Cassini. De tout cela il resulte

$$\mathfrak{C} = \frac{40.\ 15.\ 1.\ 1000.\ 19695539}{39.\ 4.\ (60\frac{1}{4})^3.\ 178725.} \text{ pieds},$$

cela fait $\mathfrak{C} = 1$ pied 11. pouces & un quart. M. Newton trouve 1 pied 11 pouces & un huitiéme. (*Princ. Math. pag.* 429.) La différence me paroit trop petite, pour en rechercher l'origine.

XVI.

Tout ce que nous venons de dire par rapport à l'action du Soleil, doit être entendu aussi de la Lune, sans y rien changer; de sorte que les équations fondamentales des §. §. V. & VII. servent également pour la Lune, en entendant par a la distance entre les centres de la Terre & de la Lune, & par g la pésanteur d'un Corps placé au centre de la Terre vers la Lune. Et comme nous avons dit au XV. §. que quelque hypothese qu'on prenne pour exprimer les différentes densités dans les couches de la Terre, on trouvera toujours $\mathfrak{C} = \frac{ngb}{Ga} \times b$,

nous dirons par rapport à la Lune, qu'on trouvera toujours

$$\delta = \frac{n\gamma b}{Ga} \times b,$$

prenant pour δ la différence des hauteurs des eaux à ceux

qui ont la Lune au Zenith, & à l'Horiſon, pour α la diſtance entre les centres de la Lune & de la Terre, & pour γ la péſanteur d'un Corps placé au centre de la Terre vers la Lune.

XVII.

Ce qui m'a engagé à ne parler d'abord que de l'action du Soleil ſur la Mer, eſt qu'on connoît parfaitement bien la valeur de g pour le Soleil, comme nous avons vû au XV. §. au lieu que la Lune, qui n'a point de Satellites, ne ſçauroit donner immédiatement la Force accéleratrice, qu'elle cauſe au centre de la Terre, & que nous avons nommé γ. Je trouve par ma nouvelle Théorie de la Lune, dont j'ai déja fait mention ci-deſſus, plus générale, plus exacte, & ſur-tout infiniment plus facile, que celle de M. Newton, qu'on peut déterminer ladite valeur γ avec toutes les autres qui en dépendent; ſçavoir la Maſſe de la Lune, comparée avec celle de la Terre, & leur commun centre de Gravité, moyennant quelques irrégularités dans les mouvemens de la Lune, pourvû qu'on puiſſe les obſerver aſſez exactement. M. Newton a tâché de déterminer la Force accéleratrice γ, en comparant les effets de la Lune ſur la Mer avec ceux du Soleil; cette Methode ſeroit fort bonne, ſi on ſçavoit bien ſéparer les effets des deux Luminaires. Il a prétendu le faire, en comparant les Marées bâtardes, qui ſuivent les Quadratures, avec les plus grandes Marées, qui ſuivent les Syzygies. Nous verrons ci-deſſous ce que l'on peut trouver à redire à cette Methode, & comment on pourra y ſubſtituer d'autres plus exactes.

XVIII.

Au reſte, il eſt clair que la Lune & le Soleil produiront leurs effets independamment l'une de l'autre: tout ce que le Soleil pourroit contribuer au moins dans la pure Théorie, pour troubler l'action de la Lune, eſt qu'il allonge un peu la Terre: mais il eſt auſſi bien évident, que la Lune changera

changera également la surface de la Mer sur une Terre parfaitement ronde ou allongée d'un petit nombre de pieds: nous avons déja dit la même chose dans la premiere hypothese du second Article.

Voici donc comment il faudroit déterminer la surface de la Mer, si les deux Luminaires pouvoient produire dans un instant tout leur effet, c'est-à-dire, si l'eau n'avoit point d'inertie, & qu'elle pût prendre incontinent sa juste figure; car c'est de cette inertie, qu'il faudra tirer dans la suite plusieurs inégalités, & autres Phénomenes, qu'on a observés dans les Marées.

Soit dans la septiéme Figure *b g d h* le Globe de la Terre parfaitement spherique, & considérons d'abord le Soleil, que nous supposerons placé dans la Ligne prolongée *b d* passant par le centre de la Terre *C*: notre Globe se changera en Sphéroïde, tel que *B G D H*, les eaux baissant autour de *g h*, & montant autour de *b* & *d*. Soit ensuite la Lune dans la Ligne prolongée *q p*; il est clair qu'elle agira sur le Sphéroïde de la même façon qu'elle feroit sur le Globe parfait, duquel le Sphéroïde differe d'une quantité tout-à-fait insensible : ainsi donc la Lune fera monter & baisser les eaux par-dessus la surface du Sphéroïde, tout autant qu'elle feroit à l'égard de la surface sphérique, sans l'action du Soleil. Il faut donc prendre *n q*, ou *m p*, à *b B*, ou *d D* en raison des Forces lunaire & solaire, c'est-à-dire, comme $\frac{z}{a}$ à $\frac{g}{a}$, tracer ensuite les courbes *q r p s*, telles qu'en prenant un Angle quelconque *u C q*, égal à un Angle *y C B*, la perpendiculaire *u x* interceptée entre les surfaces des Sphéroïdes, ait à la perpendiculaire *y z*, interceptée entre le premier Sphéroïde & le Globe, la raison constante de *n q* à *b B*. Voilà donc une Construction géometrique générale, qui montre à chaque moment, & à chaque endroit, la hauteur de la Mer, & les variations de cette hauteur. Mais elle demande des Calculs longs & pénibles. Nous verrons dans la suite, comment on pourra s'y pren-

Fig. 7.

dre, pour les faire, en commençant par les circonſtances & les hypotheſes les plus ſimples, & en y ajoûtant des corrections & équations à faire pour chaque circonſtance changée.

XIX.

Voici donc les cas & les hypotheſes, par leſquelles nous commencerons Nous ſuppoſerons d'abord, que la Lune fait des Cercles parfaits autour de la Terre, & pareillement la Terre autour du Soleil: que ces Orbites ſont dans le plan de l'Equateur de la Terre: que toute la Terre eſt inondée: que la ſurface de la Mer prend dans un inſtant ſa juſte Figure, tout comme ſi l'eau n'avoit point d'inertie, ni reſiſtances; & enfin qu'il ne faille déterminer les loix des Marées, que ſous l'Equateur. Mais avant de faire les Calculs, il ſera bon d'expoſer préliminairement quelques Lemmes géometriques.

CHAPITRE V.

Contenant quelques Propoſitions de Géometrie préliminaires pour l'Explication & le Calcul des Marées.

PROBLEME.

I.

Fig. 8. SOit, comme ci-devant, le Cercle *b g d h* (*Fig.* 8.) & l'Ellipſe preſque circulaire *B G D H*, & ſuppoſons la Sphere & le Sphéroïde, décrits par la rotation du Cercle & de l'Ellipſe autour de l'Axe *B D*, égaux; trouver le rapport entre les petites Lignes *B b* & *G g*.

SOLUTION.

Nous ſuppoſerons pour nous ſervir des mêmes expreſ-

sions, que nous avons employées jusqu'ici, $Bb + Gg = \mathfrak{G}$; $Gg = x$, & $Bb = \mathfrak{G} - x$; Cb ou $Cg = b$; n la circonférence du Cercle, dont le rayon est égal à l'unité. Ceci posé, on sçait que la Sphere sera $= \frac{2}{3} n b^3$: on sçait aussi, qu'un Ellipsoïde (dont le grand Axe est $= 2A$, & le plus petit Diametre $= 2B$) est $= \frac{2}{3} n BBA$; cela donne notre Sphéroïde $= \frac{2}{3} n (b - x)^2 \times (b + \mathfrak{G} - x) = \frac{2}{3} n (b^3 - 3bbx + bb\mathfrak{G})$ si l'on néglige les infiniment petits du second ordre. Faisant à présent par la condition du Problême la Sphere égale au Sphéroïde, on a $\frac{2}{3} n b^3 = \frac{2}{3} n (b^3 - 3bbx + bb\mathfrak{G})$ c'est-à-dire, $x = \frac{1}{3}\mathfrak{G}$. C. Q. F. T.

COROLLAIRE.

II.

Si $Gg = \frac{1}{3}\mathfrak{G}$, il faut que Bb soit $= \frac{2}{3}\mathfrak{G}$, & par conséquent double de l'autre. Ainsi donc l'eau monte deux fois plus autour de la Ligne, qui passe par le centre de l'un des Luminaires, & celui de la Terre, qu'elle ne descend à la distance de 90 dégrés.

PROBLEME.

III.

Si l'on tire du centre C une droite quelconque Cy, trouver la petite Ligne yz, qui marque la hauteur verticale du Point y pris dans l'Ellipse, par-dessus le Point Z pris dans le Cercle.

SOLUTION.

Qu'on tire par le Point Z la droite $\mathfrak{G}\alpha$ perpendiculaire à l'Axe : on voit qu'en conséquence de nos hypotheses, l'Angle $\mathfrak{G}yz$ doit être pris pour un droit, & le petit Triangle $\mathfrak{G}yz$ censé semblable au Triangle $C\alpha z$, d'où l'on tire

$$yz = \frac{\alpha z}{cz} \times \mathfrak{G}z.$$

Soit à préſent $C\alpha = s$; $Z\alpha = \sqrt{bb - ss}$; on aura par la nature de l'Ellipſe

$$\alpha\mathcal{C} = \frac{CG}{CB} \times \sqrt{B\alpha \times \alpha D} = \frac{b - \frac{1}{7}\mathcal{C}}{b + \frac{1}{7}\mathcal{C}} \times \sqrt{(b + \tfrac{2}{3}\mathcal{C} - s) \times (b + \tfrac{2}{3}\mathcal{C} - s)}.$$

Si on change cette quantité en ſuites, & qu'on rejette toujours les infiniment petits du ſecond ordre, on trouvera enfin $\alpha\mathcal{C} = \sqrt{bb - ss} + \frac{3ss - bb}{3b\sqrt{bb - ss}} \times \mathcal{C}$.

De-là on tire $\alpha\mathcal{C} - \alpha z = \mathcal{C}z = \frac{3ss - bb}{3b\sqrt{bb - ss}} \times \mathcal{C}$, & par conſéquent $yz = \frac{3ss - bb}{3bb} \times \mathcal{C}$. C. 2. F. T.

COROLLAIRE I.

IV.

Pour trouver les Points M, où l'Ellipſe coupe le Cercle, on n'a qu'à faire $y\,z = o$, ce qui donne $s = b\sqrt{\frac{1}{3}} = o,5773b$, & l'Arc bM de 54° 44'.

COROLLAIRE II.

V.

Si la Terre tournoit autour d'un Axe perpendiculaire au plan de notre Figure, & que le Cercle $bgdh$ repréſentât ainſi l'Equateur de la Terre, dans lequel l'un des Luminaires eſt ſuppoſé ſe trouver : ſi par cette rotation de la Terre, le Point B eſt parvenu en y, le Luminaire reſtant dans l'Axe BD, l'Angle bCZ ſera l'Angle horaire, dont le Coſinus eſt appellé s, le Sinus total b ; & on voit que la différence des hauteurs de l'eau avant & après ladite rotation ſera repréſentée par $Bb - yz$, c'eſt-à-dire par $\frac{2}{3}\mathcal{C} + \frac{bb - 3ss}{3bb} \times \mathcal{C}$, ou par $\frac{bb - ss}{bb} \times \mathcal{C}$, ou enfin (en nommant le Sinus de l'Angle horaire σ) par $\frac{\sigma\sigma}{bb}\mathcal{C}$. Nous concluerons de-là, que les baiſſemens des eaux ſont proportionnels aux Quarrés des Sinus des Angles horaires, qui commencent du moment de la haute-Mer.

COROLLAIRE III.

VI.

Les variations qui répondent à de petits intervalles de tems égaux, ſont pour chaque Point Z, proportionnelles aux aires du Triangle $C\alpha z$. Car l'intervalle de tems doit être exprimé ſimplement par un petit Arc de Cercle, qui eſt $= \frac{-b\,ds}{\sqrt{bb-ss}}$, en conſidérant s comme variable ; & ſi nous faiſons cette quantité égale à un petit élement de tems dt, nous aurons $\frac{-b\,ds}{\sqrt{bb-ss}} = dt$ & $ds = \frac{-dt\sqrt{bb-ss}}{b}$. Or par le V. §. tout le baiſſement des eaux étant $= \frac{bb-ss}{bb} \times \mathfrak{C}$, ſa différentielle ſera $= \frac{2\mathfrak{C}s\,dt\sqrt{bb-ss}}{b^3}$; & comme les quantités $\mathfrak{C}$, b & dt ſont conſtantes, nous voyons, que les variations verticales des Marées, qui ſe font dans de petits intervalles de tems égaux, ſont proportionnelles aux quantités répondantes $s\sqrt{bb-ss}$, ou aux Aires des Triangles $C\alpha z$.

SCHOLIE.

VII.

On voit que ces proprietés tendent à déterminer les hauſſemens & baiſſemens d'une même Marée pour chaque moment, & nous verrons dans la ſuite, combien elles répondent aux Obſervations. Ces Propoſitions ſuffiroient pour ce deſſein, ſi nous ne voulions conſidérer, que ce qui arrive aux Conjonctions & Oppoſitions des deux Luminaires : mais comme cette reſtriction ne feroit qu'un cas très-particulier de toute la Théorie des Marées, nous paſſerons plus outre. Remarquons cependant encore une fois, que chaque Luminaire peut être conſideré, comme agiſſant ſur la Mer, indépendamment l'un de l'autre ; puiſque les petites variations cauſées par l'un des deux,

ne change pas ſenſiblement toute la figure de la Terre: une quantité de quelques pieds ne ſçauroit être ſenſible par rapport à tout le Diametre de la Terre. Nous allons donc conſidérer les deux Luminaires à la fois, & dans une poſition en longitude quelconque, quoique toujours dans le plan de l'Equateur. Nous conſidérerons auſſi ſur la Terre un Point quelconque dans l'Equateur, pour voir combien la Mer doit être plus haute ou plus baſſe dans ce Point, qu'elle ne ſeroit ſans l'action des Luminaires. C'eſt ici une Queſtion des plus eſſentielles pour notre ſujet. Souvenons-nous cependant, que ☾ ſignifie la hauteur de toute la variation des eaux d'une Marée, en tant qu'elle eſt produite par la ſeule action du Soleil, & ☌ la même choſe pour la Lune.

PROBLEME.

VIII.

Fig. 9. Soit dans la neuviéme Figure $b ☾ d ☌$, l'Equateur de la Terre parfaitement circulaire, tel qu'il ſeroit ſans l'action des deux Luminaires: ſuppoſons le Soleil dans la Ligne prolongée db, & la Lune dans la Ligne prolongée $☌☾$; & ſoit un point Z donné de poſition: trouver la hauteur yz, qui marque l'élevation de la Mer pour ledit point Z produit par les deux Luminaires.

SOLUTION.

Suppoſons que le Soleil éleve les eaux en b de la hauteur Bb, & la Lune de la hauteur B☾ au Point ☾. On aura par les précedentes Propoſitions $Bb = \frac{2}{3}☾$, & B☾ $= \frac{2}{3}☌$: qu'on partage la hauteur cherchée yz en deux parties yr, & rz, dont la premiere convienne à l'action de la Lune, & l'autre à l'action du Soleil: ſoit le Sinus total $= 1$, le Sinus de l'Angle donné $bCz = \frac{e}{b}$; le Sinus de l'Angle ☾Cz pareillement donné $= \frac{f}{b}$: de cette maniere, nous aurons

en vertu du III. $\S. rz = \frac{3ss-bb}{3bb} \times \mathfrak{C} = \frac{2bb-3\sigma\sigma}{3bb} \times \mathfrak{C}$, & pareillement $yr = \frac{2bb-3\varepsilon\varepsilon}{3bb} \times \mathfrak{d}$, & par conſéquent

$$yz = \frac{2bb-3\sigma\sigma}{3bb} \times \mathfrak{C} + \frac{2bb-3\varepsilon\varepsilon}{3bb} \times \mathfrak{d}.$$ C. Q. F. T.

Corollaire.

IX.

On voit par cette Solution la loi qu'il faudroit obſerver pour conſtruire une Table, qui marquât pour chaque âge de la Lune, & pour chaque moment, les hauteurs des Marées, en ſuppoſant le Point z changer continuellement de poſition, juſqu'à ce qu'il ait fait le tour : voyons à préſent quel eſt le Point Z, qui marque la plus grande hauteur yz, les Poles b & $\mathfrak{C}$ étant donnés de poſition.

Lemme.

X.

Si le Sinus de l'Angle bCz eſt appellé, comme ci-deſſus, $\frac{\sigma}{b}$; le Sinus de l'Angle $\mathfrak{C}Cz$, $\frac{\varepsilon}{b}$; le Sinus de la ſomme de ces deux Angles, c'eſt-à-dire, le Sinus de l'Angle $bC\mathfrak{C}$, $\frac{m}{b}$; je dis qu'on aura

$$\rho = \frac{m\sqrt{(bb-\sigma\sigma)} - n\sigma}{b}, \text{ \&}$$

$$\rho = \frac{mmbb+nn\sigma\sigma-mm\sigma\sigma-2mn\sigma\sqrt{(bb-\sigma\sigma)}}{bb}.$$

Je n'ajoûterai pas la démonſtration de ce Lemme : mais il eſt pourtant bon d'avertir ici, qu'en cherchant la valeur de ρ, qui marque le Sinus de la différence de deux Angles donnés par leurs Sinus ; on tombe facilement dans une autre expreſſion beaucoup plus prolixe, & qui rend le Calcul du Problême, que nous allons expoſer, preſque impraticable.

PROBLEME.

XI.

Trouver les Points Z, où les hauteurs yz soient les plus grandes.

SOLUTION.

La nature de notre Problême demande, que la différentielle de yz, sçavoir $\frac{-2\zeta\sigma d\sigma - 2\delta\varrho d\varrho}{3bb}$ (*§. VIII.*) soit $=0$, ou bien $\varrho d\varrho = \frac{-\zeta}{\delta}\sigma d\sigma$.

Et si l'on différentie l'équation seconde du précedent Lemme, on trouve, prenant les quantités m, n & b pour constantes, & σ pour variable,

$$\varrho d\varrho = \frac{nn\sigma d\sigma - nm\sigma d\sigma}{bb} + \frac{2mn\sigma\sigma - nmbb}{bb\sqrt{(bb-\sigma\sigma)}}\, d\sigma.$$

En comparant ces deux valeurs de $\varrho d\varrho$, on trouve une nouvelle équation, à laquelle on pourra donner une telle forme,

$$\left(-\frac{\zeta}{\delta}\, bb\sigma + mm\sigma - nn\sigma\right)\sqrt{bb-\sigma\sigma} = 2mn\sigma\sigma - mnbb:$$

si l'on suppose pour abréger la Formule $\frac{-\zeta bb}{\delta mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m} = A$, on trouve après une reduction entiere de l'équation, le Sinus de l'Angle bCz, ou

$$\frac{\sigma}{b} = \pm\sqrt{\left(\frac{1}{2} \pm \frac{A}{2\sqrt{(4+AA)}}\right)}.$$ C. Q. F. T.

SCHOLIE.

XII.

Il ne sera pas difficile de reconnoître dans chaque cas, quel choix on doit faire des Signes ambigus. Mais pour faciliter la chose, & pour en donner une idée d'autant plus distincte, on pourra faire les remarques qui suivent.

1°. Que notre Formule marque en même tems quatre Points z, Z, s & S; que les deux premiers diametralement opposés,

opposés, marquent que la Mer y est la plus haute, & les deux autres diametralement opposés marquent que la Mer x est la plus basse, & que l'Arc $z\,s$ est toujours de 90°, ce que l'on connoît de ce que $\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{A}{2\sqrt{4+AA}}}$, exprimant le Sinus d'un Angle, son Cosinus est exprimé par $\sqrt{\left(\frac{1}{2}-\frac{A}{2\sqrt{4+AA}}\right)}$.

2°. Que l'Angle $b\,C\,\mathfrak{C}$ étant aigu, le Point z tombe entre les Points b & $\mathfrak{C}$, que si cet Angle est droit, le Point z tombe précisément sur $\mathfrak{C}$ (en supposant la Force lunaire plus grande que la Force solaire, comme elle l'est sans doute); & enfin, lorsque l'Angle $b\,c\,\mathfrak{C}$ est obtus, que le Point z tombe au-dela du Point $\mathfrak{C}$, l'Arc $b\,z$ devenant plus grand que l'Arc $b\,\mathfrak{C}$, avec cette loi, que le Point z s'approche reciproquement du Point d, tout comme il s'étoit éloigné du Point b. Enfin, qu'il y a autant de racines inutiles, qu'il faut rejetter, mais qu'il faudroit adopter, si la Force solaire surpassoit la Force lunaire.

Corollaire I.

XIII.

On trouve le Sinus de l'Angle $\mathfrak{C}\,C\,z$ exprimé par $\frac{e}{b}$ de la même façon, que nous avons trouvé le Sinus de l'Angle $b\,C\,z$. On voit même que sans faire le Calcul de nouveau, on n'a qu'à renverser les lettres $\mathfrak{C}$ & $\mathfrak{d}$ dans la valeur de A, indiquée au §. XI. & supposer $-\frac{\mathfrak{d}\,b\,b}{\mathfrak{C}\,m\,n}+\frac{m}{n}-\frac{n}{m}=B$, & on aura $\frac{e}{b}=\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\pm\frac{B}{2\sqrt{(4+BB)}}\right)}$.

Corollaire II.

XIV.

Considérant l'Angle $b\,C\,\mathfrak{C}$ comme variable, on voit que l'Angle $\mathfrak{C}\,C\,z$, qui marque l'Angle horaire entre le moment

de la plus haute Marée, & celui du paſſage de la Lune par le Méridien, peut faire un *maximum*, ou plus grand, puiſqu'il eſt $= o$, tant lorſque l'Angle $b C \mathfrak{C}$ eſt nul, que lorſqu'il eſt égal à un droit: nous allons déterminer cet Angle dans la Propoſition ſuivante.

PROBLEME.

XV.

Déterminer l'Angle $b C \mathfrak{C}$ tel que ſon Angle $\mathfrak{C} Cz$ devienne le plus grand, qu'il eſt poſſible.

SOLUTION.

Pour déterminer l'Angle en queſtion, il faut faire $d\varrho = o$, or ϱ étant exprimé par des conſtantes, & par la variable B (*§. XIII.*) il faut ſuppoſer $dB = o$, c'eſt-à-dire, que la différentielle de la quantité $\frac{-\delta bb}{\mathfrak{C} mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$, doit être ſuppoſée égale à zero, en conſidérant les lettres m & n comme variables: ſubſtituons pour n ſa valeur $\sqrt{bb - mm}$ (*§. X.*) nous aurons $B = \frac{-\delta bb + 2\mathfrak{C} mm - \mathfrak{C} bb}{\mathfrak{C} m \sqrt{bb - mm}}$, dont la différentielle devient nulle, en faiſant

$$\frac{m}{b} = \sqrt{\frac{\mathfrak{C} + \delta}{2\delta}}.$$

COROLLAIRE.

XVI.

Si $\mathfrak{C}$ étoit $= \delta$, c'eſt-à-dire, ſi les deux Luminaires avoient une force égale, pour mettre la Mer en mouvement, on auroit $m = b$. Mais la Force lunaire étant plus grande que la Force ſolaire, m devient plus petit que b: cependant l'Angle $b C \mathfrak{C}$ ne deviendra jamais moindre que de $45°$.

On remarquera auſſi, qu'il y a quatre Points, tels que $\mathfrak{C}$, dont deux ſont autant éloignés du Point b, que les deux autres le ſont du Point d; & que dans ces quatre Points,

la haute Marée vient alternativement après & avant le paſſage de la Lune par le Méridien.

Nous allons voir à préſent, comment on doit appliquer tout ce que nous venons de dire pour trouver l'heure des Marées, & pour faire voir, combien notre Théorie bien ménagée s'accorde là-deſſus avec les Obſervations.

CHAPITRE VI.

Sur l'heure moyenne des Marées pour toutes les Lunaiſons.

I.

ON a été de tout tems ſoigneux à bien remarquer l'heure des hautes & baſſes Marées, pour établir là-deſſus, autant qu'il eſt poſſible, des regles pour l'utilité de la Navigation; & quoiqu'il ſoit impoſſible de donner des regles générales & exactes, on n'a pas laiſſé de continuer ces recherches. Mais je ne ſçache pas qu'on ſe ſoit encore aviſé de raiſonner là-deſſus autrement, que par *induction* ſur un grand nombre d'Obſervations, pendant que c'eſt ici une matiere, qui dépend beaucoup de la Géometrie pour l'eſſentiel, & que ce n'eſt que par rapport à quelques circonſtances, qu'on eſt obligé de recourir aux Obſervations, pour établir des regles: & cela eſt ſi vrai, que la ſeule Théorie m'a fait voir pluſieurs Points, dont je n'étois pas encore inſtruit par la lecture. Voyons donc avant toutes choſes, juſqu'où la Théorie peut aller, pour éclaircir notre ſujet: nous nous attacherons encore aux hypotheſes marquées au XIX. §. du Chap. IV. que je prie le Lecteur de relire. Nous irons enſuite plus loin, & nous examinerons, quelle correction il faudra employer à l'égard de chaque hypotheſe, lorſqu'elle eſt en quelque façon changée.

II.

Il eſt bon d'avertir ici le Lecteur, lorſque je parlerai des deux Marées qui ſe ſuivent, que j'entends deux Marées pareilles, qui ſe ſuivent au bout de 24 heures, en ſautant la Marée intermediaire; nous éviterons par-là de certaines petites inégalités, qu'on a obſervées, lorſqu'on a comparé enſemble les deux Marées, qui ſe font dans un même jour. Si l'on veut comparer enſemble des Marées, qui ont pluſieurs jours d'intervalle, nous choiſirons celles qui ſe font pendant que la Lune eſt au-deſſus de l'Horiſon.

III.

Il eſt clair, que ſi la Lune avoit infiniment plus de force que le Soleil, la haute Marée répondroit préciſément au paſſage de la Lune par le Méridien, & l'intervalle d'une Marée à l'autre, ſeroit d'un jour lunaire précis; & ſi au contraire la Force du Soleil ſurpaſſoit infiniment la Force lunaire, la Marée ſe feroit au moment du paſſage du Soleil par le Méridien, & l'intervalle d'une Marée à l'autre, ſeroit préciſément d'un jour ſolaire. Mais comme les deux dites Forces ſont, ſuivant toutes les Obſervations, comparables entre elles, on voit que le vrai tems de la haute Marée doit dépendre du paſſage par le Méridien de l'un & de l'autre Luminaire: mais il aura toujours plus de rapport avec la Lune, qu'avec le Soleil, parce que la Force lunaire eſt, ſans contredit, plus grande que la Force ſolaire. Nous verrons dans la ſuite, qu'il y a quatre ſituations de la Lune, dans leſquelles l'intervalle de deux Marées qui ſe ſuivent, eſt préciſément d'un jour lunaire; & qu'en deçà, ou en delà de ces quatre Points, les Marées doivent néceſſairement avancer ou retarder ſur le tems d'un jour lunaire: nous déterminerons ces accélerations & retardemens, qui ſont fort inégaux, & nous ajoûterons pluſieurs autres Remarques ſur cette matiere, qui l'éclairciront plus que toutes les Obſer-

vations, qu'on a faites jusqu'ici. Il est vrai que ces déterminations dépendent du rapport qu'il y a entre les Forces des deux Luminaires, que ce rapport est encore incertain, & qu'il est même variable : mais j'indiquerai quels sont les moyens les plus sûrs, pour le déterminer d'abord dans de certaines circonstances, & ensuite généralement. Avant que de traiter cette Question, qui est une des plus utiles, & des plus essentielles, nous déterminerons généralement le vrai tems des hautes & basses Marées, en supposant le rapport entre les forces des deux Luminaires connu.

IV.

Soit dans la dixiéme Figure *b a d c* l'Equateur, dans le plan duquel les deux Luminaires sont encore supposés se mouvoir de *b* vers *a*, pendant que l'Equateur de la Terre se tourne dans le même sens autour de son Centre *C*. Prenons dans l'Equateur un Point *b*, & considérons les Luminaires se trouver dans leur Conjonction au Point *b*, c'est-à-dire, étant l'un & l'autre dans la Ligne prolongée *d b*; on voit qu'en ce cas la haute Marée doit être dans ce moment-là en *b*, & précisément à midi. *Fig.* 10.

V.

Voyons à présent ce qui doit arriver un, deux, trois, &c. jours après : supposons pour cet effet, que le Soleil se trouvant encore à midi au Point *b*, la Lune réponde au Point ☾ : la haute Marée répondra dans ce moment au Point *z*, & les Arcs *b z*, ☾ *z* se déterminent par les §. §. XI. & XIII. du Chap. V. il faut donc que le Point *b* parcoure dans l'Equateur l'Arc *b z*, pour se trouver dans l'endroit de la plus haute Marée ; car on peut négliger les petits Arcs, que les Luminaires parcourent, dans le tems que le Point *b* de l'Equateur parcourt l'Arc *b z*. On voit donc, que si l'on veut regler le tems des hautes Marées après le tems vrai, on doit prendre l'Arc *b z* pour l'Arc horaire,

qui marque l'heure de la haute Marée de ce jour-là.

Cette regle ſuppoſe le Point ☾ en repos, pendant le tems qui convient audit Arc horaire bz; mais il eſt facile de corriger cette ſuppoſition : car nous verrons dans la ſuite, que l'Arc bz eſt preſque égal à l'Arc $b☾$; & cela étant, il eſt clair, qu'on n'a qu'à ſubſtituer des heures lunaires aux heures ſolaires, qui répondent à l'Arc bz, pour corriger ladite ſuppoſition.

VI.

Nous venons de montrer, comment on peut déterminer le vrai tems des hautes Marées, en le rapportant au midi, c'eſt-à-dire, au paſſage du Soleil par le Méridien : voici à préſent, comment on peut déterminer l'heure des hautes Marées, en la rapportant au paſſage de la Lune par le Méridien, qu'on connoît par les Éphémerides : on peut le faire immédiatement par le moyen de l'Arc $☾z$: nous verrons que le Point z ne ſçauroit s'éloigner du Point ☾ au-delà d'environ dix dégrés, qui répond à 40 minutes de tems, pendant lequel cet Arc ne ſçauroit varier ſenſiblement; d'où il ſuit que ce petit Arc $☾z$ marquera toujours l'Arc horaire entre le moment du paſſage de la Lune par le Méridien & le moment de la haute Marée.

VII.

L'Arc $☾z$ étant tantôt négatif, tantôt affirmatif, comme il paroît par le XIII. Art. du Chap. V. on voit que la haute Marée ſuivra le paſſage de la Lune par le Méridien, depuis les Syzygies juſqu'aux Quadratures, & qu'elle le précedera depuis les Quadratures juſqu'aux Syzygies : on voit encore par l'Art. XV. du Chap. V. que l'Arc $☾z$ fait un *maximum*, lorſque le Sinus de l'Arc $b☾$ eſt $= \sqrt{\frac{☾+☉}{2☉}}$: c'eſt alors que la haute Marée retarde ou avance le plus ſur le paſſage de la Lune par le Méridien : & comme vers ce tems-là les Points ☾ & z peuvent être cenſés avoir un

mouvement égal, l'intervalle d'une Marée à l'autre, ſera alors préciſément d'un jour lunaire : & cet intervalle peut être appellé intervalle moyen entre deux Marées qui ſe ſuivent : il eſt de 24 heures $50\frac{1}{2}$ minutes, en prenant 29 jours 12 heures 44 minutes, pour le tems moyen d'une Conjonction à l'autre.

On remarquera encore que l'intervalle d'une Marée à l'autre, eſt le plus petit dans les Syzygies, & le plus grand dans les Quadratures.

VIII.

Pour déterminer analytiquement les propriétés, que nous venons d'indiquer en gros, nous ſuppoſerons, que la Lune répondant au Point m, & la haute Marée étant dans ce moment-là au Point n, l'Arc mn ſoit alors le plus grand qu'il eſt poſſible. Soit outre cela encore le Sinus total $= 1$, le Sinus de l'Arc $mb = m$, ſon Coſinus $= n$. Cela étant, nous avons déja dit, & nous le remarquerons encore ici :

1°. Qu'on aura $m = \sqrt{\frac{\mathfrak{C}+\mathfrak{d}}{2\mathfrak{d}}}$.

2°. Qu'on peut déterminer la grandeur de l'Arc mn par le moyen du XIII. §. Chap. V. où nous avons démontré, que généralement le Sinus de cet Arc eſt

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right)}$$

en ſuppoſant $B = \frac{-\mathfrak{d}bb}{\mathfrak{C}mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$. Pour appliquer cette regle générale à notre cas particulier, il faut ſuppoſer $b = 1$; $m = \sqrt{\frac{\mathfrak{C}+\mathfrak{d}}{2\mathfrak{d}}}$, & $n = \sqrt{\frac{\mathfrak{d}-\mathfrak{C}}{2\mathfrak{d}}}$: après ces ſubſtitutions, on trouve le Sinus de l'Arc $mn = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{\mathfrak{d}\mathfrak{d}-\mathfrak{C}\mathfrak{C}}}{2\mathfrak{d}}\right)}$; & comme $\mathfrak{d}$ eſt beaucoup plus grand que $\mathfrak{C}$, on peut cenſer le Sinus de l'Arc mn être ſimplement $= \frac{\mathfrak{C}}{2\mathfrak{d}}$.

3°. Qu'on déterminera la grandeur de l'Arc nb, par le moyen du XI. §. Chap. V. Il eſt remarquable que cet Arc ne dépend point du rapport, qui eſt entre la Force lunaire

$\mathcal{S}$, & la Force solaire $\mathcal{C}$; car il est toujours de 45 dégrés.

4°. Que si la Lune est supposée dans un Point quelconque $\mathcal{C}$, les Arcs $b\,z$ & $\mathcal{C}z$ peuvent se déterminer par le moyen des XI. & XIII. §. §. du Chap. V. comme nous avons déja dit : mais si l'on suppose le Point $\mathcal{C}$ bien près du Point b, nos Formules font voir, qu'on peut censer alors le Sinus de l'Arc $\mathcal{C}z = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{C}+\mathcal{S}} \times m$, & le Sinus du petit Arc $b\,z = \frac{\mathcal{S}}{\mathcal{C}+\mathcal{S}} \times m$. Cette Formule nous servira à determiner combien les Marées priment vers les Syzygies.

5°. Que si la Lune se trouve en α bien près de a, la haute Marée repondra dans ce moment au Point z' au-delà du Point α, & on trouvera par le XIII. Art. du Chap. V. si l'on traite bien l'équation qui y est marquée, le Sinus du petit Arc $\alpha\,z = \frac{\mathcal{C}}{\mathcal{S}-\mathcal{C}} \times n$, en prenant pour n le Cosinus de de l'Arc $b\,\alpha$, ou ce qui revient au même, le Sinus du petit Arc $a\,\alpha$. Cette valeur du petit Arc $\alpha\,z$ nous servira à déterminer, combien les Marées retardent vers les Quadratures.

Ces deux dernieres Remarques sont fondées sur ce que m ou n, étant comme infiniment petits, les quantités A & B deviennent comme infiniment grandes, & alors on peut substituer simplement $\frac{1}{A}$ & $\frac{1}{B}$ à la place des Quantités

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{A}{2\sqrt{4+AA}}\right)} \quad \& \quad \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right)} :$$

& après ces substitutions, on trouve les Sinus des petits Arcs, comme nous les avons déterminés.

IX.

Toutes ces propriétés, que nous venons d'établir, sont tout-à-fait conformes aux Observations. Mais pour en sentir toute la force, il faudroit toujours sçavoir le rapport qu'il y a entre les Forces $\mathcal{S}$ & $\mathcal{C}$, & c'est ce que j'ai déja dit, qu'on ne sçauroit déterminer immédiatement par les principes d'Astronomie, faute d'Observations assez justes sur la Lune ; il faut donc s'en tenir aux effets Physiques, que la Lune produit

produit sur la Terre, pour en déduire sa force; & je n'en connois point d'autres, que les Marées mêmes : mais il s'en faut servir avec beaucoup de circonspection. Comme c'est ici un point très-essentiel, je n'ai pas voulu manquer de le considérer avec toute l'attention qu'il mérite. Voici mes reflexions là-dessus.

X.

On pourroit déduire le rapport moyen entre les Forces ☉ & ☾ du rapport des plus hautes Marées, qui se font près des Syzygies, & des plus petites Marées aux Quadratures. Car on voit par le VIII. §. Chap. V. que la hauteur de la plus grande Marée doit être à celle de la plus petite Marée, comme $☉ + ☾$ est à $☉ - ☾$. Mais les hauteurs des Marées dans les Ports, où l'on fait les Observations, dépendent de tant de circonstances, qu'elles ne peuvent être tout-à-fait proportionnelles aux hauteurs des Marées dans la Mer libre; & c'est ce qui fait, qu'on trouve le rapport moyen entre les plus grandes & les plus petites Marées, assez différent dans des différents Ports.

M. Newton, qui a suivi cette Méthode, rapporte une Observation faite par Sturm au-dessous de Bristol, où cet Auteur a trouvé que les hauteurs de la plus grande & de la plus petite Marée ont été, comme 9 à 5, d'où il faudroit conclure, que $☉ = 3\frac{1}{2} \times ☾$. Cette Observation est bien éloignée de celle que j'ai reçûe dernierement faite à Saint Malo par M. Thouroud. La voici : » Dans » les grandissimes Marées, la Mer s'éleve de 50 pieds » en plomb au-dessus du bas de l'eau : dans les Marées » bâtardes, elle ne différe que de quinze pieds. » Si j'ai bien compris cette Observation, la plus grande Marée étoit à la plus petite, comme 50 à 15, ou comme 10 à 3; ce qui donneroit $☉ = \frac{13}{7} \times ☾$. Ces deux resultans sont bien différens : il est vrai, que le rapport de ☉ à ☾ est variable; mais cette variation ne sçauroit aller si loin; si la plus petite valeur de $\frac{☉}{☾}$ est $= m$, la plus grande valeur de $\frac{☉}{☾}$ sera environ $= \frac{3}{2} m$.

Il y a une autre refléxion à faire ſur cette Méthode de trouver le rapport entre les Forces des deux Luminaires: c'eſt que les Marées ſont une eſpece d'Oſcillations, qui ſe reſſentent toujours des Oſcillations précedentes: cette raiſon fait que les variations des Marées, ne ſçauroient être auſſi grandes qu'elles devroient être, ſuivant les Loix hydroſtatiques. Concevons un pendule attaché à une Horloge animée ſucceſſivement par des poids différens: On ſçait, que plus ces poids ſont grands, plus les Oſcillations du pendule deviennent grandes: mais en changeant les poids, les premieres Oſcillations ne prendront pas d'abord leur grandeur naturelle; elles ne s'en approchent que peu à peu. Il n'en eſt pas de même des durées des Oſcillations, lorſque le pendule eſt ſucceſſivement animé par différentes péſanteurs. Conſidérons d'abord un pendule ſimple animé par la péſanteur ordinaire, & qui faſſe ſes Oſcillations dans deux ſecondes de tems, & ſuppoſons enſuite la péſanteur devenir tout d'un coup quatre fois plus grande; je dis que la premiere Oſcillation, qui ſuivra ce changement, ſe fera de même que toutes les autres ſuivantes dans une ſeconde de tems.

Cette conſidération me porte à croire, que les Obſervations ſur les durées & ſur les intervalles des Marées ſont plus ſûres pour notre deſſein, que les hauteurs des Marées: ſi cette refléxion eſt bien fondée, on pourroit faire attention aux Méthodes ſuivantes, pour trouver le rapport moyen entre ☽ & ☾.

1°. Il faudroit pendant pluſieurs mois obſerver, quel eſt le plus petit intervalle de deux Marées. Nous avons dit au VI. §. que l'intervalle moyen eſt d'un jour moyen lunaire, que je ſuppoſe de 24 heures 50 minutes: mais il ſera moindre dans les Syzygies; quoique plus grand qu'un jour ſolaire, ou de 24 heures: ſuppoſons ce plus petit intervalle de 24 heures, & d'autant de minutes, qu'il y a d'unités dans N; & il faudra prendre dans la dixiéme Figure un Arc horaire b☾ de 50 minutes de tems: De cet Arc b☾, il faut prendre une partie ☾z, qui réponde à $(50 - N)$

minutes. Or par la IV. Remarque du VII. §. l'Arc $\mathcal{C}z$ est à l'Arc $b\mathcal{C}$, comme $\frac{\mathcal{C}}{\mathcal{C}+\delta} \times m$ est à m : d'où nous tirons cette analogie,

$$50 - N : 50 :: \mathcal{C} : \mathcal{C} + \delta,$$

& cette analogie donne

$$\delta = \frac{N}{50 - N} \times \mathcal{C}.$$

Soit N égal à 35 (c'est ainsi qu'on l'observe à peu près dans les Marées regulieres) & on aura $\delta = \frac{35}{15}\mathcal{C}$.

2° On pourroit aussi faire attention aux plus grands intervalles; si ce plus grand intervalle (qui se fait ordinairement après les Quadratures) étoit de 24 heures & d'autant de minutes, qu'il y a d'unités en M. On trouve par la même Méthode, que nous venons d'indiquer, & par la V. Remarque du VII. §. $\delta = \frac{M}{M - 50} \times \mathcal{C}$.

Soit $M = 85$ minutes (c'est à peu près la valeur que l'on observe) & on trouvera

$$\delta = \frac{85}{35} \times \mathcal{C}.$$

Voilà les deux Méthodes, que je crois les plus exactes; & la premiere doit l'emporter sur la seconde, parce que les Marées sont plus irrégulieres après les Quadratures, qu'après les Syzygies. Il y a encore plusieurs autres Méthodes pareilles à celles que je viens d'exposer, & dont j'ai fait en partie le Calcul; mais comme je ne suis pas assez content des Observations, sur lesquelles ces Méthodes sont fondées, je ne les mettrai pas ici. Je me contenterai de dire, qu'après tous les examens que j'ai faits, j'ai trouvé, que pour accorder, autant qu'il est possible, toutes les Observations qui déterminent le rapport entre δ & $\mathcal{C}$, il faut supposer la valeur moyenne de $\frac{\delta}{\mathcal{C}} = \frac{1}{4}$; la plus petite valeur de $\frac{\delta}{\mathcal{C}} = 2$, & sa plus grande valeur $= 3$. C'est donc sur ces suppositions que nous raisonnerons & calculerons dans la suite; & comme nous ne considérons encore toutes les circonf-

tances variables, que dans leur état moyen, nous ferons dans tout le reſte de ce Chapitre $\frac{\delta}{c} = \frac{1}{2}$.

M. Newton ſuppoſe $\frac{\delta}{c}$ environ $= 4$: mais j'ai déja dit, pourquoi ſa Méthode doit indiquer la valeur de $\frac{\delta}{c}$ plus grande qu'elle n'eſt : la raiſon en eſt, que ſi les Marées n'avoient point d'influence les unes ſur les autres, comme elles ont, les plus grandes Marées différeroient davantage des plus petites, & par-là on trouveroit la valeur de $\frac{\delta}{c}$ plus petite.

Avant que de finir cette digreſſion ſur le rapport entre la force de la Lune, & celle du Soleil, & d'en faire l'application à notre ſujet, je ferai ici une refléxion ſur les Forces abſolues de la Lune & du Soleil. Nous avons fait voir aux §. §. VIII. & XV. du Ch. IV. que dans l'hypotheſe de l'homogenéïté de la Terre adoptée par M. Newton, le Soleil ne ſçauroit faire varier les eaux au-delà de deux pieds, ni par conſéquent la Lune au-delà de cinq pieds. Ces deux Forces combinées enſemble pour les Quadratures feroient une Force abſolue à faire varier les eaux en pleine Mer de trois pieds de hauteur verticale pendant une Marée. Mais peut-on comprendre, que d'une variation de trois pieds en pleine Mer, il puiſſe provenir tous les effets des Marées aux Quadratures ? Encore eſt-il très-vraiſemblable, que la variation actuelle des eaux differe beaucoup de la variation entiere, que la Théorie indique comme poſſible : peut-être même, que la variation actuelle eſt à peine ſenſible par rapport à l'autre, & cela non-ſeulement à cauſe des empêchemens accidentels, tel que le frottement, l'imparfaite fluidité, &c ; mais encore à cauſe de l'inertie des eaux & du mouvement journalier de la Terre ; car on voit bien, que ſi ce mouvement journalier de la Terre étoit d'une viteſſe infinie, les Luminaires ne pourroient avoir aucun effet pour faire varier la Mer, quelque Force qu'ils euſſent. Je ſuis donc entierement perſuadé, que les Forces abſo-

lues des deux Luminaires ſont beaucoup plus grandes, que M. Newton ne les ſuppoſe, & tous ſes Commentateurs après lui, prenant l'homogenéïté de la Terre, pour une hypotheſe, ſur laquelle ils bâtiſſent tout leur Syſtême. Ces refléxions doivent donner beaucoup de poids à tout ce que nous avons dit au Chap. IV. où nous avons démontré, qu'en ſuppoſant, que les Denſités des Couches de la Terre augmentent depuis la circonférence vers le centre (ſuppoſition d'ailleurs extrêmement probable par pluſieurs raiſons Phyſiques, dont j'ai expoſé une partie au XIII. §. du Chap. IV.) on peut augmenter, tant qu'on veut, les effets de la Lune & du Soleil ſur la Terre. Après cet examen ſur les Forces, tant relatives, qu'abſolues des deux Luminaires, nous allons en faire uſage, pour conſidérer de plus près tout ce qui regarde la durée des Marées, leurs intervalles, & pour faire voir le merveilleux accord entre la Théorie & les Obſervations.

XI.

Les intervalles de deux Marées qui ſe ſuivent, ſont les plus petits dans le tems des Syzygies: leur intervalle moyen eſt alors de 24 heures 35 minutes, & les Marées priment chaque jour de 15 minutes ſur le mouvement de la Lune.

XII.

Les intervalles de deux Marées qui ſe ſuivent, ſont les plus grands dans le tems des Quadratures: ils ſont alors de 24 heures 85 minutes, c'eſt-à-dire, de 25 heures 25 minutes: les Marées retardent de 35 minutes par jour ſur le mouvement de la Lune. Cette grande inégalité doit rendre l'heure des Marées plus incertaine & plus irréguliere que dans les Syzygies; & c'eſt auſſi ce que l'on obſerve: mais ce n'eſt pas la ſeule raiſon.

XIII.

Les Marées répondront préciſément au paſſage de la

Lune par le Méridien, tant dans les Quadratures, que dans les Syzygies, ſi celles-ci ſe font auſſi au moment du paſſage de la Lune par le Méridien. Mais ſi les Quadratures & les Syzygies ne ſe font pas dans le moment du paſſage de la Lune par le Méridien, il faut des corrections. Dans les Syzygies, il faut une correction de 15 minutes pour un jour entier en vertu du XI. §. & par conſéquent $\frac{5}{8}$ de minutes par heure, que la haute Marée avancera ſur le paſſage de la Lune par le Méridien, ſi les Syzygies ſe font avant ce même paſſage; & que la haute Marée retardera ſur le paſſage de la Lune par le Méridien, ſi les Syzygies ſe font après ce paſſage. Dans les Quadratures il faut une correction de 35 minutes par jour, en vertu du §. XII. c'eſt-à-dire, environ une minute & demie par heure, que la haute Marée retardera ſur le paſſage de la Lune par le Méridien, ſi les Quadratures ſe font avant ledit paſſage; & qu'elle avancera, ſi les Quadratures ſe font après le paſſage de la Lune par le Méridien. Car près des points *b* & *a*, les Arcs $\mathfrak{C}\,z$ & $a\,z^1$ peuvent être cenſés proportionnels aux Arcs $b\mathfrak{C}$ & $a\,a$.

XIV.

Si au lieu de rapporter les hautes Marées aux jours lunaires, on vouloit conſidérer les jours ſolaires, on voit bien qu'il faut dire, que les hautes Marées, au lieu de primer de 15 minutes dans les Syzygies, retardent de 35 minutes dans un jour, ou d'environ une minute & demie par heure; & qu'elles retardent de 85 minutes par jour dans les Quadratures, ce qui fait environ trois minutes & demie par heure: de-là nous tirerons cette regle pour les Syzygies.

Il faut ajoûter à l'heure moyenne de la Marée dans les Syzygies une minute & demie par chaque heure, que les Syzygies auront devancé ladite heure moyenne, & en retrancher une minute & demie par chaque heure, que les Syzygies retarderont ſur la même heure moyenne.

Et pour les Quadratures nous aurons la regle ſuivante:

Il faut ajoûter, ou retrancher, dans les Quadratures de l'heure moyenne de la Marée, trois minutes & demie par chaque heure, que les Quadratures avanceront ou retarderont sur la même heure moyenne.

XV.

M. Cassini, dont les remarques ingénieuses sur les Marées m'ont servi de guide dans mes recherches, a donné par induction des regles pareilles, avec cette différence que dans les Syzygies, il a mis deux minutes par heure, au lieu d'une minute & demie ; & deux minutes & demie dans les Quadratures, au lieu de trois minutes & demie.

XVI.

Enfin nous remarquerons, que l'intervalle moyen de deux Marées qui se suivent, lequel intervalle est de 24 heures lunaires, ou 24 heures 50 minutes, n'est pas également éloigné des Syzygies & des Quadratures ; mais qu'il est beaucoup plus près des Quadratures, que des Syzygies : aussi pouvoit-on le prévoir facilement ; car comme toutes les accélerations depuis le Point *b* jusqu'au Point *m* (qui est celui, dont il est question ici) doivent compenser tous les retardemens depuis le Point *m* jusqu'au Point *a*, & que les accélerations sont beaucoup plus petites que les retardemens, on voit d'abord, que le Point *m* doit être plus près du Point *a*, que du Point *b*. Mais nous déterminerons exactement ce point *m* par le moyen de la premiere Remarque du VIII. §. où nous avons démontré que le Sinus de l'Arc *m b* est $= \sqrt{\frac{6+\delta}{2\delta}} = \sqrt{\frac{7}{10}} = 0{,}8366$, lequel Sinus répond à un Arc de $56^d.\ 47^m.$ L'Arc *m b* étant donc de $56^d.\ 47^m.$, l'Arc *m a* sera de $33^d.\ 13^m.$, & les deux Arcs *m b* & *m a* sont comme 3407 à 1993.

L'Arc *n b* étant toujours de 45 dégrés (*par la III. Remarque du VIII.* §.) nous avons l'Arc $m\,n = 11^d.\ 47^m.$; & cet Arc *m n* marque le plus grand intervalle possible entre

le passage de la Lune par le Méridien, & la haute Marée. Cet intervalle est donc de 47 minutes de tems : le passage de la Lune par le Méridien suivra la haute Marée depuis les Syzygies jusqu'aux Quadratures, & la précédera depuis les Quadratures jusqu'aux Syzygies. Mais le plus grand intervalle de l'un à l'autre (qui se fait environ $2\frac{1}{4}$ jours avant & après les Quadratures) ne surpasse jamais 47 minutes de tems.

XVII.

Toutes ces Propositions depuis le XI. §. jusqu'ici, nous donnent une idée claire des heures des hautes Marées, & de toutes leurs variations pour chaque âge de la Lune. Car, quoique nos démonstrations sont fort hypothetiques, elles n'en méritent pas moins d'attention ; je ferai voir dans le Chapitre suivant, comment on peut donner des corrections assez justes à l'égard de toutes les hypotheses que j'ai exposées au XIX. §. du Chap. IV. Mais pour donner toute la perfection qui est possible, à cette matiere, je montrerai plus précisément, comment on peut trouver l'intervalle entre le passage de la Lune par le Méridien, & la haute Marée, pour tout Arc donné entre les deux Luminaires ; après quoi je donnerai une Table, que j'ai pris la peine de calculer de dix en dix dégrés. Il sera facile après cela, moyennant les Ephémerides & des Interpolations, de déterminer l'heure des Marées généralement.

XVIII.

Soit donc encore le Soleil en b ; la Lune dans un Point quelconque m : la haute Marée en n. Soit le Sinus de l'Arc $mb = m$: le Sinus total $= 1$, le Cosinus de l'Arc $mb = n$: qu'on fasse (*§. XIII. Chap. V.*)

$$B = \frac{-3bb}{6mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m} = \frac{4mm-7}{2mn} :$$

on aura le Sinus de l'Arc mn (qui est l'Arc horaire entre le

le paſſage de la Lune par le Méridien & la haute Marée)

$$= V\left(\frac{1}{2} + \frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right).$$

Si l'on change cette Quantité radicale en ſuites, en faiſant attention que B eſt toujours un nombre négatif beaucoup plus grand que l'unité, on verra qu'on peut, ſans aucune erreur ſenſible, ſuppoſer le Sinus de l'Arc horaire $mn = \frac{1}{B} - \frac{3}{2B^3}$, & même ſimplement $= \frac{1}{B}$ près des Syzygies & des Quadratures. Voici à préſent la Table dont je viens de parler.

La *premiere* Colonne marque de dix en dix Dégrés l'Angle compris entre les deux Luminaires vûs du centre de la Terre environ l'heure de la haute Marée : la *ſeconde* marque le nombre de minutes, qu'il faut retrancher depuis les Syzygies juſqu'aux Quadratures, & ajoûter depuis les Quadratures juſqu'aux Syzygies à l'heure du paſſage de la Lune par le Méridien, pour trouver l'heure de la Marée ; & la *troiſiéme* marque la vraie heure de la haute Marée.

TABLE FONDAMENTALE

pour trouver l'heure moyenne des hautes Marées.

Distances entre les deux Luminaires en Dégrés.	*Tems de la haute Mer avant & après le passage de la Lune par le Méridien.*	*Heure de la haute Mer.*
0 Dégrés.	0 Minutes.	0 Heur. 0 Min.
10	11½ avant.	0 28½
20	22 avant.	0 58
30	31½ avant.	1 28½
40	40 avant.	2 0
50	45 avant.	2 35
60	46½ avant.	3 13½
70	40½ avant.	3 59½
80	25 avant.	4 55
90	0	6 0
100	25 après.	7 5
110	40½ après.	8 0½
120	46½ après.	8 46½
130	45 après.	9 25
140	40 après.	10 0
150	31½ après.	10 31½
160	22 après.	11 2
170	11½ après.	11 31½
180	0	12 0

XIX.

La Table que nous venons de donner, détermine généralement l'heure des hautes Mers pour les hypotheſes expoſées au XIX. §. Chap. IV. s'il eſt vrai que la raiſon moyenne entre les Forces de la Lune & du Soleil, ſoient comme 5 à 2. Je la crois à-peu-près telle, après avoir bien examiné toutes les Obſervations qui peuvent la déterminer: cependant, comme ces Obſervations ne ſont ni aſſez juſtes, ni en aſſez grand nombre, pour s'y fier entierement, je ne la donne pas encore pour tout-à-fait exacte : il eſt pourtant certain, que cette Table ne ſçauroit manquer d'avoir toute l'exactitude néceſſaire, les Marées étant ſujettes à pluſieurs irrégularités, dont on ne ſçauroit donner aucune meſure, & qui ſont de beaucoup plus grande conſéquence, que tout ce qu'il y a encore d'incertain dans la Table. Nous allons examiner avec quelles précautions & corrections on doit s'en ſervir.

CHAPITRE VII.

Qui contient à l'égard de pluſieurs Circonſtances variables, les Corrections néceſſaires pour les Théoremes & pour la Table du Chapitre précedent, & une Explication de pluſieurs Obſervations faites ſur les Marées.

I.

LEs Vents & les Courants irréguliers contribuent le plus à rendre les Marées incertaines & irrégulieres. Ils accéléreront & augmenteront le Flux, ou le retarderont & le diminueront, ſelon qu'ils ont une direction commune ou contraire avec le Flux naturel des eaux. Mais on

voit bien qu'il faut ſe contenter de ces effets, & qu'il eſt difficile & même impoſſible d'en marquer le détail, ou des meſures préciſes.

II.

La ſeconde circonſtance qui fait varier les Marées, eſt la ſituation du Port, ſa profondeur, ſa communication avec la Mer libre, la pente de ſon fonds & des environs, &c. Tout cela fait qu'il eſt impoſſible de marquer l'heure abſoluë des Marées dans les Ports, ou Bayes, ou Côtes différemment ſituées. Mais comme toutes ces circonſtances demeurent toujours les mêmes, on peut ſuppoſer qu'elles font le même effet ſur toutes les Marées; ſçachant donc combien la Marée eſt retardée dans les Syzygies, on le ſçaura auſſi à-peu-près dans toutes les autres ſituations de la Lune. Cette ſuppoſition eſt la ſeule reſſource qui nous reſte: j'avouë même qu'elle doit être fort peu exacte pour les différentes déclinaiſons des deux Luminaires à l'égard de l Equateur: il n'eſt pas vraiſemblable non plus, qu'elle ſoit également juſte pour les grandes Marées dans les Syzygies, & pour les Marées bâtardes dans les Quadratures. Mais avec tout cela, on ne doit pas la rejetter, pluſieurs Obſervations m'ayant fait voir, que moyennant cette correction, le cours des Marées répond aſſez bien à la Théorie. Il faut donc ſçavoir par un grand nombre d'Obſervations pour chaque endroit l'heure moyenne des hautes Mers dans les Syzygies, & ajoûter cette heure au tems marqué dans la ſeconde & troiſiéme Colonne de notre Table: c'eſt cette heure moyenne des hautes Mers dans les Syzygies, que les Mariniers appellent *heure du Port*: elle varie extrêmement dans les différens Ports, comprenant tout le tems & durée d'une Marée.

III.

Ce retard de l'heure moyenne des pleines Mers dans les Syzygies, à l'égard du midi, s'obſerve auſſi dans la Mer

libre, ou plutôt dans les Isles qui sont en pleine Mer : mais il n'est pas si grand, & vient d'une autre cause, sçavoir de l'inertie des eaux, qui les empêche d'obéir assez promptement, à cause de la viteſſe du mouvement journalier de la Terre. On peut appliquer ici tout le raisonnement que nous avons fait au VI. §. du Chap. III. pour expliquer la nutation de la Lune en longitude : On pourroit douter, si cette raison doit faire avancer ou retarder les Marées : Supposons donc, pour nous en éclaircir, que, tant les Luminaires, que la haute Marée, répondent à un même Point *b* dans la huitiéme Figure : comme le mouvement des Luminaires n'est pas sensible, par rapport au mouvement journalier de la Terre, nous les considérerons comme demeurant dans la ligne *d b* : l'Equateur de la Terre changera sa figure naturelle *b g d h* en *B G D H*; & cette figure *B G D H* tournant autour du Centre *C* de *B* vers *G*, le sommet *B* viendra quelque tems après en *y* : cela étant, si les eaux pouvoient se composer dans un instant dans un état d'équilibre, l'élevation *B b* devroit se changer en *y z*, & la force qui devroit produire ce changement, seroit exprimée par *B b — y z* : mais cette force étant infiniment petite, si l'Angle *B Cy* est infiniment petit, elle ne sçauroit produire tout son effet. On voit par-là, qu'il faut supposer l'Angle *B Cy* d'une grandeur considérable, & considérer ensuite le sommet *B* comme transporté en *y*, afin que la différence des pressions soit assez grande, pour conserver le sommet des eaux au Point *y*, malgré la rotation du Globe. Le vrai sommet étant donc en *y*, l'Angle *B Cy* sera l'Angle horaire, qui marquera les retardemens réels des hautes Marées sur le passage de la Lune par le Méridien. Là-dessus nous pourrons faire les Remarques qui suivent.

1°. Si les Luminaires ne sont pas en conjonction, & que le Soleil soit en *b*, & la Lune en ☾ (*Fig.* 9.) on pourra considérer la chose, comme si les Luminaires étoient en conjonction, mais dans la Ligne *C z*, déterminée de position au VIII. §. du Chap. V. & augmenter toujours l'An-

gle bCz de la neuviéme Figure, de l'Angle BCy, dont nous venons de parler : d'où il paroît que l'Angle horaire BCy doit toujours être ajoûté au tems marqué dans la troiſiéme Colonne de notre précedente Table : car la hauteur des Marées ne paroît pas devoir changer la choſe, puiſque les changemens de preſſion pour un petit tems donné, ſont proportionnels aux baiſſemens des eaux, qui doivent ſe faire pour conſerver le ſommet des eaux dans un même Point y.

2°. Si le mouvement journalier de la Terre étoit infiniment lent, l'Angle BCy ſeroit nul : mais il doit être plus grand, d'autant qu'on ſuppoſe le mouvement journalier plus grand & plus prompt ; & la différence des hauteurs entre les hautes & baſſes Marées, doit diminuer à proportion.

3°. Si la viteſſe du mouvement journalier étoit comme infinie, la pleine Mer répondroit preſque au Point G ; mais auſſi la différence des hautes & baſſes Mers ſeroit comme nulle. Il me ſemble après avoir bien conſidéré la choſe, que les hauteurs des Marées dans les Syzygies doivent être cenſées proportionnelles aux Sinus des Angles GCy dans la Mer libre, & que ſi la hauteur Bb ſans le mouvement journalier de la Terre eſt $= \mathfrak{G}$, elle ſera avec le mouvement journalier de la Terre $= \frac{C\alpha}{Cb} \times \mathfrak{G}$. Or, comme on a obſervé, que dans la Mer libre la haute Marée ſuit environ de deux heures le midi dans les Syzygies ; il faut ſuppoſer l'Angle BCy de 30 dégrés, & les forces abſolues des Luminaires doivent être ſuppoſées plus grandes en raiſon de $\sqrt{3}$ à 2 pour élever les eaux, autant qu'elles le ſeroient ſans le mouvement journalier de la Terre.

IV.

Nous avons encore fait voir, que ſans le concours des cauſes ſecondes, les plus grandes Marées devroient ſe faire dans les Syzygies, & les plus petites dans les Quadratures.

Cependant on a obſervé, que les unes & les autres ſe font un ou deux jours plus tard. Ce retardement eſt encore produit, ſinon pour le tout, au moins en partie, par l'inertie des eaux, qui doivent être miſes en mouvement, & qui ne ſçauroient obéir aſſez promptement aux forces qui les ſollicitent, pour leur faire ſuivre les loix que ces forces demanderoient. Il y a peut-être encore une autre cauſe, & M. Caſſini me paroit le ſoupçonner de même, quoiqu'il ne ſe ſerve pas de nos principes, la voici : c'eſt qu'il ſe pourroit bien que cette cauſe, qui nous eſt encore ſi cachée, & qui donne une tendance mutuelle aux Corps flottans & compoſans le ſyſtéme du monde ; que cette cauſe, dis-je, ne ſe communiquât pas dans un inſtant d'un Corps à l'autre, non plus que la lumiere. S'il y avoit, par exemple, un Torrent central de matiere ſubtile, & d'une étendue infinie, vers le centre de la Terre, & un ſemblable vers le centre de la Lune, ces deux Torrens pourroient produire la Gravitation mutuelle de ces deux Corps, & la viteſſe du premier pourroit être telle, qu'il fallût un ou deux jours à la matiere, pour parvenir depuis la Lune juſqu'à la Terre: en ce cas on voit bien que l'effet de la force lunaire ſur notre Océan, ſeroit le même, qu'il auroit été un ou deux jours auparavant dans la ſuppoſition que la Gravitation ſe communique dans un inſtant. Quoi qu'il en ſoit, comme ce retardement a été obſervé le même à-peu-près après les Syzygies & après les Quadratures, nous pouvons encore ſuppoſer, qu'il eſt le même, pendant toute la revolution de la Lune, c'eſt-à-dire, que les Marées ſont toujours telles, qu'elles devroient être, ſans leſdites cauſes, un ou deux jours auparavant.

Au reſte je n ai mis ici ce que je viens de dire ſur la cauſe qui pourroit produire la Gravitation mutuelle des Corps du Syſtême du Monde (Gravitation, qu'il n'eſt plus permis de revoquer en doute) que comme un exemple : je ne prétens pas expliquer ce Phénomene ; j'avoue meme, qu'il m'eſt encore tout-à-fait incompréhenſible : je ne crois pas non

plus que l'ACADE'MIE en ait voulu demander une explication ; je ſouhaiterois donc qu'on remarquât que ceux qui voudroient ſe ſervir d'autres principes, pour expliquer le Flux & Reflux de la Mer, ne le feroient qu'en apparence, & que tout ce qu'ils pourroient alleguer ne ſeroient que des efforts d'expliquer mécaniquement la Gravitation ou l'Attraction mutuelle du Soleil, de la Lune & de la Terre, ſans diſconvenir pour cela de nos principes au fond, leſquels ſont ſûrs, & doivent être conſidérés comme des faits averés par l'expérience.

V.

Je profiterai de cette occaſion, pour parler d'un des principaux Phénomenes, & pour répondre à une objection, qu'on pourroit nous faire là-deſſus, & dont l'éclairciſſement me paroît très-propre pour faire voir l'avantage de notre Méthode & de nos Calculs.

On a déterminé après un nombre infini d'Obſervations, que dans les Syzygies l'heure moyenne de la haute Mer eſt à Breſt à 3 heures 28 minutes, & dans les Quadratures à 8 heures 40 minutes; & que la différence n'eſt que de 5 heures 12 minutes depuis les Syzygies juſqu'aux Quadratures. Cette différence a été obſervée tout-à-fait la même à Dunkerque, & dans d'autres Ports; quoique les heures des Marées ſoient différentes aux divers Ports. C'eſt donc ici une Obſervation qui mérite beaucoup d'attention, comme générale & bien averée : cependant il eſt certain, que ſans les cauſes ſecondes, que nous avons déja indiquées, la différence entre les heures du Port pour les Syzygies, & pour les Quadratures, devroit être à-peu-près de 6 heures lunaires, c'eſt-à-dire d'environ 6 heures 12 minutes. Voici comment je détermine exactement cet intervalle.

L'heure moyenne de la haute Mer dans les Syzygies, eſt dans la Théorie pure préciſément à midi, puiſqu'il faut conſiderer les Syzygies, comme tombant préciſément ſur l'heure du midi. Si les Syzygies ſe faiſoient plus tard, la haute

haute Mer arriveroit plus tôt & reciproquement; & les accélerations compenſent parfaitement les retardemens après un grand nombre d'obſervations. L'heure moyenne de la haute Mer dans les Quadratures, doit être de même cenſée celle qui ſe fait, lorſque la Quadrature ſe fait préciſément à midi; car, lorſqu'il eſt queſtion d'un certain jour, il en faut prendre le milieu, c'eſt-à-dire l'heure du midi, afin que les différences ſe détruiſent ou ſe compenſent les unes les autres. Soit donc (*dans la dixiéme Figure*) le Soleil au Zenith *b*, & la Lune en *a* à 90 dégrés du Zenith, ou à l'Horiſon: cela étant, on voit que ſi la haute Mer eſt ſuppoſée ſe faire préciſément au moment du paſſage de la Lune par le Méridien, elle doit ſe faire 6 heures lunaires après midi; car le Point *b* doit faire, par le mouvement journalier de la Terre, l'Arc horaire *b a α* (ſuppoſant que le paſſage de la Lune par le Méridien, qui a été à l'heure du midi en *b*, réponde au Point *α*); mais pour parler plus préciſément, la Lune & le Méridien ſe trouvant en *α*, la haute Marée répondra au Point z^1, & l'Arc *α z* ſera égal aux deux tiers du petit Arc *a α* (*§. XIII. Chap. VI.*) c'eſt donc l'Arc *b a* z^1 qui marque l'heure moyenne de la haute Mer dans les Quadratures: l'Arc *b a* eſt de 90 dégrés; le petit Arc *a α* eſt d'environ 3 dégrés, & l'Arc *α* z^1 de 2 dégrés, & par conſéquent l'Arc *b a* z^1 de 95 dégrés, qui donne un tems de 6 heures 20 minutes, qui devroit être *in abſtracto* l'heure moyenne de la haute Mer dans les Quadratures, pendant que celle des Syzygies eſt à midi. D'où vient donc, me demandera-t-on, que, ſuivant les Obſervations, on ne trouve que 5 heures 12 minutes à la place de 6 heures 20 minutes. Je répons que c'eſt cette même anticipation des Syzygies & des Quadratures à l'égard des plus grandes & des plus petites Marées, dont nous avons parlé dans le précedent Article, qui en eſt la cauſe. Il eſt ſi vrai, que c'eſt ici la véritable raiſon, que la quantité de cette anticipation répond parfaitement bien à l'intervalle des heures moyennes des hautes Mers pour les Syzygies & les Quadratures.

Nous en pourrons même déterminer plus exactement ladite anticipation, ſur laquelle on eſt encore bien diviſé, les uns la faiſant d'un jour, d'autres de deux, pendant qu'on a déterminé aſſez exactement, & d'un commun accord l'autre Point.

Prenons d'abord le terme de deux jours, comme le plus généralement adopté, en conſidérant que les Marées ſe reglent après les Luminaires, tels qu'ils ont été deux jours auparavant: imaginons-nous les Syzygies ſe faire en *b* (*Fig.* 11.) & les Quadratures en *b* & *a*: l'effet des Luminaires ſera, en vertu de notre ſuppoſition, dans le tems des Syzygies, comme ſi le Soleil étoit en *b*, & la Lune en ☾, en prenant l'Arc *b* ☾ d'environ $25\frac{1}{4}$ dégrés; & le même effet dans les Quadratures ſera comme ſi le Soleil étant en *b*, la Lune ſe trouvoit en ☾', en donnant à l'Arc *b* ☾' environ $64\frac{1}{4}$ dégrés; dans les Syzygies, la haute Mer répond au Point *z*, & dans les Quadratures au Point *z*'. C'eſt donc l'Arc *z b z*' qui exprime l'Arc horaire entre l'heure moyenne de la haute Mer des Syzygies & celle des Quadratures (ſubſtituant toutefois des heures lunaires à la place des heures ordinaires, à cauſe du mouvement de la Lune.) Or la Table miſe à la fin du précedent Chapitre, fait voir par le moyen des interpolations, que la Lune étant avant les Syzygies à $25\frac{1}{4}$ dégrés du Soleil, l'heure de la haute Mer eſt à 10 heures 46 minutes du matin; & que la Lune étant après les Syzygies à $64\frac{1}{4}$ dégrés du Soleil, la haute Mer ſe fait à 3 heures 35 minutes du ſoir: l'intervalle eſt donc de 4 heures 49 min. tems lunaire, ou d'environ 5 heures, tems ordinaire. Ce reſultat répond déja aſſez bien à l'Obſervation, qui le donne de 5 heures 12 minutes. *Fig.* 11.

Mais ſi au lieu de deux jours on prend $\frac{8}{5}$ jours, ou environ 39 heures, qui répond à-peu-près à 20 dégrés de diſtance de la Lune depuis les Syzygies & les Quadratures, l'heure moyenne de la haute Mer le jonr des Syzygies, ſera en vertu de la Table, à 11 heures 2 minutes du matin, & le jour des Quadratures, à 3 heures $59\frac{1}{2}$ minutes du ſoir; & l'intervalle

de l'une à l'autre ſera de 4 heures $57\frac{1}{2}$ minutes tems lunaire, qui fait à-peu-près 5 heures 8 minutes. Et enfin on trouve une conformité exacte entre les deux points en queſtion, en donnant un jour & demi au retardement des Marées, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant que l'état des Marées eſt tel qu'il devroit être naturellement, un jour & demi plutôt: c'eſt alors que l'intervalle de l'heure moyenne de la pleine Mer aux Syzygies à l'heure pareille aux Quadratures, devient de 5 heures 12 minutes, tel qu'un grand nombre d'Obſervations l'a donné: auſſi ce terme d'un jour & demi, eſt-ce celui qui eſt le plus conforme aux Obſervations, & en conſultant les Tables qui ſont dans les Memoires de l'Académie de l'année 1710. pag. 330. & 332. & prenant la différence moyenne, on trouve fort à-peu près la même valeur. Toutes ces circonſtances, l'explication naturelle de ce Phénomene, ſa conformité avec toutes les Obſervations faites juſqu'ici, & ſon uſage pour déterminer au juſte un des points des plus eſſentiels, qu'on n'a connu encore que par tatonnement, font bien voir la juſteſſe & la ſupériorité de nos Méthodes. *

VI.

Les autres corrections que l'on doit apporter aux Formules & à la Table du précedent Chapitre, regardent l'hypotheſe que nous avons faite, pour rendre d'abord la Queſtion & les Calculs plus faciles; ſçavoir *que les deux Luminaires ſont des Cercles parfaits autour de la Terre, & cela dans le plan de l'Equateur.* Cette ſuppoſition entraîne celle d'une égalité parfaite dans les diſtances des Luminaires à la Terre, auſſi-bien que dans leur mouvement, & elle fait outre cela leur déclinaiſon, à l'égard de l'Equateur, nulle. Voyons donc à préſent ce que les différentes diſtances, l'inégalité des viteſſes & l'obliquité des orbites peuvent faire ſur l'heure des Marées.

* Je vois après avoir fini cette Piece, que M. Caſſini a déja indiqué ce que notre Remarque contient de Phyſique. Voy. les Mem. de l'Ac. des Sc. de 1714. p. 252.

VII.

Les différentes distances des deux Luminaires à l'égard de la Terre changent le rapport de leurs forces sur la Mer; & c'est cependant de ce rapport que dépendent presque toutes les Propositions du précedent Chapitre. Nous avons supposé ce rapport pour les distances moyennes de la Lune & du Soleil, comme 5 à 2, fondés sur un grand nombre d'Observations, qui doivent nous confirmer dans cette supposition, à l'égard des variations des distances, après avoir remarqué & démontré la Proposition qui suit :

Les Forces de chaque Luminaire sur la Mer sont en raison reciproque triplée de leurs distances à la Terre.

En voici la Démonstration. Nous avons dit & démontré au Chapitre quatriéme, que la Force de chaque Luminaire est généralement $= \frac{ngb}{Ga} \times b$, en entendant par n un nombre constant par $\frac{G}{g}$ le rapport de la pésanteur dans la region de la Terre vers le Luminaire à la pésanteur qui se fait vers le centre de la Terre, & par $\frac{b}{a}$ le rapport du rayon de la Terre b à la distance du Luminaire a : or comme les différentes distances ne changent que les quantités G & a, nous voyons que la Force de chaque Luminaire est constamment proportionnelle à $\frac{g}{a}$, & la quantité g, qui exprime la pésanteur vers le centre du Luminaire, étant reciproquement proportionnelle aux quarrés des Distances a, il s'ensuit que les Forces de chaque Luminaire sur la Mer, sont en raison reciproque triplée de leurs Distances à la Terre.

M. Newton a déja démontré cette Proposition, qui se confirme aussi par toutes les Observations faites sur les Marées, quand on en fait une juste estime, & une application bien ménagée. La Proposition que nous venons de démontrer, nous enseigne qu'à la place de notre Equation fondamentale $\delta = \frac{5}{2} \mathfrak{C}$, employée dans le Chapitre précedent, il faut se servir de celle-ci plus générale

$$\delta = \frac{5}{2} \times \frac{l^3}{L^3} \times \frac{S^3}{s^3} \times \mathfrak{C}.$$

en dénotant par *l* & *s* les distances moyennes de la Lune & du Soleil à la Terre, & par *L* & *S* leurs Distances données quelconques; & là-dessus on pourra calculer toutes les Questions traitées ci-dessus pour des Distances quelconques entre les Luminaires & la Terre : mais nous ne considérerons que deux cas, 1°. Lorsque la Lune étant dans son Périgée, & la Terre dans son Aphelie, le rapport de ☽ à ☾ devient le plus grand; & 2°. Lorsque la Lune étant au contraire dans son Apogée, & la Terre dans son Perihelie, le rapport de ☽ à ☾ devient le plus petit. Nous donnerons 1000 parties à la distance moyenne de la Lune, 1055 à sa plus grande distance, & 945 à sa plus petite distance; & pour le Soleil, nous poserons les pareilles distances être en raison de 1000, 1017 & 983 : & nous aurons pour le *premier* cas ☽ = 3,115 ☾; & dans le *second* cas ☽ = 2,022 ☾.

Comme il ne s'agit ici que des petites corrections, nous supposerons simplement pour le premier cas ☽ = 3 ☾, & pour le second ☽ = 2 ☾; & afin que nos regles soient d'autant plus faciles dans l'application, nous n'aurons point d'égard aux variations du Soleil, comme n'étant presque d'aucune importance par rapport à celles de la Lune. Disons donc simplement, que dans le Perigée de la Lune, il faut mettre ☽ = 3 ☾, & dans l'Apogée ☽ = 2 *b*. Cela étant, voici les conséquences que nous en tirons.

1°. Un jour & demi après les Syzygies, l'intervalle de deux Marées qui se suivent, est dans le Périgée de 24 heures $27\frac{1}{2}$ minutes; & dans l'Apogée de 24 heures 33 minutes.

2° Un jour & demi après les Quadratures, le même intervalle est dans le Perigée de 25 heures 15 minutes; & dans l'Apogée de 25 heures 40 minutes. Voyez à l'égard de ces deux Propositions le §. VII. du Chap. VI.

3°. Le plus grand intervalle entre le passage de la Lune par le Méridien & la haute Mer (que nous avons vû au XVI. §. du Chap. VI. devoir se faire environ $2\frac{3}{4}$ jours avant & après les Quadratures, sans nos corrections, mais qui

ſera réellement environ $1\frac{1}{4}$ jours avant, & $4\frac{1}{4}$ après les Quadratures) eſt de 39 minutes environ le Perigée de la Lune, & d'une heure environ ſon Apogée. Ce plus grand intervalle ſe fait auſſi plus tôt dans le Perigée, & plus tard dans l'Apogée; la différence eſt d'environ un demi jour.

4°. Pour calculer la Table pareille à celle de ci-deſſus, mais qui ſerve pour le Perigée & pour l'Apogée de la Lune, nous remarquerons que les Sinus des petits Arcs horaires, qui marquent les intervalles entre le paſſage de la Lune & la haute Mer ſont toujours

$$= V\left(\frac{1}{2} + \frac{B}{2\sqrt{4+BB}}\right)$$

& qu'à la place de cette quantité, on peut ſubſtituer la valeur fort approchante $\frac{1}{B} - \frac{3}{2B^3}$ (*§. XVIII. Chap. VI.*) & même qu'on peut négliger ici, ſans le moindre ſcrupule, le ſecond terme, puiſqu'il ne s'agit que de petites corrections. Nous conſidérerons donc ces petits Arcs horaires, comme reciproquement proportionnels aux quantités B, c'eſt-à-dire, aux quantités $\frac{-\delta b b}{6mn} + \frac{m}{n} - \frac{n}{m}$. Et dans cette derniere quantité, nous pourrons encore rejetter ſans peine les deux derniers termes pour notre préſent deſſein, & dire par conſéquent, que pour les différentes valeurs de $\frac{\delta}{6}$, tout le reſte étant égal, les intervalles entre le paſſage de la Lune, & la haute Marée ſont reciproquement proportionnels aux valeurs de $\frac{\delta}{c}$, ou directement proportionnels aux valeurs de $\frac{6}{\delta}$. D'où il paroît que les nombres de la ſeconde Colonne de notre précedente Table, doivent être multipliés par la Fraction $\frac{5}{6}$ dans le Perigée, & par $\frac{1}{4}$ dans l'Apogée de la Lune, après quoi les nombres de la troiſiéme Colonne ſe déterminent comme dans la précedente Table. Mais quant aux nombres de la premiere Colonne, il faut les augmenter chacun d'environ 20 dégrés, à cauſe du retard d'un jour & demi expliqué au long dans ce Cha-

pitre, pendant lequel la Lune change de place à l'égard du Soleil d'environ 19 dégrés, à la place desquels je mettrai un nombre rond de 20 dégrés.

Voici donc à présent une Table corrigée à l'égard de toutes les circonstances exposées jusqu'ici. La premiere Colonne marque la distance qui est entre le Soleil & la Lune, environ le tems de la haute Mer, ou plutôt ici, environ le passage de la Lune par le Méridien. Les trois Colonnes suivantes marquent le nombre de minutes entre le passage de la Lune par le Méridien, & la haute Mer pour le Perigée, pour les Distances moyennes & pour l'Apogée de la Lune. Et les trois dernieres marquent les heures absolues des hautes Mers pour les Perigées, les Distances moyennes & les Apogées de la Lune. Et pour se servir de cette Table, il ne faudra plus qu'ajoûter aux nombres des six dernieres Colonnes l'heure moyenne du Port en vertu du III. §. La Table n'a été calculée que de dix en dix dégrés: les interpolations suppléeront avec assez de justesse à telle autre Distance entre les deux Luminaires, que les Ephémérides indiqueront. La même méthode des interpolations peut aussi être employée, lorsque la Lune se trouve à une Distance donnée de son Apogée ou Perigée.

TABLE PLUS GENERALE ET CORRIGE'E pour trouver l'heure des hautes Marées.

Distances entre les Luminaires au moment du passage de la Lune par le Meridien.	*Tems de la haute Mer avant & après le passage de la Lune par le Meridien en minutes de tems.*			*Table aprochante des heures de la haute Mer, dont on peut se servir au défaut des Ephémérides, qui marquent le passage de la Lune par le Meridien.*		
	Perigée de la Lune.	*Distance moyenne de la Lune.*	*Apogée de la Lune.*	*Perigée de la Lune.*	*Distance moyenne de la Lune.*	*Apogée de la Lune.*
				H. M.	H. M.	H. M.
0	18 après.	22 après.	27½ après.	0 18	0 22	0 27½
10	9½ après.	11½ après.	14 après.	0 49½	0 51½	0 54
20	0	0	0	1 20	1 20	1 20
30	9½ avant.	11½ avant.	14 avant.	1 50½	1 48½	1 46
40	18 avant.	22 avant.	27½ avant.	2 22	2 18	2 12½
50	26 avant.	31½ avant.	39½ avant.	2 54	2 48½	2 40½
60	33 avant.	40 avant.	50 avant.	3 27	3 20	3 10
70	37½ avant.	45 avant.	56 avant.	4 2½	3 55	3 44
80	38½ avant.	46½ avant.	58 avant.	4 41½	4 33½	4 22
90	33½ avant.	40½ avant.	50½ avant.	5 26½	5 19½	5 9½
100	21 avant.	25 avant.	31 avant.	6 19	6 15	6 9
110	0	0	0	7 20	7 20	7 20
120	21 après.	25 après.	31 après.	8 21	8 25	8 31
130	33½ après.	40½ après.	50½ après.	9 13½	9 20½	9 30½
140	38½ après.	46½ après.	58 après.	9 58½	10 6½	10 18
150	37½ après.	45 après.	56 après.	10 37½	10 45	10 56
160	33 après.	40 après.	50 après.	11 13	11 20	11 30
170	26 après.	31½ après.	39½ après.	11 46	11 51½	11 59½
180	18 après.	22 après.	27½ après.	0 18	0 22	0 27½

Cette

Cette Table ſuppoſe encore le plan des Orbites de la Lune & du Soleil être le même que celui de l'Equateur de la Terre, ce qu'il faut ſur-tout remarquer à l'égard des trois dernieres Colonnes. Mais cette ſuppoſition n'a pas beaucoup d'influence ſur les autres Colonnes; & les Ephémerides, qui marquent le paſſage de la Lune par le Méridien, ſuppléeront aux trois dernieres.

VIII.

Après avoir expoſé au long tout ce que les différentes diſtances des Luminaires, & ſur-tout de la Lune, à la Terre, peuvent contribuer pour faire varier l'heure des Marées, nous dirons auſſi un mot ſur l'inégalité du mouvement des Luminaires.

Cette inégalité ſeroit d'une très-grande importance, s'il falloit conſtruire une Table pour les heures des Marées, ſans ſe rapporter aux Tables & aux Ephémerides : mais elle ne nous eſt d'aucune conſéquence, puiſque nous ſuppoſons l'heure du paſſage de la Lune par le Méridien, auſſi-bien que l'Arc compris entre les deux Luminaires, connus par les Ephémerides. C'eſt la raiſon qui m'a engagé à rapporter l'heure des Marées au paſſage de la Lune par le Méridien, en donnant une Table, qui marque, combien la premiere avance ou retarde ſur l'autre.

IX.

Il nous reſte à conſidérer les inclinaiſons des Orbites à l'égard de l'Equateur : pour cet effet il faut concevoir un Cercle qui paſſe par les centres du Soleil, de la Lune & de la Terre; & c'eſt proprement ce Cercle que doivent repréſenter toutes nos Figures, que nous avons conſidérées juſqu'ici, comme repréſentant l'Equateur de la Terre. On voit bien après cela, que tous les Points reſteront dans ce Cercle aux mêmes endroits; & que les Arcs ſe conſerveront tels, que nous les avons déterminés : mais les Angles horaires formés ſur l'Equateur par ſes Arcs, en ſont

changés. On ne ſçauroit ſans une Théorie parfaite de la Lune déterminer au juſte ces Angles horaires, à cauſe de la variabilité de l'inclinaiſon de l'Orbite lunaire à l'égard de l'Equateur ; mais auſſi ce changement n'eſt-il pas fort conſidérable, par rapport à l'Arc horaire compris entre le paſſage de la Lune par le Méridien, & le moment de la haute Mer ; nous ſuppoſerons, & nous pouvons le faire ici ſans aucune erreur ſenſible, que les Orbites de la Lune & du Soleil ſont dans un même plan, ayant chacune une inclinaiſon avec l'Equateur de $23^{d}.\ 30^{m}.$ & nous conſidérerons là-deſſus la Lune dans trois ſortes de ſituation : 1°. Lorſque ſa déclinaiſon, à l'égard de l'Equateur, eſt nulle ; & alors il faut multiplier les nombres de la ſeconde, troiſiéme & quatriéme Colonne de notre Table par $\frac{92}{100}$, & ce qui provient marquera le nombre de minutes entre le paſſage de la Lune par le Méridien, & l'heure de la haute Mer. 2°. Lorſque la Lune ſe trouve dans ſa plus grande déclinaiſon à l'égard de l'Equateur ; & alors il faut multiplier leſdits nombres de notre Table par $\frac{100}{92}$. Et enfin 3°. lorſque la Lune ſe trouve au milieu de ces deux ſituations ; auquel cas il faut ſe ſervir de notre Table, ſans y apporter aucun changement. Quant aux autres ſituations de la Lune en longitude, on peut ſe ſervir du principe de la proportionalité de la différence des termes. Ces regles ſont fondées ſur la proportion qu'il y a entre les petits Arcs de l'Ecliptique & de l'Equateur, compris entre deux mêmes Méridiens fort proches l'un de l'autre.

X.

Il ſuit de tout ce que nous venons de dire, que le plus grand intervalle poſſible entre le paſſage de la Lune par le Méridien & la haute Marée, eſt environ un jour avant les Quadratures, & quatre jours après les Quadratures, la Lune étant dans ſon Apogée & dans ſa plus grande déclinaiſon à l'égard de l'Equateur de la Terre ; & que dans le concours de toutes ces circonſtances, ledit plus grand

intervalle peut aller jusqu'à 63 minutes de tems, que la haute Marée avancera sur le passage de la Lune par le Méridien un jour avant les Quadratures, & qu'elle retardera quatre jours après les Quadratures.

XI.

Voilà mes reflexions sur le tems des Marées; je me flatte qu'elles ont toute la précision qu'on peut esperer sur cette matiere, du moins quant à la Methode. Toute l'incertitude qui y reste encore, est fondée sur le rapport moyen entre les forces de la Lune & du Soleil, que je crois pourtant avoir fort bien déterminé, puisque tous nos Théoremes conviennent si bien avec les Observations. Un plus grand nombre d'Observations nous donnera peut-être un jour plus de précision là-dessus. Il est vrai que nous n'avons déterminé l'heure & les intervalles des Marées, que sous la Ligne Equinoctiale; mais je ne crois pas que la latitude des lieux puisse changer sensiblement les intervalles des Marées: ainsi je n'ai pas jugé nécessaire d'en parler. La latitude des lieux a cependant beaucoup de liaison avec la hauteur des Marées: c'est à quoi nous ferons attention dans la suite.

CHAPITRE VIII.

Sur les différentes hauteurs des Marées pour chaque jour de la Lune.

I.

JE me propose à présent d'examiner les diversités des hauteurs des Marées, non d'un endroit à l'autre, mais d'un même endroit, que nous supposerons d'abord pris sous l'Equateur, pour toutes les diverses circonstances qui peuvent se rencontrer. Nous suivrons, pour cet effet, la

même Methode que nous avons obſervée pour déterminer généralement l'heure des Marées, c'eſt-à-dire, que nous commencerons nos recherches par les cas les plus ſimples, pour ne pas être arrêtés tout court en voulant ſurmonter trop de difficultés à la fois : nous nous ſervirons donc d'abord des mêmes hypotheſes que nous avons employées dans le Chap. VI. & que nous avons expoſées à la fin du Chap. IV. après quoi nous pouſſerons nos recherches dans le Chapitre ſuivant à tous les cas poſſibles, tout comme nous avons fait dans le Chapitre précedent pour déterminer généralement l'heure des Marées.

II.

J'entens par hauteur d'une Marée toute la variation de la hauteur verticale des eaux, depuis la haute Mer juſqu'à la baſſe Mer ſuivante. Pour trouver cette hauteur, il faut d'abord faire attention aux §. §. XI. XII. & XIII. du Chap. V. qui déterminent dans l'Equateur, les lieux de la Lune & du Soleil étant donnés, la poſition des deux points auſquels la Mer eſt la plus haute & la plus baſſe ; après quoi le VIII. Art. du même Chapitre donnera la hauteur cherchée, en cherchant premierement la hauteur de la haute Mer, & enſuite la hauteur de la baſſe Mer.

III.

Remarquons d'abord, que les deux points de la Circonférence, qui marquent la haute & la baſſe Mer, ſont éloignés entre eux de 90 dégrés. On le voit par les expreſſions des §. §. XI. & XIII. & nous l'avons démontré dans la premiere Remarque du §. XII. Chap. V. Suppoſant donc dans la 9e Figure le Soleil répondre au Point *b*, la Lune au Point ☾, & que la haute Mer réponde au Point *z*, il faut prendre l'Arc *z s* de 90 dégrés, & le Point *s* ſera celui qui répond à la baſſe Mer. Cherchez donc par le VIII. §. du Chap. V. la valeur de *y z*, qui marque l'élevation des eaux pour le Point *z* ; & enſuite prenez de la même maniere la

valeur de sx, qui étant négative, marque la dépreſſion des eaux; cela étant fait, on voit que la ſomme de yz & de sx marquera la hauteur de la Marée; mais dans l'expreſſion analytique de sx, il faut changer les Signes. Il eſt vrai que cette Methode ſuppoſe, que pendant l'intervalle, depuis la haute Mer juſqu'à la baſſe Mer, la Lune ne change pas de place; & c'eſt à quoi on pourroit avoir égard, en augmentant d'environ trois dégrés l'Arc $b\mathfrak{C}$ dans le Calcul de sx: mais ce ſeroit une exactitude hors de place, & qui augmenteroit beaucoup les peines du Calcul, qui n'eſt déja que trop embaraſſé. On pourra même remedier à ce petit défaut, déja inſenſible par ſa nature, en prenant l'Arc $b\mathfrak{C}$, tel qu'il eſt, non au moment de la haute Marée, ni à celui de la baſſe Mer, mais au milieu de leur intervalle; & c'eſt ce que nous ſuppoſerons dans la ſuite.

Soit donc comme dans le V. Chap. le Sinus de l'Arc $b\mathfrak{C} = m$; ſon Coſinus $= n$; le Sinus de l'Angle $bCz = \sigma$; le Sinus de l'Angle $\mathfrak{C}Cz = \varsigma$; le Sinus total $= b$; & nous aurons en vertu du §. VIII. Chap. V.

$$yz = \frac{2bb - 3\sigma\sigma}{3bb} \times \mathfrak{C} + \frac{2bb - 3\varsigma\varsigma}{3bb} \times \mathfrak{d}.$$

De-là on trouvera sx en vertu du §. XII. Chap. V. en mettant $bb - \sigma\sigma$, & $bb - \varsigma\varsigma$ à la place de $\sigma\sigma$ & de $\varsigma\varsigma$: & de cette façon on aura

$$sx = \frac{3\sigma\sigma - bb}{3bb} \times \mathfrak{C} + \frac{3\varsigma - bb}{3bb} \times \mathfrak{d}.$$

Changez à préſent les Signes dans la valeur de sx, & ſuppoſez la hauteur de la Marée $= M$, & vous aurez

$$M = \frac{bb - 2\sigma\sigma}{bb} \times \mathfrak{C} + \frac{bb - 2\varsigma\varsigma}{bb} \times \mathfrak{d}.$$

Cette derniere expreſſion marque généralement la hauteur des Marées, puiſqu'on peut toujours déterminer les valeurs de $\sigma\sigma$ & $\varsigma\varsigma$ par les §. §. XI. & XIII. du Chap. V. Mais les Calculs ne laiſſent pas d'être aſſez pénibles, quoique les Formules ne ſoient pas prolixes. Nous tâcherons

donc de rendre ces Calculs plus faciles, ſans déroger beaucoup à l'exactitude des Formules.

IV.

Voyons donc d'abord ce qui arriveroit, ſi la Force lunaire étoit infiniment plus grande que la Force ſolaire. On auroit en ce cas $\rho = 0$ & $\sigma = m$,

$$M = \zeta + \delta - \frac{2mm}{bb} \times \zeta,$$

laquelle Formule ne ſçauroit manquer d'être aſſez approchante; elle donne même la juſte valeur pour les Syzygies & pour les Quadratures.

V.

Pour déterminer les hauteurs des Marées plus exactement encore, nous conſidérerons la valeur de ϱ comme fort petite, au lieu de la ſuppoſer tout-à-fait nulle, comme nous l'avons fait dans l'Article précedent: mais nous pourrons ſuppoſer hardiment $\varrho = \frac{\zeta mn}{\delta}$, & on verra que cette ſuppoſition ne ſçauroit s'éloigner beaucoup de la vérité, ſi l'on conſulte l'Art. VII. du précedent Chapitre vers la fin, & le peu d'erreur qui pourroit s'y trouver, n'eſt preſque d'aucune conſéquence pour notre préſent ſujet. On voit outre cela, que ρ étant fort petit, on peut ſuppoſer cette Analogie

$$\xi : m - \sigma :: b : n;$$

puiſque cette Analogie ſeroit exactement vraie, ſi les quantités ξ & $m - \sigma$ étoient réellement infiniment petites: de cette Analogie on tire

$$\sigma = m - \frac{n\xi}{b} = m - \frac{mn\zeta}{b\delta};$$

ſubſtituant ces valeurs expoſées pour les quantités ξ & σ, & faiſant le Sinus total $b = 1$, on obtient cette Equation,

$$M = \zeta + \delta - 2mn\zeta + \frac{2m^2n^2\zeta\zeta}{\delta} - \frac{2m^2n^4\zeta^3}{\delta\delta}.$$

De cette maniere il paroît que les Marées décroiſſent depuis les Syzygies juſqu'aux Quadratures, & qu'elles croiſſent avec la même loi depuis les Quadratures juſqu'aux Syzygies. Ceux qui voudront eſſayer la juſte Equation du §. III. & cette derniere Equation approchante, ſur un même exemple, verront qu'elles ne different gueres.

V I.

Il nous ſera facile à préſent de calculer & de donner une Table pour les hauteurs des Marées, telle que nous en avons donné une à la fin du Chap. VI. pour les heures des Marées, & pour laquelle nous tâcherons dans le Chapitre ſuivant de trouver les corrections néceſſaires aux différentes circonſtances, tout comme nous avons fait à l'égard de ladite Table du VI. Chap. Nous ſuppoſerons encore le rapport moyen de ☽ à ☾ être comme 5 à 2, tant que nous n'avons pas des Obſervations qui puiſſent déterminer ce rapport plus au juſte. Nous donnerons mille parties à la hauteur de la plus grande Marée.

La *premiere* Colonne marquera dans cette Table de dix en dix dégrés les Arcs compris entre les deux Luminaires, environ le milieu des Juſans (§. III.) c'eſt-à-dire, environ trois heures après le paſſage de la Lune par le Méridien; la *ſeconde* Colonne donnera les hauteurs cherchées des Marées, pour les ſuſdites hypotheſes; & la *troiſiéme* en marquera les différences.

TABLE FONDAMENTALE

pour trouver les Hauteurs des Marées, ou les Descentes verticales des eaux pendant les Jusans.

Distance entre les Luminaires en Dégrés.	*HAUTEUR DES MARE'ES.*	*DIFFERENCE DES HAUTEURS.*
0 Dégrés.	1000 Parties.	
10	987	— 13
20	949	— 38
30	887	— 62
40	806	— 81
50	715	— 91
60	610	— 105
70	518	— 92
80	453	— 65
90	429	— 24
100	453	+ 24
110	518	+ 65
120	610	+ 92
130	715	+ 105
140	806	+ 91
150	887	+ 81
160	949	+ 62
170	987	+ 38
180	1000	+ 13

VII.

Si on avoit voulu conſtruire cette Table conformément à l'Equation finale du §. III. qui eſt la vraie Equation, on auroit pu profiter de la Table du VI. Chap. dans laquelle les nombres de la ſeconde Colonne diviſés par 4, donnent les dégrés de l'Arc, dont le Sinus eſt appellé ϱ; après quoi on connoît auſſi l'Arc dont le Sinus eſt appellé σ. Connoiſſant ainſi par les Tables les quantités ϱ & σ, on trouve ſans beaucoup de peine la valeur de M du §. III.

VIII.

On voit auſſi, que ſi la diſtance entre les deux Luminaires eſt entre deux nombres de la premiere Colonne, on peut ſans aucune erreur ſenſible employer le principe général des Interpolations, de ſorte que cette Table peut ſuffire pour tous les cas.

IX.

On remarquera au reſte, qu'il eſt ici de grande importance d'avoir ſubſtitué la vraie valeur pour $\frac{\delta}{\varrho}$, & qu'un aſſez petit changement dans cette valeur, a une grande influence ſur le rapport des Marées. On ne doit donc encore conſidérer cette Table, que comme un exemple de nos Formules générales: le Chapitre ſuivant fera voir les précautions que l'on doit prendre là-deſſus.

X.

Nous voyons tant par les Formules que nous avons données pour les hauteurs des Marées, que par la précedente Table, quelle eſt *in abſtracto* la nature des variations des Marées On peut faire là-deſſus les Remarques qui ſuivent.

1°. Que les changemens des Marées ſont fort petits,

tant aux Syzygies qu'aux Quadratures, & ils seroient infiniment plus petits que les autres, si l'intervalle d'une Marée à l'autre étoit aussi infiniment petit.

2°. Que les plus grands changemens ne se font pas précisément au milieu, mais plus près des Quadratures que des Syzygies : c'est-à-dire, que la plus grande diminution de Marée se fait dans nos suppositions, lorsque la Lune est environ à 60 dégrés (80 avec la correction de 20 dégrés expliquée au Chap. VII.) depuis les Syzygies ; le plus grand décroissement se fait donc de la neuviéme à la dixiéme Marée (de la douziéme à la treiziéme avec la correction) : de même le plus grand accroissement se fait à environ 30 dégrés depuis les Quadratures (50 dégrés avec la correction) qui répond au changement de la quatriéme à la cinquiéme Marée (de la septiéme à la huitiéme avec la correction) depuis les Quadratures. Je parle dans cette Remarque de toutes les Marées qui se font, tant celles du matin, que celles du soir, pour rendre leurs intervalles plus petits : on se souviendra cependant de ce que j'ai dit expressément, que je fais abstraction par-tout ailleurs des Marées, qui répondent au passage inférieur de la Lune par le Méridien, lorsqu'il s'agit de comparer les Marées entre elles : car ces deux sortes de Marées ont quelques inégalités entre elles, que je n'ai pas encore considérées.

3°. Que les petits changemens dans les Syzygies, & ceux des Quadratures, comparés entre eux, sont inégaux ; puisque ceux-ci sont environ doubles de ceux-là. Dans l'application de cette Remarque il faudra ajoûter, de part & d'autre, trois Marées, ou environ un jour & demi de tems.

4°. Que le plus grand changement de deux Marées qui se suivent, entre celles qui répondent à la Lune de dessus (dont l'intervalle répond à environ 13 dégrés de variation dans la distance de la Lune au Soleil) fait près du quart de la variation totale de la plus grande à la plus petite Marée.

XI.

Je ne doute pas que les Obſervations ne confirment en gros les Remarques que je viens de faire, & toutes les Regles précedentes. On ne ſçauroit plus douter de la Théorie que nous avons adoptée & établie; & la Théorie poſée, les Calculs en ſont ſûrs. Mais comme nous ne ſommes pas encore ſûrs des hypotheſes ſecondes, qu'on ne ſçauroit éviter, telles que ſont le juſte rapport entre la force lunaire & ſolaire, que nous avons ſuppoſé comme 5 à 2; le retardement des effets de la Lune ſur ſa poſition, que nous avons ſuppoſé d'un jour & demi, ou de trois Marées, ou de 20 dégrés, que la Lune peut parcourir en longitude pendant ce retardement, &c. nous nous croyons en droit de demander quelque indulgence pour le reſultat deſdites Remarques & Regles. Cependant comme je n'ai fait aucune ſuppoſition ſans un mur examen fondé ſur les plus juſtes Obſervations choiſies entre toutes celles qui peuvent les déterminer, j'oſerois me flatter d'un aſſez bon ſuccès, ſi Meſſieurs les ACADEMICIENS vouloient ſe donner la peine de confronter nos Tables, nos Regles & nos Théoremes nouveaux avec les Obſervations, dont ils ont un grand Tréſor: mais ce ſuccès, dont je me flatte par avance, ſe manifeſtera davantage, ſi ils veulent encore faire attention aux corrections que je vais donner dans le Chapitre ſuivant, à l'égard de diverſes circonſtances variables, & que nous avons ſuppoſées dans ce Chapitre comme conſtamment les mêmes.

CHAPITRE IX.

Sur les Hauteurs des Marées corrigées, ſuivant différentes circonſtances variables.

I.

NOus ſuivrons dans cet examen la même route que nous avons tenuë dans le VII. Chap. à l'égard du tems des Marées. Pour commencer donc par l'effet des Vents & des Courants, on voit bien qu'ils peuvent augmenter & diminuer les Marées, & que ces variations ne ſont pas d'une nature à pouvoir être aucunement déterminées. On pourra pourtant remarquer que lorſque ces cauſes conſervent pendant un tems un peu conſidérable leur force & leur direction, leur effet conſiſtera plûtôt à hauſſer ou baiſſer la Mer elle-même, qu'à augmenter ou diminuer les Marées.

II.

Les circonſtances attachées à chaque Port ou autre endroit en particulier, telles que ſont ſa ſituation, la profondeur des eaux, la pente des fonds, la communication avec l'Océan, &c., font extrêmement varier les Marées. Ce ſont ces cauſes qui font que les grandes Marées ne ſont que d'un petit nombre de pieds dans de certains endroits, de 8 ou 10 pieds dans d'autres, & de 50 à 60 pieds, & au-delà encore dans d'autres endroits. Ce qu'il y a de ſingulier, eſt que dans la Mer libre les grandes Marées ne ſont que d'environ 8 pieds, pendant qu'elles vont au-delà de 50 pieds dans pluſieurs Ports & autres endroits, dont la communication avec la Mer ouverte, eſt entrecoupée & empêchée de tous côtés; & qui par conſéquent devroient,

ſelon les premieres apparences, avoir les Marées moins grandes. Nous donnerons dans un autre Chapitre la raiſon hydroſtatique de ce Phénomene, pour ne point nous écarter de notre ſujet préſent. Cela fait d'abord voir, qu'on ne ſçauroit rien déterminer ſur les grandeurs abſoluës des Marées, & que tout ce que la Théorie pourroit encore faire, ſeroit d'en marquer le rapport: mais l'expérience nous enſeigne encore, que ce rapport même n'eſt pas conſtant dans les différens endroits, quoiqu'il ſoit renfermé dans des bornes plus étroites.

La grande Marée ſera double de la petite Marée dans un endroit; & elle pourra être triple dans un autre: c'eſt que les cauſes qui font varier les hauteurs abſoluës des Marées à l'égard de différens endroits, ne gardent pas une proportion tout-à-fait conſtante. Mais les Marées moyennes entre la plus grande & la plus petite pendant une même revolution de la Lune, peuvent être cenſées obſerver les regles que nous leur avons preſcrites dans le Chapitre précedent. Il y a même apparence, que les changemens qui dépendent de la différente ſituation des Luminaires obſerveront à-peu-près les Loix que nous avons démontrées *in abſtracto*. Ces refléxions m'ont déterminé à conſidérer la plus grande & la plus petite Marée, non telles qu'elles devroient être dans la Théorie pure, mais telles qu'on les obſerve, lorſque les Luminaires ſe trouvent à-peu-près dans l'Equateur, & dans leurs diſtances moyennes à la Terre, ſans qu'aucune cauſe accidentelle les trouble. Nous avons démontré au III. §. du Chap. VIII. que la hauteur de la grande Marée doit être exprimée par $\mathcal{S}+\mathcal{C}$, & la hauteur de la petite Marée par $\mathcal{S}-\mathcal{C}$: mais ſi l'on ſuppoſe la hauteur moyenne réelle de la grande Marée A & de la petite Marée B, il faudra ſuivant cette correction faire

$$\mathcal{S}+\mathcal{C}=A,\ \&\ \mathcal{S}-\mathcal{C}=b:$$

c'eſt-à-dire, $\mathcal{S}=\frac{A+B}{2}$, & $\mathcal{C}=\frac{A-B}{2}$;

& ces valeurs doivent être ſubſtituées dans les Equations

& Formules du Chapitre précedent. En ſuppoſant $\frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{C}} = \frac{1}{2}$, comme nous avons fait, on obtient $\frac{A}{B} = \frac{7}{3}$, & ſi cette raiſon étoit confirmée par les Obſervations, il n'y auroit aucun changement à faire. On pourroit ſe ſervir de la Table, telle qu'elle eſt, en donnant toujours 1000 parties à la hauteur de la grande Marée. Mais ſi $\frac{A}{B}$ avoit réellement une autre valeur conſidérablement différente de celle que nous venons de lui aſſigner, il ne faudroit pas négliger la correction que nous venons d'indiquer.

L'on voit auſſi après ces conſidérations, qu'on ne doit pas s'attendre à pouvoir déterminer avec la derniere préciſion les hauteurs des Marées. Nous pourrons donc ſans ſcrupule, pour rendre nos Propoſitions plus nettes & plus ſenſibles, nous ſervir de l'équation du §. IV. Chap. VIII. qui auſſi-bien approche beaucoup de la vraie équation de l'Article qui précéde l'autre. Nous ſuppoſerons donc la hauteur des Marées toujours exprimée par $\mathfrak{D} + \mathfrak{C} - 2mm\mathfrak{C}$, & employant la correction indiquée, nous aurons à préſent

$$M = A - mmA + mmB, \text{ ou plus ſimplement,}$$
$$M = nnA + mmB:$$

C'eſt donc de cette derniere équation, que nous nous ſervirons dans la ſuite de cette Diſſertation.

III.

Cette correction pourra en même tems remédier à un autre inconvenient, qui provient de l'inertie & de la Maſſe des eaux. Nous avons déja dit ailleurs que les Marées ſont une eſpéce d'oſcillations qui tâchent naturellement à ſe conſerver telles qu'elles ſont: on ſent bien que cette raiſon doit empêcher les grandes Marées d'atteindre toute leur hauteur, & les petites de diminuer autant qu'elles devroient faire naturellement: qu'elle ne doit pas changer ſenſiblement la Marée moyenne entre la plus grande & la plus petite, & qu'elle change les autres d'autant plus qu'elles ſont

plus éloignées de cette Marée moyenne. Et on voit que notre correction satisfait à toutes ces trois conditions.

IV.

Après ladite correction qui regarde immédiatement les hauteurs des Marées, il faut encore employer celle qui regarde les tems, que nous déterminons par les Phases de la Lune, ou par les distances, qui sont entre les Luminaires. Nous avons expliqué au long aux §. §. IV. & V. du Chap. VII. que les Phases de la Lune qui répondent aux Marées en question, ne doivent pas être prises telles qu'elles sont, mais telles qu'elles seroient environ un jour & demi après, c'est-à-dire, que les distances entre les Luminaires doivent être augmentées d'environ 20 dégrés, & moyennant cette correction, la Théorie ne sçauroit manquer de satisfaire assez au juste aux Observations.

V.

Nous n'avons considéré jusqu'ici les Luminaires, que dans leurs distances moyennes à la Terre, & c'est pour ce cas que nous avons appellé la hauteur de la plus grande Marée A, & celle de la plus petite Marée B. Pour déterminer donc ce que les différentes distances peuvent faire sur les hauteurs des Marées, il faudra se rappeller tout l'Art. VII. du Chap. VII. Nous y avons démontré, que la force lunaire doit être supposé généralement $= \frac{l^3}{L^3} \times \mathfrak{D}$, & la Force solaire $= \frac{s^3}{S^3} \times \mathfrak{C}$. Or comme la somme de ces Forces exprime toujours la hauteur de la grande Marée, & que la différence des mêmes Forces exprime la hauteur de la petite Marée, il faudra faire ces deux Analogies:

$$\mathfrak{D} + \mathfrak{C} : \frac{l^3}{L^3} \times \mathfrak{D} + \frac{s^3}{S^3} \times \mathfrak{C} :: A : \frac{l^3 S^3 \mathfrak{D} + L^3 s^3 \mathfrak{C}}{L^3 S^3 (\mathfrak{D} + \mathfrak{C})} \times A$$

$$\mathfrak{D} - \mathfrak{C} : \frac{l^3}{L^3} \times \mathfrak{D} - \frac{s^3}{S^3} \times \mathfrak{C} :: B : \frac{l^3 S^3 \mathfrak{D} - L^3 s^3 \mathfrak{C}}{L^3 S^3 (\mathfrak{D} - \mathfrak{C})} \times B.$$

La premiere de ces quatriémes proportionnelles marquera donc la hauteur corrigée de la grande Marée, & la seconde, la hauteur corrigée de la petite Marée. Par conséquent l'équation finale du II. §. sera celle-ci après sa correction :

$$M = \frac{l^3 S^3 \delta + L^3 s^3 \mathfrak{C}}{L^3 S^3 (\delta + \mathfrak{C})} \times nn A + \frac{l^3 S^3 \delta - L^3 s^3 \mathfrak{C}}{L^3 S^3 (\delta - \mathfrak{C})} \times mm B.$$

Je m'assure que cette équation donnera toujours les hauteurs des Marées avec toute la justesse qu'on peut attendre sur cette matiere, pour les suppositions auxquelles notre Théorie est encore assujettie. Mais comme il est presqu'impossible qu'il n'y ait absolument aucune cause étrangere, qui trouble les Marées, nous ne devons pas être trop scrupuleux sur ces corrections, qui sont elles-mêmes assez médiocres. Ainsi pour rendre nos regles plus sensibles & plus faciles, nous ne ferons point d'attention aux changemens dans les distances du Soleil à la Terre ; ces changemens sont beaucoup plus petits que dans la Lune, & ils sont en même tems de beaucoup moindre conséquence : Nous supposons donc S constamment $= s$. Quant à la Lune, nous la considérerons, tout comme nous avons fait au VII. §. du Chap. VII. dans son Perigée, dans sa distance moyenne & dans son Apogée, & nous retiendrons les suppositions que nous avons faites audit Article, pour les distances de la Lune, & pour les conséquences que nous en avons tirées. Nous ferons donc pour le premier cas $\mathfrak{S} = 3\mathfrak{C}$, & $\frac{L^3}{l^3} = 0,8439$: pour le second cas $\mathfrak{S} = \frac{5}{2}\mathfrak{C}$, & $\frac{L^3}{l^3} = 1,000$, & enfin pour le troisiéme $\mathfrak{S} = 2\mathfrak{C}$, & $\frac{L^3}{l^3} = 1,174$. De cette façon nous aurons les trois équations qui suivent, exprimées en nombres décimaux.

1°. Pour le Périgée de la Lune,

$$M = 1,138\, nn A + 1,277\, mm B.$$

2°. Pour les distances moyennes de la Lune,

$$M = nn A + mm B.$$

3°. Pour

3°. Pour l'Apogée de la Lune

$M = 0,901\, nn\, A + 0,703\, mm\, B.$

On remarquera dans ces équations, que A marque la hauteur de la grande Marée, & B la hauteur de la petite Marée dans les distances moyennes des Luminaires à la Terre, ces Luminaires étant supposés l'un & l'autre se trouver dans l'Equateur: que m marque le Sinus de l'Arc compris entre les Luminaires diminué de 20 dégrés, & n le Cosinus de cet Arc.

On remarquera après cela, que les grandes Marées sont comprises en vertu de la premiere & de la troisiéme équation dans les termes de 1138 à 901, & les Marées bâtardes dans les termes de 1277 à 703; d'où l'on voit que la différence entre les grandes Marées n'est à beaucoup près si grande, qu'elle l'est entre les Marées bâtardes, si on compare cette différence à la hauteur de la Marée qui lui répond. Cela se confirme par l'expérience, & c'est une nouvelle source des irrégularités des petites Marées comparées entre elles, dont nous avons déja parlé ailleurs, & que M. Cassini n'a pas manqué d'observer.

VI.

J'ajoûterai ci-dessous une Table fondée & calculée sur les trois dites équations, mais qui se rapporte aux Quantités A & B, qu'il faut donc connoître par expérience pour le Port ou autre endroit, dont il est question. On pourra déterminer ces Quantités A & B, sur un grand nombre d'Observations, tant des hautes que des petites Marées, en prenant des unes & des autres le milieu Arithmétique.

VII.

On remarquera, quant à la construction de la Table que nous allons donner, que les Arcs compris entre les Luminaires, ont été augmentés de 20 dégrés à l'égard de la Table précédente, dans laquelle on n'a pas eu égard aux causes secondes & aux corrections à faire. Ces 20

dégrés ſont déterminés par le retard d'un jour & demi des Marées, par rapport aux Phaſes de la Lune, expliqué ci-deſſus : il eſt vrai que cet intervalle d'un jour & demi ne demande pas tout-à-fait 20 dégrés de correction : mais comme il faudroit eſtimer les diſtances entre les Luminaires, telles qu'elles ſont, non au moment de la haute-Mer (qui doit être ſuppoſée ſe faire au moment du paſſage de la Lune par le Méridien) mais au milieu du Juſan, en vertu du III. §. du Chap. VIII. & que l'intervalle depuis la haute Mer juſqu'au milieu du Juſan, demande encore une correction d'environ un dégré & demi, la ſomme de ces corrections peut être ſuppoſée de 20 dégrés, en eſtimant les diſtances des Luminaires au moment du paſſage de la Lune par le Méridien, que les Ephémérides indiquent.

VIII.

Voici donc à préſent la Table. La *premiere* Colonne y marque les diſtances entre la Lune & le Soleil dans le moment du paſſage de la Lune par le Méridien : les *trois* autres Colonnes marquent les hauteurs des Marées pour le Périgée de la Lune, pour les diſtances moyennes de la Lune à la Terre, & pour l'Apogée de la Lune.

TABLE PLUS GENERALE ET CORRIGE'E pour trouver les Hauteurs des Marées.

Distances entre les Luminaires.	*HAUTEURS des Marées au Périgée de la Lune.*	*Hauteurs des Marées aux Distances moyennes de la Lune à la Terre.*	*HAUTEURS des Marées à l'Apogée de la Lune.*
0 Deg.	0,995A+0,149B	0,883A+0,117B	0,795A+0,082B
10	1,104A+0,038B	0,970A+0,030B	0,874A+0,021B
20	1,138A+0,000B	1,000A+0,000B	0,901A+0,000B
30	1,104A+0,038B	0,970A+0,030B	0,874A+0,021B
40	0,995A+0,149B	0,883A+0,117B	0,795A+0,082B
50	0,853A+0,319B	0,750A+0,250B	0,676A+0,176B
60	0,668A+0,527B	0,587A+0,413B	0,529A+0,290B
70	0,460A+0,749B	0,413A+0,587B	0,372A+0,412B
80	0,284A+0,958B	0,250A+0,750B	0,225A+0,527B
90	0,133A+1,127B	0,117A+0,883B	0,105A+0,621B
100	0,034A+1,238B	0,030A+0,970B	0,027A+0,682B
110	0,000A+1,277B	0,000A+1,000B	0,000A+0,703B
120	0,034A+1,238B	0,030A+0,970B	0,027A+0,682B
130	0,133A+1,127B	0,117A+0,883B	0,105A+0,621B
140	0,284A+0,958B	0,250A+0,750B	0,225A+0,527B
150	0,460A+0,749B	0,413A+0,587B	0,372A+0,412B
160	0,668A+0,527B	0,587A+0,413B	0,529A+0,290B
170	0,853A+0,319B	0,750A+0,250B	0,676A+0,176B
180	0,995A+0,149B	0,883A+0,117B	0,795A+0,082B

IX.

Il nous reſte à conſidérer les déclinaiſons des Luminaires & les latitudes des lieux ſur la Terre, pour leſquels on cherche la nature des Marées. Nous avons ſuppoſé les unes & les autres nulles dans ce Chapitre. Mais cette matiere eſt ſi riche & ſi remarquable par pluſieurs propriétés très-ſingulieres, & elle demande d'ailleurs tant d'attention, que j'ai cru devoir la traiter à part. Ce ſera donc le ſujet du Chapitre ſuivant.

CHAPITRE X.

Dans lequel on examine toutes les propriétés des Marées, qui dépendent des différentes Déclinaiſons des Luminaires & des différentes latitudes des Lieux.

I.

LEs déclinaiſons des Luminaires à l'égard de l'Equateur, & les diſtances des lieux ſur la Terre du même Equateur, ont tant de rapport entre elles, qu'on ne ſçauroit bien traiter cette matiere, qui eſt une des plus importantes de notre ſujet, ſans les conſidérer les unes & les autres en même tems. Mais pour ne pas rendre la queſtion trop embarraſſante dès le commencement, nous ne ferons d'abord attention qu'à la Lune, tout comme ſi les Marées étoient uniquement produites par l'action lunaire. Nous conſidérerons auſſi la choſe d'abord ſuivant la pure Théorie, & nous verrons enſuite quelles corrections on y pourra employer.

II.

Reſſouvenons-nous de tout ce que nous avons dit dans

quelques-uns des premiers Chapitres, & ſur-tout dans le cinquiéme, ſur le changement de la figure de la Terre produit par l'action de l'un des Luminaires. Nous avons conſidéré la Terre d'abord comme parfaitement ſphérique : nous avons démontré enſuite que cette figure eſt changée par l'action de l'un des Luminaires en ellipſoïde, dont l'Axe prolongé paſſe par le centre du Luminaire agiſſant ; & enfin que la rotation diurne de la Terre fait que chaque Point dans la ſurface de la Terre, doit tantôt ſe baiſſer, tantôt s'élever, afin que ſa figure ellipſoïdique ſoit conſervée ; mais nous n'avons calculé ces baiſſemens & hauſſemens, que pour les Points pris dans l'Equateur même, dans le plan duquel nous avons ſuppoſé en même tems ſe trouver l'Axe de l'Ellipſoïde. C'eſt pour ces cas, que nous avons démontré (*§. V. Chap. V.*) *que les baiſſemens des eaux ſont proportionnels aux Quarrés des Sinus des Angles horaires, qui commencent du moment de la haute Mer ;* & l'on remarquera que ces Angles horaires ſont proportionnels alors aux Arcs compris entre le Pole de l'Ellipſoïde & le Point en queſtion.

III.

Voici à préſent comment il faut s'y prendre, pour trouver les mêmes baiſſemens & hauſſemens, qui ſe font pendant le mouvement diurne de la Terre dans un point quelconque, & la Lune ayant auſſi une déclinaiſon quelconque. On voit qu'on aura toujours le même Ellipſoïde, quelle que ſoit la déclinaiſon de la Lune ; mais qu'il ſera obliquement poſé à l'égard de l'Equateur : on voit auſſi qu'il faut s'imaginer dans ce Sphéroïde allongé une Section parallele à l'Equateur, qui paſſe par le point en queſtion : cette Section ne ſera pas un cercle parfait, & ſa circonférence n'aura pas tous ſes points également éloignés du centre de l'Ellipſoïde : c'eſt les différences de ſes diſtances, qui forment la nature des Marées. Il s'agit donc de déterminer ces différences.

IV.

Pour cet effet il faudra commencer par chercher les distances de chaque point du Parallele au *Pole de l'Ellipsoïde* (j'appelle ainsi l'extrémité de l'Axe de l'Ellipsoïde, qui prolongé, passe par le centre de la Lune) & ces distances étant connues, il est facile de trouver la distance du même point au centre de l'Ellipsoïde, & les différences de ces distances. Car si le Cosinus de la distance d'un point pris dans le Parallele au Pole de l'Ellipsoïde étoit ϱ, le Sinus total $= 1$, & si le demi Axe de l'Ellipsoïde est nommé $b + \delta$, & le plus petit demi-diametre b, la distance du point pris dans le Parallele jusqu'au centre de l'Ellipsoïde sera généralement $= b + \varrho\varrho\delta$; nous avons démontré cette Proposition au §. V. Chap. V.

V.

Nous montrerons donc d'abord, comment il faudra déterminer la distance d'un Point quelconque, pris dans un Parallele donné au Pole de l'Ellipsoïde. La voye de la Trigonometrie sphérique ordinaire nous seroit assez inutile ici, puisqu'il nous faut des expressions analytiques, applicables à tous les cas, & traitables aux Calculs. Si l'on vouloit tirer de telles expressions des regles de ladite Trigonometrie, les formules qui en proviendroient seroient beaucoup trop prolixes. M. Mayers nous a donné là-dessus un beau Mémoire inséré dans les Commentaires de l'Académie Impériale des Sciences de Petersbourg Tom. 2. p. 12. Il y a dans ce Mémoire au XVIII. §. un Théoreme général, par le moyen duquel on pourra toujours de trois choses données dans un Triangle sphérique, trouver le reste par des expressions analytiques extrêmement simples. Voici le cas que notre sujet demande.

Soit dans un Triangle sphérique, le Sinus total $= 1$; le Sinus d'un des côtés $= S$; le Cosinus du même côté $= C$; le Sinus d'un autre côté $= s$; le Cosinus de cet autre côté

$= c$; le Cosinus de l'Angle compris entre les deux côtés donnés $= y$; le Cosinus du troisiéme côté opposé à l'Angle donné, que j'appellerai q, sera exprimé par cette équation $q = Ssy + Cc$.

V I.

Soit à présent dans la 12e. Figure $ADGK$ le Méridien de la Terre, qui passe par le centre de la Lune, & que la Lune réponde au point B, qui deviendra ainsi le Pole de l'Ellipsoïde, & la droite BH, qui passe par le centre O, son Axe. Soit l'Axe de rotation de la Terre AG, les Poles A & G; DFK l'Equateur; CEL un Parallele, dans lequel nous prendrons un point quelconque E, & qu'on tire enfin par ce point E, & par le Pole A l'Arc AEF. *Fig.* 12.

De cette maniere, l'Arc AB sera le complément de la déclinaison de la Lune; l'Arc AE sera le complément de la latitude du point E, & l'Arc DF sera l'Arc horaire depuis le passage du point E par le Méridien, qui passe par la Lune; de sorte qu'on connoît dans le Triangle BAE, les Côtes BA & EA, avec l'Angle compris BAE, & de-là on tirera par le moyen du Théoreme exposé au précedent Article, l'Arc BE, qui est la distance du Point E au Pole de l'Ellipsoïde.

Nous nommerons donc encore le Sinus total 1, le Sinus du côté $AB = S$; son Cosinus $= C$; le Sinus du côté $AE = s$, son Cosinus $= c$; le Cosinus de l'Arc DF, qui est la mesure de l'Angle BAE, $= y$; le Cosinus de l'Arc $BE = q$: nous aurons

$$q = Ssy + Cc.$$

V I I.

Ayant ainsi trouvé l'Arc BE, il est facile d'exprimer la droite EO, qui est la distance du point E jusqu'au centre de l'Ellipsoïde, par le moyen du 4e Art. qui nous marque que cette distance est toujours égale au plus petit demi-diametre, augmenté par le produit du Quarré du Cosinus de cet

Arc trouvé, & de l'excès du demi-Axe $B\,O$ sur le plus petit demi-diametre : c'est-à-dire, si nous retenons les dénominations, dont nous nous sommes servis depuis le IV. §. jusqu'ici, que nous aurons

$$E\,O = b + (S\,s\,y + C\,c)^2\,\delta.$$

C'est cette équation de laquelle nous devons tirer toutes les variations des Marées, que la déclinaison de la Lune & la latitude du lieu peuvent produire.

VIII.

Nous voyons d'abord, que n'y ayant que la lettre y de variable, la quantité $E\,O$ est toujours d'autant plus grande, que l'on prend y plus grande. Pour avoir donc la plus grande $E\,O$, il faut faire $y = 1$. La haute Mer répond donc encore au passage de la Lune par le Méridien ; & on aura alors la droite $C\,O = b + (S\,s + C\,c)^2\,\delta$.

IX.

Mais pour trouver la plus petite $E\,O$ ou $e\,o$, il ne faut pas faire $y = 0$; mais $y = -\frac{C\,c}{S\,s}$ & alors la hauteur $e\,O$ est simplement $= b$. Nous ferons là-dessus les remarques suivantes :

I. La différence entre la plus grande $C\,O$ & la plus petite $e\,O$, faisant la hauteur de la Marée, en tant qu'elle est produite par la seule action de la Lune, il s'ensuit que cette hauteur est $= (S\,s + C\,c)^2\,\delta$. Cette formule nous apprend bien de nouvelles proprietés sur les Marées, & nous sert en même tems à décider plusieurs questions, sur lesquelles les Auteurs ne sont pas encore convenus.

(α) Nous voyons d'abord, que la plus grande Marée se fait, lorsque la déclinaison de la Lune est égale à la latitude du lieu. Cette regle suppose toute la Terre inondée ; & c'est à quoi il faut avoir égard, lorsqu'il est question de la hauteur d'un lieu. Ce n'est pas par exemple immédiatement aux Ports de Picardie, de Flandre, &c. que les eaux sont

ſont élévées par la Lune : la cauſe principale des Marées dans tous ces endroits doit être attribuée plûtôt à l'élevation & deſcente des eaux, qui ſe font dans la Mer du Nord, à environ 35 degrés de Latitude Septentrionale, autant que j'en ai pû juger par l'inſpection des Cartes Marines. J'avouë pourtant que ce n'eſt ici qu'une eſtime fort incertaine; il eſt impoſſible de rien dire de poſitif là-deſſus.

On remarquera auſſi que je parle ici de la hauteur de la Marée, qui répond au paſſage ſupérieur de la Lune par le Méridien : j'appellerai cette Claſſe de Marées, *Marées de deſſus*, & la Claſſe de celles qui répondent au paſſage inférieur de la Lune par le Méridien, *Marées de deſſous*.

(ζ) Si la déclinaiſon de la Lune eſt nulle, nous aurons $S = 1$ & $C = 0$, & la hauteur de la Marée de deſſus ſera $= ss$ ♪. Nous voyons de-là, que ſi la Terre étoit toute inondée, & que les Luminaires reſtaſſent dans le plan de l'Equateur, les hauteurs des Marées pour les endroits de différentes latitudes ſeroient en raiſon quarrée des Sinus des diſtances au Pole.

(γ) Si pour nos Pays Septentrionaux, la déclinaiſon de la Lune devient Méridionale, les Marées de deſſus deviennent encore plus petites à cet égard, & cette diminution ſeroit très-conſidérable, s'il n'y avoit pas une cauſe hydroſtatique que je marquerai ci-deſſous, qui lui eſt un obſtacle ; ſans la conſidération de cette cauſe, on pourroit croire facilement que notre Théorie ne répond pas aſſez aux Obſervations.

(♪) Nous éclaircirons cette matiere par un exemple, en ſuppoſant la Latitude du lieu de 35 degrés. En ce cas la hauteur des Marées de deſſus, tout le reſte étant égal, devroit être,

Dans la plus grande Déclinaiſon Septentrionale de la Lune, ... = 0,963 ♪.
Lorſque la Déclinaiſon de la Lune eſt nulle = 0,671 ♪.
Dans la plus grande Déclinaiſon Méridionale de la Lune, ... = 0,265 ♪.

La différence de ces Marées eſt énorme, & ſurpaſſe de beaucoup toutes les inégalités qu'on peut ſoupçonner avoir quelque rapport à la Déclinaiſon de la Lune. Nous en dirons bientôt la raiſon.

(ε) Si on ſuppoſoit la Latitude telle que Ss fût $= Cc$, ou $Ss = \sqrt{1 - SS} \times \sqrt{1 - ss}$, ou enfin $s = \sqrt{1 - SS} = C$, le point E qui répondroit à la plus petite EO, ſeroit préciſément au point L. En ce cas, il n'y auroit qu'une Marée de deſſus dans l'eſpace d'un jour lunaire, & la Marée de deſſous s'évanouiroit entiérement. Cela arriveroit donc, par exemple, ſi la Lune ayant 20 degrés de Déclinaiſon Septentrionale, l'élevation du Pole étoit de 70 degrés: mais en même tems la Marée ſeroit bien petite, puiſqu'elle ne monteroit qu'à environ la cinquiéme partie, qu'elle feroit ſous l'Equateur.

(ζ) Si s eſt plus petit que C, la quantité du §. VII. $(Ss\,y + Cc)^2\,\delta$, ne ſçauroit plus devenir égale o; c'eſt pourquoi la Mer décroîtra alors continuellement depuis le paſſage ſupérieur de la Lune par le Méridien, juſqu'à ſon paſſage inférieur. Il n'y aura donc plus qu'une Marée par jour depuis le parallele, qui fait $s = C$, juſqu'au Pole; & pour ſçavoir la hauteur de ces Marées, il faut dans cette Formule, premierement ſuppoſer $y = 1$; & enſuite $y = -1$, & prendre la différence des Formules: la hauteur des Marées ſera donc dans ces cas $= (Ss + Cc)^2\,\delta - (-Ss + Cc)^2\,\delta$, ou bien $= 4\,Ss\,Cc\,\delta$. Elle ne ſçauroit donc être qu'extrêmement petite.

Nous aurions un grand nombre de refléxions à faire encore ſur cette matiere, s'il ne falloit pas ſe contenir dans de certaines bornes; & quoique tous ces Théoremes ne ſoient vrais que dans la Théorie, où l'on ſuppoſe les eaux être conſtamment dans leur état d'équilibre, & toute la Terre inondée (car avec ces ſuppoſitions, ces Théorêmes ſeroient exactement vrais) & que diverſes circonſtances peuvent leur donner quelquefois une toute autre face, ils ne laiſſent pas d'être très-utiles, pour expliquer en gros un grand

nombre de Phénomenes obſervés ſur les Marées, & pour pénétrer à fond cette matiere.

II. Nous avons démontré qu'il n'y a des Marées de deſſous, que tant que s eſt plus grand que C, lorſque la Déclinaiſon de la Lune eſt Septentrionale (ſi cette Déclinaiſon eſt Méridionale, il n'y aura point alors de Marées de deſſus dans les Pays Septentrionaux.) Nous diſpoſerons donc s plus grand que C, & nous chercherons là-deſſus la hauteur de la Marée de deſſous, de la même façon que nous l'avons trouvée pour celles de deſſus.

Nous avons vû que la hauteur EO eſt la plus petite poſſible, lorſqu'on prend $y = -\frac{Cc}{Ss}$, & qu'alors elle devient $= b$; après cela les hauteurs EO croîtront juſqu'au point L, qui fait $y = -1$. La différence de ces hauteurs fera donc la hauteur de la Marée de deſſous, qui ſera par conſéquent $= (-Ss + Cc)^2 \delta$, pendant que celle de la Marée de deſſus étoit $= (Ss + Cc)^2 \delta$. On pourra faire là-deſſus les remarques ſuivantes.

(*a*) Les Marées de deſſus ſont égales à celles de deſſous, lorſque la déclinaiſon de la Lune eſt nulle.

(*b*) Dans les Pays Septentrionaux, les Marées de deſſus ſont plus grandes que celles de deſſous, lorſque la déclinaiſon de la Lune eſt Septentrionale, & plus petites lorſque cette déclinaiſon eſt Méridionale, & généralement les déclinaiſons de la Lune étant égales, mais de différens côtés, les Marées de deſſus deviennent les mêmes qu'étoient celles de deſſous, & reciproquement.

(*c*) La différence des deux Marées d'un même jour lunaire eſt $= 4\,Cc\,Ss\,\delta$; ſi l'on applique ces Formules à des cas particuliers, on verra que les Marées de deſſus devroient différer conſidérablement de celles de deſſous, s'il n'y avoit pas une autre raiſon qui doit les rendre à-peu-près égales. Nous expoſerons cette raiſon ci-deſſous, après que nous aurons examiné tout ce que la Théorie dit ſur cette matiere *in abſtracto*.

III°. Nous voyons auſſi que les durées des deux Marées d'un même jour doivent être ſelon la pure Théorie fort différentes. Voici comme on peut déterminer ces durées. Si dans le Parallele CL on ſuppoſe e être le point, la diſtance duquel au centre de l'Ellipſoïde ſoit la plus petite & égale à b, & qu'on tire enſuite par ce point un Arc de Méridien Aef, l'Arc Df ſera la meſure du tems depuis la haute Mer de deſſus juſqu'à la baſſe Mer ſuivante, & l'Arc fk la meſure du tems, depuis cette baſſe Mer juſqu'à la haute Mer de deſſous. Or nous avons vû au IX. §. que le Coſinus de l'Arc $Df(y)$ eſt $= -\frac{Cc}{Ss}$, ou bien ſi DM eſt de 90 degrés, le Sinus de l'Arc Mf vers le point $K = \frac{Cc}{Ss}$. Là-deſſus nous pourrons faire ces remarques.

(1) Dans les Pays Septentrionaux la déclinaiſon Septentrionale de la Lune rend les Juſans des Marées de deſſus plus longs, & les Flots des Marées de deſſous plus courts; & la déclinaiſon Méridionale fait le contraire avec les mêmes meſures; & lorſque la déclinaiſon eſt nulle, la durée du Juſan eſt égale à celle du Flot ſuivant.

(2) Si la déclinaiſon de la Lune eſt égale au Coſinus de la latitude du lieu, le Juſan durera 12 heures lunaires, & il n'y a point de Flot pour l'autre Marée, parce qu'il n'y a point du tout de Marée de deſſous.

(3) En général, la différence du tems, entre le Juſan de la Marée de deſſus, & le Flot de la Marée de deſſous, ſe détermine par le double de l'Arc horaire Mf, & la différence des durées des deux Marées entieres, eſt exprimée par le quadruple de l'Arc Mf, dont le Sinus eſt $= \frac{Cc}{Ss}$. D'où l'on voit que plus la déclinaiſon de la Lune eſt grande, plus cette différence eſt grande auſſi.

Soit, par exemple, la latitude du lieu de 35. degrés, la déclinaiſon de la Lune de 25 degrés, l'Arc Mf ſera de 15 degrés, qui répond à une heure lunaire; le Juſan durera donc 7 heures lunaires, & le Flot ſuivant 5 heures lunaires.

& la différence ſera de deux heures, & toute la Marée de deſſus durera 4 heures plus que celle de deſſous.

X.

Voilà donc comme la choſe ſeroit, ſi la Terre étoit toute inondée, & ſi les eaux étoient conſtamment dans une ſituation d'équilibre parfait. Nous avons expoſé toutes les variations des Marées qui ſont dues à l'action de la Lune, par rapport aux différentes déclinaiſons & latitudes, & par le moyen de nos Remarques on connoît les différences entre les Marées d'un même jour, entre celles qui ſe font dans différentes Saiſons, &c. tant à l'égard des hauteurs des Marées, que de leurs durées. Il eſt vrai que les deux hypotheſes indiquées ſont bien éloignées de la vérité, & que cela change extrêmement les meſures des variations; mais je ſuis pourtant ſûr qu'il doit y avoir des variations, & qu'elles ſeront de la nature que nous avons trouvée.

Quant aux irrégularités de la ſurface de la Terre, il n'eſt pas poſſible d'en deviner les effets, que fort ſuperficiellement, & comme chaque endroit demanderoit à cet égard des refléxions différentes, nous n'entreprendrons point cet examen. Nous ne conſidérerons donc que ce qui regarde le défaut de l'équilibre des eaux, & les mouvemens reciproques ou oſcillatoires qui en réſultent.

XI.

La Lune change la ſurface de la Terre de Sphérique en Ellipſoïdique, & l'Axe de l'Ellipſoïde paſſe par la Lune. Cet Axe étant différent de l'Axe de Rotation, la figure de la Terre change continuellement, quoique toujours la même à l'égard de l'Axe de l'Ellipſoïde; & s'il n'y avoit pas quelques cauſes ſecondes, leſdits changemens conſiſteroient ſimplement en ce que chaque goute montât & deſcendit alternativement & directement vers le centre.

Il eſt remarquable encore, que ſi les eaux ſe mouvoient librement, ſans ſouffrir aucune reſiſtance, ces oſcillations

augmenteroient continuellement à l'infini, parce qu'à chaque demi-tour de la Terre, les eaux doivent être censées avoir reçû quelque nouvelle impulsion : c'est une propriété qu'on peut démontrer par plusieurs exemples semblables, tirés de la Méchanique & de l'Hydrodynamique. Mais le grand nombre de resistances qui s'opposent aux mouvemens des eaux, font que celles-ci prennent bien vîte leur plus grand degré d'oscillations. Ces derniers degrés d'oscillations peuvent cependant être censés proportionnels aux forces que la Lune exerce sous différentes circonstances, pourvû que les changemens qui se font daus la Lune, se fassent assez lentement, pour donner aux eaux le tems qu'il leur faut pour changer leur mouvement. On peut donc dire à cet égard, que les changemens qui se font dans la Lune, par rapport à ses déclinaisons doivent produire dans les Marées à-peu-près les Phénomenes que nous avons indiqués, & à beaucoup plus forte raison les changemens de déclinaisons dans l'autre Luminaire. Mais les changemens qui sont dûs à la rotation de la Terre sont trop vîtes, pour que les Marées puissent s'y accommoder, car elles tâchent de conserver leur mouvement reciproque comme un Pendule simple. Cette seule raison fait que si les deux Marées d'un même jour devoient être suivant les différens effets de la Lune fort différentes, la plus grande augmente la plus petite, & celle-ci diminue l'autre, de sorte qu'elles sont beaucoup moins inégales qu'elles ne devroient être sans cette raison. Tout ce qu'on peut donc dire à cet égard, est que nos Théorêmes sont vrais, quant à leur nature, mais non pas suivant les mesures que nous en avons données. On peut pourtant, moyennant une autre refléxion, réparer en quelque façon cet inconvénient : c'est en supposant que la plus grande Marée donne à la plus petite, qui est sa compagne, autant qu'elle en perd, & les supposer l'une & l'autre à-peu-près égales, ce que l'expérience confirme, & delà on tirera la hauteur absolue de chacune, en prenant le milieu Arithmétique des deux Marées, qui conviennent à

un même jour lunaire. En corrigeant de cette façon les précédentes Propoſitions, nous aurons les Théorêmes ſuivans, qui ne ſçauroient plus manquer d'être aſſez conformes aux Obſervations.

XII.

La hauteur de la Marée de deſſus eſt $= (Ss + Cc)^2 \delta$ (§. *IX. Remarque I.*) & la hauteur de la Marée de deſſous $= (-Ss + Cc)^2 \delta$ (§. *IX. Remarque II.*) en prenant donc la moitié de la ſomme de ces deux hauteurs, nous aurons la hauteur moyenne de la Marée, qui convient aux déclinaiſons de la Lune, & latitudes du lieu données, $(SSss + CCcc)\delta$. De cette Formule, que je crois fort juſte pour la ſuppoſition de l'entiere inondation de la Terre, on pourra tirer les Corollaires ſuivans.

(I.) Les déclinaiſons Septentrionales & Méridionales de la Lune font le même effet ſur les Marées, à l'égard de leur hauteur moyenne.

Cette propriété eſt confirmée par les Obſervations. Mais il ſera toujours vrai, que dans les Pays Septentrionaux la déclinaiſon Septentrionale de la Lune augmente un peu les Marées de deſſus, & diminue celles de deſſous; & que la déclinaiſon Méridionale fait le contraire: & c'eſt ce que l'expérience confirme auſſi. On ſe ſouviendra donc que nous parlons de la hauteur moyenne des deux Marées d'un même jour lunaire.

(II.) A la hauteur de 45 degrés la hauteur moyenne de la Marée eſt $= (\frac{1}{2} SS + \frac{1}{2} CC)\delta = \frac{1}{2}\delta$, & par conſéquent conſtamment la même.

C'eſt ici une propriété bien ſinguliere, que quelles que ſoient les déclinaiſons des Luminaires, les hauteurs moyennes des Marées n'en ſoient point changées, & cette propriété nous fait voir, pourquoi dans nos Pays on s'apperçoive de ſi peu de changement dans les Marées, à l'égard deſdites déclinaiſons.

(III.) Si la latitude du lieu eſt moins de 45°. la plus grande

Marée moyenne se fait lorsque les déclinaisons des Luminaires sont nulles, & les Marées diminuent, si les déclinaisons augmentent.

L'expérience confirme encore cette propriété, & tout le monde convient que dans nos Pays (dont les Marées dépendent de la Mer du Nord, à environ 35 degrés de latitude) les plus grandes Marées, tout le reste étant égal, se font environ les Equinoxes.

Si la latitude du lieu est plus grande de 45 degrés, c'est le contraire.

(IV.) Sous l'Equateur, la hauteur de la Marée est $= SS\mathfrak{h}$, & les variations qui dépendent des différentes déclinaisons de la Lune, y seront le plus sensibles: si la déclinaison est nulle, la hauteur de la Marée y est exprimée par $\mathfrak{h}$; & si la déclinaison est supposée de 25 dégrés (elle peut aller jusqu'à près de 29 degrés) la hauteur de la Marée moyenne y sera de 0,82 $\mathfrak{h}$. La différence des hauteurs est de $\frac{18}{100}\mathfrak{h}$.

(V.) Les variations sont moins grandes à cet égard sur les Côtes de la France, baignées par l'Océan, si les Marées y sont causées par la Mer du Nord à la hauteur d'environ 35 degrés, la hauteur de la Marée, la déclinaison de la Lune étant nulle, y sera exprimée par 0,671 $\mathfrak{h}$, & si la Lune avoit 25 degrés de déclinaison, la hauteur moyenne y sera exprimée alors par 0, 610 $\mathfrak{h}$. La plus grande Marée est donc à la plus petite à cet égard, comme 671 à 610, & la différence sera comme 61, qui fait l'onziéme partie de la grande Marée.

Nous voyons par ces exemples, que les variations qui dépendent de la déclinaison de la Lune, sont toujours beaucoup plus petites, que celles qui dépendent des différentes distances de la Lune, & qui peuvent aller jusqu'au tiers de la plus grande Marée. C'est pourquoi on a eu beaucoup de peine à s'appercevoir des variations qui répondent aux différentes déclinaisons.

(VI.) Enfin nous remarquerons que cette Formule $(SSss + CCcc)\mathfrak{h}$ pour les hauteurs moyennes des Marées ne

ne doit pas être pouſſée au-delà du terme des doubles Marées, qui eſt lorſque la latitude du lieu eſt égale à la déclinaiſon de la Lune : car, paſſé ce terme, nous avons démontré qu'il ne doit y avoir qu'une Marée par jour, dont la hauteur eſt exprimée par $4\,Ss\,Cc\,\delta$, en vertu de la Remarque (ζ) de l'Art. IX. Il faudra auſſi donner à ce terme une certaine latitude ; car il y a apparence que ce n'eſt qu'à une certaine diſtance depuis ce terme vers l'Equateur, que les Marées commencent à être doubles, & à une autre diſtance vers le Pole, qu'elles commenceroient à être ſimples, ſi la Mer libre s'étendoit juſques-là ; & que dans la Zone, qui eſt entre deux, les Marées ſeront mêlées de l'une & l'autre eſpéce avec beaucoup d'irrégularité.

XIII.

Nous venons d'expoſer au long, & avec toute la préciſion poſſible, le rapport réel des hauteurs des Marées : nous n'avons qu'un mot à dire ſur l'heure des hautes Marées. Comme c'eſt toujours au moment du paſſage ſupérieur de la Lune par le Méridien, que la Mer devroit être la plus haute, quelle que ſoit la déclinaiſon de la Lune, & la latitude du lieu : nous voyons que ſi les Marées dépendoient uniquement de la Lune, ces deux ſortes de variations ne devroient point apporter de changement à l'heure de la haute Mer ; & ſi l'on veut avoir égard aux forces du Soleil, nous avons déja montré au IX. Art. du Chap. VII. les variations qui peuvent provenir à cet égard.

Mais ſi la déclinaiſon de la Lune & la latitude du lieu n'ont pas d'influence directement ſur l'heure de la haute Mer, & ſi elles n'en ont que très-peu, lorſque l'action de la lune eſt combinée avec celle du Soleil, il eſt remarquable, que tant la déclinaiſon de la Lune, que la latitude du lieu, feroient extrêmement varier l'heure des baſſes Mers, ſans cette cauſe ſeconde, que j'ai expoſée au long dans le XI. Art. & qui fait que les deux Marées d'un même jour lunaire ſont beaucoup moins inégales, qu'elles ne

devroient être. Cependant cette raiſon ne ſçauroit rendre les deux Marées tout-à-fait égales, & il ſera toujours vrai, ce que j'ai déja dit dans la Remarque (1) de la III. Partie du §. IX. que c'eſt tantôt le Juſan d'une Marée, qui ſurpaſſe en durée le flot de la Marée ſuivante, tantôt celui-ci qui ſurpaſſe l'autre. C'eſt une propriété qui n'eſt point échappée aux Obſervateurs des Marées; mais on n'avoit pas remarqué les circonſtances de ces inégalités, ſçavoir que dans les Pays Septentrionaux, la déclinaiſon Septentrionale de la Lune rend les Marées de deſſus plus longues, & les Marées de deſſous plus courtes, & que la déclinaiſon Méridionale fait le contraire.

On voit donc qu'à cet égard le Juſan peut être différent du flot ſuivant, mais non pas du flot antécédent; & ſi l'on remarque quelque différence entre le flot & le Juſan d'une même Marée, ou cette différence ſera conſtante pendant tout le cours de l'année, & alors il faut l'attribuer à la configuration des Côtes; ou elle n'aura point de loix, & ne ſera que tout-à-fait accidentelle, & cauſée par des Vents ou Courants accidentels.

XIV.

Les différences que nous avons expoſées dans ce Chapitre entre les deux Marées d'un même jour, tant pour leur hauteur, que pour leur durée, nous donnent un moyen de reconnoître ces deux Claſſes de Marées, & de diſtinguer l'une d'avec l'autre, ce qui ſeroit impoſſible ſans cela ſur les Côtes irrégulieres de l'Europe, où nous ſçavons que les diverſes heures du Port comprennent toute l'étendue d'une Marée, ou d'un demi-jour lunaire.

La Claſſe des Marées de deſſus comprendra celles qui ſont plus grandes & plus longues, la déclinaiſon de la Lune étant Septentrionale, ou qui ſont petites & plus courtes, cette déclinaiſon étant Méridionale, & l'autre Claſſe ſera réciproque.

XV.

Nous avons examiné avec toute l'attention requiſe les effets des différentes déclinaiſons de la Lune, qui ſont la ſource de tant de propriétés très-remarquables des Marées. Il ne nous reſte donc plus qu'à conſidérer encore les déclinaiſons du Soleil. Cet examen nous ſera très-facile, après celui que nous venons de faire ſur la Lune.

Nous nommerons la force du Soleil, ſa déclinaiſon étant nulle, ☉, comme nous avons fait toujours dans le corps de ce Traité, & nous retiendrons les dénominations du V. §. Si nous appliquons donc au Soleil tout le raiſonnement que nous avons fait ſur la Lune, nous voyons qu'on n'a qu'à ſubſtituer dans toutes les Formules de ce Chapitre ☉ à la place de ☽, pour trouver les variations qui proviennent des différentes déclinaiſons du Soleil dans tous les lieux de la Terre, & de cette maniere tout ce que nous avons dit ſur la Lune, ſera auſſi vrai à l'égard du Soleil. Si donc la hauteur de la Marée, en tant qu'elle eſt produite ſous l'Equateur par la ſeule action du Soleil au tems des Equinoxes, eſt appellée ☉, la hauteur de la Marée ſera pour telle déclinaiſon du Soleil, & telle latitude du lieu entre les deux Cercles Polaires qu'on voudra $= (TTss + EEcc)$☉, en entendant par T le Sinus de la diſtance du Soleil au Pole, & par E ſon Coſinus.

XVI.

Pour tirer tout l'avantage, qui eſt poſſible, de nos Méthodes, & leur donner la derniere perfection, nous tâcherons enfin de donner une Formule générale pour tous les cas poſſibles. Souvenons-nous pour cet effet, que nous avons nommé au IX. Chapitre A la hauteur des Marées qui ſe font ſous la Ligne dans les Syzygies (ou plutôt un jour & demi après) les diſtances des Luminaires étant moyennes, & leurs déclinaiſons nulles; & que pour les mêmes circonſtances nous avons nommé B la hauteur des

Marées bâtardes : voyons à préſent, comment il faut changer ces Quantités A & B, lorſque les déclinaiſons des Luminaires, & les latitudes des lieux ſont d'une grandeur quelconque.

(I.) Quant à la quantité A, comme elle a été exprimée par la ſomme des forces entieres des deux Luminaires, c'eſt-à-dire, par $☽+☾$, on voit qu'il faut mettre ici à la place de $☽$ ſa quantité corrigée $(SSss+CCcc)☽$, & à la place de $☾$ ſa quantité corrigée $(TTss+EEcc)☾$, & enſuite faire cette Analogie

$$☽+☾ : A :: (SSss+CCcc)☽+(TTss+EEcc)☾ : \frac{(SSss+CCcc)☽+(TTss+EEcc)☾}{☽+☾} A.$$

Cette quatriéme proportionnelle marque la hauteur des Marées dans les Syzygies, lorſque les déclinaiſons des Luminaires, & la latitude du lieu ſont quelconques, & ſi la déclinaiſon de l'un & l'autre Luminaire eſt nulle, cette quantité devient ſimplement $=ss\,A$. Si l'on nomme donc F la hauteur de la Marée dans les Syzygies, les déclinaiſons des Luminaires étant nulles pour un lieu quelconque, il faut ſuppoſer $ss\,A=F$, & de cette maniere ladite quatriéme proportionnelle devient $= \frac{(SSss+CCcc)☽+(TTss+EEcc)☾}{ss(☽+☾)} F.$

C'eſt cette quantité qu'il faut ſubſtituer dans les équations du §. V. Chap. IX. pour A.

(II.) La quantité qu'il faudra ſubſtituer pour B dans ces équations, que nous venons de citer, ſe trouve à-peu-près de la même façon ; il n'y a qu'à prendre au lieu de la ſomme $☽+☾$ leur différence $☽-☾$, qui exprimoit la hauteur des Marées bâtardes Si l'on appelle donc G la hauteur de la Marée dans les Quadratures, les déclinaiſons des Luminaires étant nulles, on trouvera la quantité à ſubſtituer pour

$$B = \frac{(SSss+CCcc)☽-(TTss+EEcc)☾}{ss(☽-☾)} \times G.$$

Nous ſubſtituerons encore dans l'équation générale du §. V. Chap. IX. à la place des Lettres S & s (qui y mar-

quent le rapport des distances du Soleil à la Terre sous diverses circonstances, & qui se trouvent employées dans ce Chapitre dans un autre sens) ces autres Lettres *D* & *d*.

Après ces réflexions préliminaires nous considérerons le Problême général des hauteurs des Marées sous telles circonstances, qui pourront concourir, & qui servira à déterminer ces hauteurs avec toute la précision possible. Je m'assure que tous ceux qui jetteront les yeux sur cette Solution, verront sans peine, combien j'ai été attentif à examiner & éplucher toutes les circonstances qui peuvent faire varier les Marées.

PROBLEME GENERAL.

XVII.

Trouver généralement la hauteur des Marées, en supposant toutes les circonstances qui peuvent les faire varier, connuës.

SOLUTION.

Il faut connoître d'abord par Observations les quantités *F* & *G*, qui marquent les hauteurs moyennes des grandes Marées, & des Marées bâtardes, qui se font un jour & demi après les Syzygies & les Quadratures, les déclinaisons des Luminaires étant nulles, & leurs distances à la Terre étant moyennes. Dans la Théorie, deux Observations suffisent pour cet effet; mais il vaut mieux dans l'application de nos Méthodes observer un grand nombre de fois, comme on a déja fait presque dans tous les Ports de la France, la hauteur des grandes Marées, & celles des petites Marées, les Luminaires se trouvant à-peu-près dans l'Equateur, & prendre des unes & des autres le milieu Arithmétique, que j'appelle *F* pour les grandes Marées, & *G* pour les petites Marées.

Il faut ensuite connoître le rapport moyen, qu'il y a entre les forces de la Lune & du Soleil Nous avons donné plusieurs moyens pour cela dans le corps de cette Dissertation,

& nous nous croyons bien fondés de le supposer comme 5 à 2. Quoiqu'il en soit, nous nommons ce rapport $\delta : \epsilon$.

Il faut après cela faire attention aux Phases de la Lune, ou à l'Arc compris entre les deux Luminaires dans le moment du passage de la Lune par le Méridien : cet Arc doit être diminué de 20 dégrés (*§. VII. Chap. IX.*) Nous nommons le Sinus de l'Arc résultant m, & le Cosinus n, & le Sinus total 1.

Il faut aussi connoître les distances des Luminaires à la Terre : j'appelle d la distance moyenne du Soleil; D sa distance au tems de la Marée cherchée; l la distance moyenne de la Lune; L sa distance au tems de la Marée cherchée.

Il faut sçavoir encore les déclinaisons des Luminaires à l'égard de l'Equateur : j'appelle S le Sinus de la distance de la Lune au Pole; C son Cosinus; T le Sinus de la distance du Soleil au Pole; E son Cosinus.

Enfin il faut faire attention à la latitude du lieu, & à la Remarque (α) du IX. Art. que nous avons faite pour l'estimation des latitudes. Nous appellons le Sinus de la distance au Pole s & le Cosinus c. Toutes ces dénominations faites, je dis que la hauteur de la Marée sera

$$\frac{l^3 D^3 \delta + L^3 d^3 \epsilon}{L^3 D^3 (\delta + \epsilon)} \times \frac{nn}{ss} \times \frac{(SSss + CCcc)\delta + (TTss + EEcc)\epsilon}{\delta + \epsilon} \times F.$$
$$+ \frac{l^3 D^3 \delta - L^3 d^3 \epsilon}{L^3 D^3 (\delta - \epsilon)} \times \frac{mm}{ss} \times \frac{(SSss + CCcc)\delta - (TTss + EEcc)\epsilon}{\delta - \epsilon} \times G.$$

XVIII.

Je n'ai mis ici cette grande Formule, que pour faire voir toute l'étendue & toute l'exactitude de notre Théorie & de nos Calculs : car les mesures & la Table que nous avons données au Chapitre IX. ont assez de précision dans une Question aussi sujette que celle-ci aux variations accidentelles, qui n'admettent aucune détermination.

Je ne dis rien des Marées & de leurs changemens extraordinaires, qui se font dans la Zone glaciale, pour ne point

groſſir trop ce Traité, & pour ne point l'embarraſſer de choſes fort abſtraites & aſſez difficiles. J'ai d'ailleurs déja expoſé en gros & même aſſez au long ce qui en eſt.

Quant enfin à l'heure des hautes Mers, j'ai fait voir qu'elle n'eſt point changée par les déclinaiſons des Luminaires, ni par la latitude du lieu; nous avons donc déja donné toute la perfection poſſible dans les Chapitres précédens à cette autre grande Queſtion. Pour l'heure des baſſes Mers, qui dépendent beaucoup des déclinaiſons des Luminaires, & de la latitude du lieu, nous en avons fait voir toutes les variations & propriétés dans ce Chapitre.

CHAPITRE XI.

Qui contient l'Explication & Solution de quelques Phénomenes & Queſtions, dont on n'a pas eu occaſion de parler dans le corps de ce Traité, ſur-tout à l'égard des Mers détachées, ſoit en partie, ſoit pour le tout, de l'Océan.

I.

SUivant quelle progreſſion les eaux montent & deſcendent dans une même Marée, par rapport aux tems donnés.

Cette Queſtion dépend de toutes les circonſtances que nous avons conſidérées dans ce Traité; mais les variations à l'égard du changement de ces circonſtances, ne font pas varier beaucoup la loi, ſuivant laquelle les eaux montent & deſcendent; je ne parlerai donc que du cas le plus ſimple, qui eſt lorſque la latitude du lieu, & les déclinaiſons des Luminaires ſont nulles, & lorſqu'en même tems les Luminaires ſont dans leurs Syzygies, ou dans leurs Quadratures. Que l'on exprime donc tout le tems depuis la haute

Mer jusqu'à la basse Mer par un quart de Cercle, dont le rayon est égal à l'unité : je dis *que les descentes verticales des eaux depuis la haute Mer doivent être exprimées par les Quarrés des Sinus des Arcs, qui représentent les tems donnés.* Si l'on considére les Marées depuis le commencement du Flot, il faudra dire *que les élévations verticales des eaux, sont en raison quarrée des Sinus, qui répondent aux tems donnés.* §. III. Chap. V. Ceux qui voudront rendre cette Proposition plus générale, pourront consulter le §. VIII. Chap. V. & si on y ajoute enfin les §. §. VI. & VII. du Chap. X. on verra facilement, ce qu'il faudroit faire pour tous les cas possibles. Mais la loi générale ne différera pas beaucoup de celle que nous venons d'exposer ; & cela d'autant moins que les deux Marées d'un même jour, qui devroient être souvent fort inégales, ne laissent pas de se composer à une égalité mutuelle par la raison exposée au long au §. XI. Chap. X. On peut donc se tenir sans peine à la Regle que nous venons d'établir.

Il s'ensuit de cette Regle, que les baissemens ou élevations des eaux, qui se font dans de petits tems égaux, sont proportionnels aux produits des Sinus par les Cosinus répondans des Arcs horaires ; de sorte que si on partage tout le tems du Flux ou du Reflux également, les variations également éloignées en deçà & en de-là de ce terme, sont égales : ces variations sont les plus sensibles au milieu du Flux ou du Reflux, & la variation totale depuis le commencement du Flux ou du Reflux jusqu'au milieu, fait précisément la moitié de toute la variation d'une Marée. On voit enfin que les variations doivent être insensibles au commencement & à la fin de chaque Flux & Reflux.

Toutes ces Propositions sont confirmées entierement par les Observations qu'on a faites sur cette matiere, rapportées par M. Cassini dans les Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1720. pag. 360. Il semble seulement qu'il y a une erreur de quelques minutes dans la détermination de l'heure de la basse Mer, erreur presque inévitable dans

dans cette sorte d'Observations. Mais il faut remarquer, pour voir plus parfaitement l'accord de notre Regle avec les Observations, que tout le tems du Flux ou Reflux est de six heures lunaires, pendant que les Observations ont été prises sur des heures solaires.

II

Pourquoi il n'y a point de Marées sensibles dans la Mer Caspienne, ni selon quelques-uns dans la Mer Noire, & pourquoi elles sont très-petites dans la Mer Méditerranée, & de quelle nature sont ces Marées.

On ne sçauroit bien répondre à ces questions, sans considérer auparavant le Problême principal, qui est de sçavoir les Marées, lorsque la Mer n'a qu'une certaine étendue en longitude, & c'est un Problême pénible pour le Calcul, & assez délicat pour la Méthode. Pour le rendre d'abord plus simple, nous supposerons les Luminaires en conjonction & dans le plan de l'Equateur, & que c'est aussi sous l'Equateur, que l'on cherche les Marées.

Ressouvenons-nous que sans l'action des Luminaires, l'Equateur seroit parfaitement circulaire, comme $b\,g\,d\,h$ dans la huitiéme Figure, & que les Luminaires se trouvant dans l'Axe $D\,B$, cette Figure est changée en l'Ellipse $B\,G\,D\,H$, lorsque toute la Terre est inondée, & que les eaux peuvent couler de tous côtés. Nous avons démontré aussi au III. §. Chap. V. que dans cette supposition, la petite hauteur $y\,z$ (dont les variations par rapport à ses différentes situations expriment les variations des Marées au point z) est $= \frac{\frac{3}{2}ss - bb}{\frac{3}{2}bb} \times \mathfrak{C}$, dans laquelle Formule on suppose $C\,a = s$; $C\,b = b$, & la différence entre la plus grande $C\,B$ & la plus petite $C\,G = \mathfrak{C}$.

Supposons à présent que la Mer n'a qu'une certaine étendue en longitude, sçavoir celle de $z\,x$, & qu'on tire par le centre C & l'extrémité x la droite $C\,s$. Cela posé on voit bien que la surface de la Mer ne peut pas être en $y\,s$, comme elle seroit, si toute la terre étoit inondée; car l'espace

$y\,Cs$ eſt plus grand que l'eſpace $z\,Cx$, & il faut que cet eſpace ſoit conſtamment le même ; puiſque la quantité d'eau dans une Mer doit être ſuppoſée la même pendant les revolutions de la Terre : mais la ſurface de l'eau prendra la courbure $o\,r$, & voici quelle ſera la nature de cette courbure $o\,r$; il faut premierement, que l'eſpace $o\,Cr$ ſoit conſtamment le même que l'eſpace $z\,Cx$, & en ſecond lieu, que la courbe $o\,r$ ſoit ſemblable à la courbe $y\,s$, ou plûtôt la même, puiſque toutes les petites lignes, telles que $s\,x$, ſont incomparablement plus petites que le rayon de la Terre ; & ainſi la petite perpendiculaire $s\,r$ ſera égale à la petite perpendiculaire $y\,o$, de même que toutes les perpendiculaires compriſes entre les termes s & y.

On voit donc déja que ce ne ſont plus les $s\,x$ & $y\,z$, dont les variations marquent les variations des Marées pour les points x & z, & que ces variations ſont exprimées ici par celles des petites lignes $r\,x$ & $o\,z$. De-là on peut conclure par la ſeule inſpection de la Figure, que les Marées doivent être d'autant plus petites, que la Mer eſt moins étendue en longitude ; que ces Marées ne peuvent être que tout-à-fait inſenſibles dans la Mer Caſpienne & dans la Mer Noire, & fort petites dans la Mer Méditerranée, dont la communication avec l'Océan eſt preſque entiérement coupée au Détroit de Gibraltar. On en peut même tirer des propriétés très-ſingulieres de cette ſorte de Marées. 1°. Que la plus haute Mer ne ſe fait pas ici au moment du paſſage des deux Luminaires par le Méridien, comme dans l'Océan, ni 6 heures lunaires après, mais au milieu, ſi la Mer a peu d'étendue en longitude. 2°. Que les Marées ſont les plus grandes aux extrémités Orientales & Occidentales z & x, & qu'elles ſont incomparablement plus petites au milieu r. 3°. Que la haute Mer dans l'une des extrémités ſe fait au même moment que la baſſe Mer dans l'autre extrémité. Voilà en gros les propriétés des Marées dans ces Mers : le Calcul en ſera connoître le détail.

Pour ne point ennuyer le Lecteur par une trop longue

ſuite de raiſonnemens purement Géometriques, & dans pluſieurs circonſtances aſſez compliqués & chargés de Calcul, je ne mettrai ici que le plus précis.

Soit $Bb + Gg = \mathcal{C}$, qui marque la variation pour la Mer libre de tous côtés : ſoit l'Arc zx, qui marque l'étendue de la Mer en longitude $= A$. Le rayon de la Terre que nous prendrons pour le Sinus total $= 1$; qu'on tire xn perpendiculaire à CB, & ſoit l'eſpace $z\alpha nxz = S$. Cela poſé, on trouvera d'abord l'eſpace $yzxs = \frac{2}{3}A\mathcal{C} - S\mathcal{C}$. Cet eſpace devant être égal à l'eſpace $yors$, qui eſt égal à la petite sr multiplié par A, on en tire $sr = \frac{2}{3}\mathcal{C} - \frac{S}{A}\mathcal{C}$.

Si on ſuppoſe après cela $Cn = n$ & $C\alpha = s$, on aura $sx = nn\mathcal{C} - \frac{1}{3}\mathcal{C}$, & par conſéquent $rx = nn\mathcal{C} - \mathcal{C} + \frac{S}{A}\mathcal{C}$, & ce ſont les différentes valeurs de rx, en conſidérant n & S comme variables, qui marquent les différentes hauteurs de la Mer au point x, qui eſt à l'extrémité occidentale de la Mer.

De cette valeur de rx on peut tirer géométriquement toutes les propriétés des Marées, quelque étendue qu'on ſuppoſe à la Mer, & tout ce que nous avons trouvé pour le point x, peut être déterminé de la même façon pour tel autre point dans l'Arc zx qu'on voudra ; mais on remarquera ſur-tout une propriété générale, qui eſt que l'Arc horaire compris entre la haute & la baſſe Mer, c'eſt-à-dire l'Arc compris entre la plus grande & la plus petite rx, eſt toujours de 90 degrés. Pour le démontrer, il faut ſuppoſer la différentielle de $rx = 0$, & faire $-dS = \frac{nn - ss}{\sqrt{1 - nn}}\,dn$, à cauſe de la valeur conſtante de A, d'où l'on tirera cette équation $2An\sqrt{1 - nn} - nn + ss = 0$, qui marque déja la propriété générale que nous venons d'indiquer. Cette propriété donne enſuite la hauteur de la Marée, exprimée par la différence de la plus grande & de la plus petite valeur de $rx = \left(2nn - 1 + \frac{n\sqrt{1 - nn} - s\sqrt{1 - ss}}{A}\right)\mathcal{C}$, & on

remarquera que dans toutes ces Formules, s eſt donnée en n & en conſtantes, à cauſe de l'Arc A donné.

Nous appliquerons ces équations générales à deux ſortes de cas particuliers; premierement, lorſque A eſt de 90 degrés; & en ſecond lieu, lorſque cet Arc eſt fort petit.

I. Si A eſt de 90 degrés, on aura $s = \sqrt{1-nn}$, & le lieu de la haute ou de la baſſe Mer, à l'égard du point fixe B ſera déterminé par cette Equation

$$-2An\sqrt{1-nn}+2nn-1=0, \text{ qui donne}$$

Cn, ou $n = \sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{A}{2\sqrt{AA+1}}\right)} = 0,9602$,

qui marque que l'Arc xb eſt d'environ 16 degrés 13 minut. & que la hauteur de la Marée ſera de 0, 844 6. Nous voyons donc que ſi la Mer avoit 90 degrés d'étendue en longitude, la haute Mer ſe feroit dans les Syzygies 1 heure 5 minutes plus tard que ſi toute la Terre étoit inondée, & que la hauteur de la Marée ſeroit de 156 milliémes parties plus petite.

II. Suppoſons à préſent que l'étendue de la Mer en longitude ſoit très-petite, c'eſt-à-dire, que A exprime un Arc circulaire fort petit, & ſoit la corde de cet Arc $= B$: la Géométrie commune donne

$$s = n - \tfrac{1}{2}nBB + \tfrac{1}{2}\sqrt{4BB - 4nnBB + nnB^4 - B^4}.$$

Et B étant ſuppoſée fort petite, on changera la quantité radicale enſuite, & on négligera les quantités affettées de B^3 (le Calcul fait voir à la fin, qu'il faut retenir les termes affettés de BB) & de cette maniere on trouvera

$$s = n - B\sqrt{1-nn} - \tfrac{1}{2}nBB.$$

On remarquera après cela, que la différence entre l'Arc A & ſa corde B, convertie enſuite, commence par le terme $\frac{1}{4}B^3$, lequel pouvant être négligé pour notre deſſein, on mettra A à la place de B, & on aura

$$s = n - A\sqrt{1-nn} - \tfrac{1}{2}nAA.$$

En ſubſtituant dans l'équation expoſée ci-deſſus

$$2An\sqrt{1-nn} - nn + ss = 0$$

la valeur trouvée pour s, & négligeant toujours les termes affettés de A^3 & de A^4, nous aurons ſimplement $n = V\frac{1}{2}$.

L'Arc $x\,b$ eſt donc pour ce dernier cas de 45 degrés, & la haute Mer, ſi elle étoit ſenſible, ne ſe feroit par conſéquent que trois heures lunaires après le paſſage de la Lune par le Méridien. La hauteur de la Marée étant généralement exprimée, comme nous avons vû ci-deſſus, par $\left(2nn - 1 + \frac{n\sqrt{1-nn} - s\sqrt{1-ss}}{A}\right) \times \mathfrak{C}$, il faudra ſubſtituer dans cette expreſſion les valeurs trouvées pour n & s; ce que faiſant avec les mêmes précautions, que nous avons employées en cherchant la valeur de s, on trouvera à la fin ſimplement la hauteur de la Marée $= A\,\mathfrak{C}$.

Cette expreſſion fait voir que dans les petites Mers, les hauteurs des Marées ſont proportionelles aux étendues, que ces Mers ont en longitude, & les Marées ſe trouveront par cette Analogie. Comme le Sinus total eſt à l'Arc longitudinal, que la Mer renferme, ainſi la hauteur de Marée dans la Mer qui eſt ſuppoſée inonder toute la Terre, exprimée par $\mathfrak{C}$, ſera à la hauteur de la Marée en queſtion.

Appliquons maintenant tout ce que nous avons trouvé pour en tirer les propriétés des Marées dans la Mer Caſpienne. Suppoſons pour cet effet, que dans les conjonctions & oppoſitions des Luminaires, la hauteur des Marées grandiſſimes dans la Mer du Sud (dans laquelle les Marées ne ſçauroient manquer d'atteindre preſque toute la hauteur, qu'elles auroient, ſi toute la Terre étoit inondée) eſt ſous l'Équateur de 8 pieds: c'eſt la hauteur que les Relations de voyages m'ont fait adopter pour la Mer libre, & que je crois qu'on remarquera ſur les Côtes eſcarpées des petites Iſles ſituées près de l'Equateur dans ladite Mer du Sud: Cela étant, j'ai démontré dans la Propoſition (II.) du XII. §. du Chapitre précédent, que les grandes Marées ne ſeront plus que de 4 pieds à la hauteur de 45 degrés, où je ſuppoſe le milieu de la Mer Caſpienne. Si nous donnons après cela à cette Mer dix dégrés d'étendue en longitude,

cet Arc fait environ la ſixiéme partie du Rayon, & la hauteur des grandiſſimes Marées devroit être par conſéquent aux extrémités Orientale & Occidentale de la Mer Caſpienne d'environ huit pouces : mais elles ſeront nulles au milieu de la Mer. Je ſuppoſe cette agitation de la Mer trop petite pour avoir pû être remarquée par les gens qui ont été ſur les lieux, & qui ſans doute n'ont pas fait un examen fort ſcrupuleux là-deſſus, & qui n'auroient pas manqué de l'attribuer à des cauſes accidentelles, s'ils avoient remarqué quelque petite élévation & baiſſement des eaux. J'eſpére que des Obſervations plus exactes confirmeront un jour ce que je viens d'indiquer ſur les Marées de la Mer Caſpienne.

On doit faire le même raiſonnement ſur la Mer Noire, qui peut être conſidérée comme détachée de la Mer Méditerranée, à cauſe du peu de largeur du Détroit qui eſt entre deux. Il eſt à remarquer qu'on a obſervé dans cette Mer des Marées, quoique très-petites.

On voit auſſi que les Marées dans la Mer Méditerranée doivent être beaucoup plus petites, que dans l'Océan, ſurtout ſi l'on fait attention que cette Mer n'eſt tout-à-fait ouverte que depuis l'Iſle de Chypre juſqu'à celle de Sicile.

III.

Comment les Marées peuvent être beaucoup plus grandes ſur les Côtes, dans les Bayes, dans les Golfes, &c. que dans la Mer libre de tous côtés.

Pour répondre à cette queſtion, il faut encore faire refléxion à ce que j'ai déja dit, que ſi les Luminaires reſtoient à un même lieu, & que le mouvement journalier de la Terre ſe fît avec une lenteur infinie, les eaux qui inondent la Terre, ne pourroient point manquer d'être dans un parfait équilibre, & les Marées auroient par-tout les hauteurs qu'on leur a preſcrites dans cet Ouvrage, ſans que la configuration des Côtes ou autres cauſes ſemblables les pût déranger, pourvû que l'endroit en queſtion communiquât avec l'Océan : d'ailleurs les eaux ne feroient que monter &

descendre verticalement, excepté aux Côtes, qui alternativement sont baignées, & restent à sec, & ausquelles les eaux auroient quelque mouvement horisontal, quoiqu'infiniment lent, & la direction de ce mouvement des eaux dépendroit dans ce cas, aussi-bien que dans tous les autres, de la direction de la pente des Côtes. Mais la vîtesse du mouvement journalier de la Terre, qui fait que dans le tems d'un jour tout l'Océan doit faire quatre mouvemens & agitations reciproques, rend ces mouvemens fort sensibles. Comme outre cela la Mer n'inonde pas toute la Terre, & qu'il y a de grands Golfes, Canaux, &c. qui par l'élévation & baissement des eaux, sont tantôt plus tantôt moins pleins, il faut que ceux-ci reçoivent les eaux & les renvoyent alternativement vers des endroits qui s'empliront, pendant que les autres se vuideront, & de-là doivent provenir des mouvemens horisontaux, qu'on appelle communément Flux & Reflux. Ce sont ces mouvemens horisontaux, qui se faisant vers des endroits plus serrés, peuvent produire les grandes Marées, qui vont dans de certains endroits au-delà de 60 pieds; c'est aussi cette raison qui rend les Marées plus grandes dans le Golfe de Venise, qu'elles ne sont dans la Mer Méditerranée. C'est ici qu'on peut faire un grand usage de ce que divers Auteurs ont donné sur le mouvement des eaux, & je m'assure que moyennant les connoissances qu'on a déja sur cette matiére, on pourroit rendre exactement raison de tous les différens Phénomenes, qui s'observent sur les Marées aux endroits différemment situés. Mais un tel examen demanderoit des volumes, & des années pour les faire.

IV.

Quelle est en gros la nature des Marées au Détroit de Gibraltar.

Les Marées doivent sans doute être beaucoup plus compliquées, & paroître plus irrégulieres au Détroit de Gibraltar, que dans d'autres endroits, parce qu'il s'y fait un

concours de deux ſortes de Marées, dont l'une vient de l'Océan, & l'autre de la Méditerranée; & on voit facilement, que ſi les Marées conſiſtoient ſimplement à élever & baiſſer les eaux, ſans cauſer des Courans, il y auroit ſur ces Côtes quatre Marées par jour, c'eſt-à-dire, que les eaux monteroient & deſcendroient quatre fois, parce que les Marées des deux Mers ne ſe font pas en même tems: mais comme il ſe forme des Courans reciproques, chaque Courant tâche à ſe conſerver, & de-là il ſe forme des liſieres, qui ont chacune des mouvemens différens: celles qui ſont ſur les Côtes de chaque côté, paroiſſent devoir être attribuées aux Marées de la Méditerranée, & deux autres qui les touchent, aux Marées de l'Océan: on remarque même au milieu une cinquiéme liſiere, dont le mouvement n'eſt pas ſi régulier que celui des quatre autres, & qui ne fait voir preſque aucun rapport avec la Lune: il ſemble que ce Courant ne doit ſa ſource, qu'à un défaut d'équilibre entre les deux Mers.

Je dirai à cette occaſion, qu'il peut arriver de même, que les Marées ſont formées dans un certain Port par le mouvement des eaux, qui viennent de deux différens côtés & à divers tems: il ſemble qu'il faut tirer de-là qu'il peut y avoir des endroits où le Flot dure conſtamment plus long-tems que le Juſan, & qu'il y en a d'autres où il arrive le contraire. Cette même cauſe peut encore produire pluſieurs ſortes de Phénomenes particuliers à de certains endroits.

V.

Pourquoi les petites Marées ſont beaucoup plus inégales, par rapport à leur grandeur, que les grandes Marées.

Nous avons déja vû que les petites Marées qui ſuivent les Quadratures, doivent être fort ſuſceptibles de pluſieurs irrégularités, tant par rapport au moment de la haute & baſſe Mer, que par rapport à la hauteur de la Marée.

Il me ſemble qu'on doit outre cela remarquer les grandes inégalités

inégalités qui regnent parmi les petites Marées, quoique tout-à-fait régulieres, pouvant ſous diverſes circonſtances croître juſqu'au double, pendant que les grandes Marées ne croiſſent que d'environ un quart. Pour rendre raiſon de cette Obſervation qu'on a faite, il faut ſe reſſouvenir des circonſtances eſſentielles & fondées dans la nature des Marées, qui peuvent les rendre, tantôt plus grandes, tantôt plus petites dans un même lieu, quoique l'âge de la Lune ne différe point.

Nous avons vû que ce ſont les diverſes diſtances des Luminaires à la Terre, & leurs différentes déclinaiſons, qui peuvent encore changer les hauteurs des Marées, lorſque l'âge de la Lune, & la latitude du lieu ſont les mêmes. Le Calcul nous a enſeigné auſſi, que l'effet de la diverſité des déclinaiſons des Luminaires eſt beaucoup plus petit que celui de la diverſité des diſtances: comme donc la diverſité des diſtances eſt beaucoup plus grande dans la Lune, que dans le Soleil, & que le Soleil a en même tems beaucoup moins de force que la Lune, on peut pour eſtimer en gros les variations des petites Marées, & les variations des grandes Marées, ſimplement faire attention aux diſtances de la Lune: nous avons trouvé que la diverſité des diſtances peut faire varier l'action de la Lune depuis 2 à 3, l'action du Soleil que nous conſidérons comme conſtante, étant exprimée par l'unité. Cela étant, & les hauteurs des petites Marées étant auſſi proportionnelles aux différences des actions des deux Luminaires, nous voyons que les hauteurs de ces petites Marées doivent être contenues dans les termes de $2-1$, & $3-1$, ou 1 & 2, pendant que les hauteurs des grandes Marées, qui ſont proportionnelles aux ſommes des actions des Luminaires, ſeront renfermées dans les termes de $2+1$ & $3+1$, c'eſt-à-dire, de 3 & 4.

Leſdits termes ſont confirmés par les Obſervations, comme par exemple, par celles qui ſont expoſées dans les Mémoires de l'Académie de 1713. pag. 287 & 288. Nous voyons de cette raiſon, que les variations abſoluës doivent

être à-peu-près les mêmes dans les petites Marées & dans les grandes Marées, & c'eſt ce que les Obſervations citées confirment auſſi ; & comme ces variations ſont par conſéquent plus ſenſibles dans les petites Marées que dans les grandes Marées, il faudra peut-être ſe ſervir plûtôt des premieres, que des autres, pour examiner par des Obſervations ce que les diverſes circonſtances peuvent contribuer pour faire varier les hauteurs des Marées.

VI.

Pourquoi les Marées étant montées plus haut, & ayant inondé plus de terrain pendant le Flot, deſcendent en même tems davantage, & laiſſent plus de terrain à ſec pendant le Juſan, & quelle proportion il y a entre les montées & deſcentes.

Nous voyons la premiere Queſtion indiquée, comme fort remarquable dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1712. pag. 94. La raiſon en eſt que les Marées ſont une eſpéce de mouvement oſcillatoire, ou de balancement ; car il y a dans ces balancemens un point d'équilibre, qui doit paſſer pour fixe, & au-deſſus duquel l'eau doit être cenſée s'élever dans la haute Mer, & ſe baiſſer dans la baſſe Mer. On pourroit croire d'abord que les élévations & deſcentes de l'eau à l'égard du point fixe, ſont conſtamment proportionnelles, & en ce cas notre Problême ſeroit réſolu dans toute ſon étendue avec beaucoup de facilité. Mais il y a une toute autre proportion bien plus variable & bien plus compliquée, que nous allons rechercher, d'autant que ce n'eſt pas proprement la hauteur des Marées dans le ſens que nous lui avons donné juſqu'ici, qu'il importe davantage de connoître dans la Navigation pour l'entrée & ſortie des Vaiſſeaux dans les Ports ou les Rades : il s'y agit plutôt de connoître la hauteur abſolue des eaux, lorſqu'elles ſont arrivées à leur plus grande ou leur plus petite hauteur ; & pour cet effet, il faut ſçavoir dans chaque Marée, tant l'élévation des eaux à l'égard du point fixe, que leur baiſ-

sement : jusqu'ici nous n'avons déterminé que la somme de ces variations sous le nom de hauteur de la Marée.

Voyons d'abord comment il faudra déterminer le point fixe : il est vrai qu'il est en quelque façon arbitraire, cependant il paroît le plus convenable de le placer-là, où atteindroit la surface de la Mer, si les Marées étoient nulles. Un tel point doit être considéré comme demeurant constamment à la même hauteur; car les causes qui peuvent le hausser ou le baisser, telles que sont les Vents, les Courans inégaux, &c. ne sont que passageres & purement accidentelles. Il s'agit donc à présent de sçavoir, combien les eaux montent au-dessus de ce point fixe dans la haute Mer, & combien elles descendent au-dessous du même point dans la basse Mer. Cette Question dépend de toutes les circonstances qui concourent pour former la hauteur absolue des Marées, & que nous avons examinées au long avec tout le soin possible. Ce seroit donc se jetter de nouveau dans les mêmes difficultés, si nous voulions traiter la présente Question avec la même rigueur, & aussi scrupuleusement, que nous avons fait l'autre; c'est pourquoi nous ne considérerons que les circonstances fondamentales & principales, qui sont que la Terre est toute inondée, que les Luminaires sont dans le plan de l'Equateur, & que la latitude du lieu est nulle, faisant abstraction de toutes les causes secondes : ceux qui voudront ensuite une Solution plus exacte, n'auront qu'à consulter les Chapitres VIII. & IX. pour y arriver.

Soit donc encore (comme nous avons supposé au Chap. V., $b\,\mathfrak{C}\,s\,\mathfrak{S}\,b$ dans la 9e. Figure l'Equateur, & que b marque le lieu du Soleil, $\mathfrak{C}$ celui de la Lune, & z le point de la plus grande élévation des eaux, exprimée par yz; si l'on prend un Arc de 90 degrés zs, le point s marquera l'endroit du plus grand baissement des eaux, exprimé par sx : nous avons démontré là-dessus au VIII. §. du Chap. V. qu'on a généralement

$$yz = \frac{2bb-3oo}{3bb} \times \mathfrak{C} + \frac{2bb-3ee}{3bb} \times \mathfrak{S}.$$

dans laquelle équation b marque le Sinus total, σ le Sinus de l'Angle bCz, déterminé au §. XI. Chap. V. ϱ le Sinus de l'Angle $\mathfrak{C}Cz$, exprimé au §. XIII. Chap. V. $\mathfrak{C}$ la hauteur des Marées en tant qu'elles seroient produites par la seule action de la Lune. Nous avons démontré pareillement au III. §. Chap. VIII. qu'en regardant sx comme positive, de négative qu'elle est par rapport à yz, on a généralement

$$sx = \frac{bb - 3\sigma\sigma}{3bb} \times \mathfrak{C} + \frac{bb - 3\varrho\varrho}{3bb} \times \mathfrak{S}.$$

Or comme les points z & s, qui sont de niveau, marquent le point fixe dans le sens que nous venons de lui donner, on voit que ces quantités yz & sx marquent préciſément l'élévation des eaux au dessus du point fixe, & leur baissement au-dessous du même point, tels que nous nous sommes proposés de les déterminer. Des valeurs que nous venons de trouver, on pourra tirer les Corollaires suivans.

(a) La différence entre chaque élévation au-dessus du point fixe, & la descente au-dessous du même point, est toujours $= \frac{1}{3}\mathfrak{C} + \frac{1}{3}\mathfrak{S}$: d'où nous voyons déja que l'une croissant ou diminuant, l'autre doit croître ou diminuer aussi, qui est le Phénomene observé par M. Cassini. Cette différence fait *environ* le tiers de la plus grande hauteur de Marée : je dis *environ*, parce que les quantités $\mathfrak{C}$ & $\mathfrak{S}$ sont variables, quoique leurs variations soient beaucoup plus petites que celles qui résultent des différens âges de la Lune, & à cet égard on peut dire que la différence dont il s'agit ici, est presque constante.

(b) Dans les Syzygies (ou plûtôt un jour & demi après) les quantités ϱ & σ doivent être supposées $= 0$, & ainsi on a $yz = \frac{2}{3}\mathfrak{C} + \frac{2}{3}\mathfrak{S}$, & $sx = \frac{1}{3}\mathfrak{C} + \frac{1}{3}\mathfrak{S}$: la montée est donc dans les grandes Marées toujours double de la descente. Cette propriété servira à déterminer commodément le point fixe dans chaque Port, & elle le donne de 5 pieds 3 pouces plus haut pour Brest, qu'il n'a été choisi par les Observateurs, si on la compare avec l'Observation, qui est au milieu de la page 94. des Mém. de l'Acad. des Scienc. de 1712.

(*c*) Dans les Quadratures (ou un jour & demi après) il faut faire $\varrho = 0$, & $\sigma = b$, ce qui donne $yz = \frac{2}{3}\mathfrak{D} - \frac{1}{3}\mathfrak{C}$, & $sx = \frac{1}{3}\mathfrak{D} - \frac{2}{3}\mathfrak{C}$: d'où l'on voit que la montée & descente des eaux à l'égard de notre point fixe, ont une raison variable dans les petites Marées, qui dépend du rapport qui se trouve alors entre la force lunaire $\mathfrak{D}$, & la force solaire $\mathfrak{C}$. Nous avons supposé dans tout cet Ouvrage ce rapport moyen comme 5 à 2, & ce rapport posé, il faut dire que dans les petites Marées, l'élévation des eaux au-dessus de notre point fixe, est 8 fois plus grande que leur baissement au-dessous du même point. Dans les Marées minimes nous avons supposé $\mathfrak{D} = 2\,\mathfrak{C}$, & dans les plus grandes des petites Marées $\mathfrak{D} = 3\,\mathfrak{C}$.

(*d*) Nous avons fait voir, que le point z n'est jamais éloigné beaucoup du point $\mathfrak{C}$, cela étant & faisant le Sinus de l'Angle $bc\mathfrak{C}$ (qui marque l'âge de la Lune) $= m$, on pourra supposer $\varrho = 0$ & $\sigma = m$, ce qui donne

$$yz = \tfrac{2}{3}\mathfrak{C} + \tfrac{2}{3}\mathfrak{D} - \tfrac{mm}{bb}\mathfrak{C}, \text{ \& } sx = \tfrac{1}{3}\mathfrak{C} + \tfrac{1}{3}\mathfrak{D} - \tfrac{mm}{bb}\mathfrak{C}.$$

Si l'on applique toutes ces Regles aux Observations faites en différens tems & lieux, on y trouvera un grand accord, si l'on choisit bien la juste proportion entre les quantités $\mathfrak{D}$ & $\mathfrak{C}$. Mais on remarquera dans cet examen, que les Vents & les Courans peuvent faire varier le point fixe que nous avons adopté.

CONCLUSION.

Je finirai ce discours par quelques reflexions sur notre Théorie. Elle suppose avant toutes choses une pesanteur vers les centres du Soleil & de la Lune, pareille à celle qui se fait vers le centre de la Terre, & que cette pesanteur s'étend au-delà de la région de la Terre. C'est le seul principe qui nous soit absolument nécessaire, & il n'y a personne qui le conteste. La rondeur des Luminaires prouve suffisamment la pesanteur qui se fait vers le centre ; & quelle raison pourroit-on avoir pour donner des limites à cette pe-

ſanteur ? Auſſi a-t-elle été reconnue depuis les ſiécles les plus reculés ; mais on n'en a connu toute l'évidence & toutes les loix, que depuis la Philoſophie immortelle de M. NEWTON. Les premieres conſéquences que nous avons tirées de ce principe pour l'explication des Marées, ſont purement Géométriques. Nous pouvons donc être aſſûrés de connoître la vraie cauſe des Marées, quoique nous en ignorions encore la cauſe premiere, qui eſt la cauſe générale & phyſique de la peſanteur. S'il y avoit quelqu'un qui eût deviné cette premiere cauſe, il mériteroit d'autant plus la préférence, que ſon Syſtême renfermeroit néceſſairement la vraie cauſe univerſelle de la peſanteur : cette conſéquence ſera la pierre de touche pour prouver la vérité d'un tel Syſtême ſur les Marées. Il en eſt de ceci, comme ſi l'on demandoit, par exemple, pourquoi la ſurface de l'eau dans un reſervoir ſe met toujours horiſontalement : on voit qu'on ne ſçauroit en dire la premiere cauſe, ſans qu'elle renferme la vraie Théorie ſur la peſanteur & ſur la fluidité, qui ſeules peuvent être la vraie cauſe du Phénomene en queſtion. Cette ſeule refléxion m'a fait quitter quelques conjectures qui ſe préſentoient à mon eſprit ſur la cauſe matérielle des Marées, quoiqu'elles me paruſſent d'ailleurs aſſez plauſibles. Je n'ai fait au reſte en employant ce principe, que ce que Kepler a déja fait. M. Newton eſt allé beaucoup plus loin ſur cette matiere, après avoir démontré auparavant que la peſanteur vers chaque corps dans le Syſtême du monde diminue en raiſon quarrée reciproque des diſtances : d'où il a tiré pluſieurs nouvelles propriétés ſur les Marées, leſquelles s'accordant avec les Obſervations, pourroient confirmer davantage ſon principe ſur la diminution de la peſanteur, s'il avoit beſoin d'autres preuves. Ce principe n'a pourtant pas beaucoup d'influence, ſi je me ſouviens bien, ſur les variations des Marées, qui dépendent des Phaſes de la Lune, des déclinaiſons des Luminaires & de la latitude des lieux, ſoit à l'égard des hauteurs des Marées, ſoit à l'égard de l'heure des Marées. Il ne ſert principalement

qu'à déterminer au juſte les variations qui dépendent des différentes diſtances des Luminaires à la Terre, & que les Obſervations n'ont pû déterminer avec aſſez de préciſion ; il n'y en a cependant aucune qui lui ſoit contraire, & pluſieurs Obſervations bien détaillées, ſont tout-à-fait conformes aux réſultats que ce principe donne. On remarquera enfin que ce que j'ai dit ſur la peſanteur terreſtre, que j'ai conſidérée comme formée par l'attraction univerſelle de la matiere, n'a abſolument aucun rapport avec aucune variation des Marées ; ces Marées pourront ſubſiſter telles qu'elles ſont, quelle que ſoit la nature de la peſanteur à cet égard : tout cet examen ne nous a ſervi que par rapport à la queſtion, quelle devroit être la hauteur abſolue de la hauteur des Marées, ſans le concours d'une infinité de cauſes ſecondes, qui peuvent augmenter & diminuer ces hauteurs abſolues, de ſorte que quelqu'eût été le réſultat de ces recherches, notre Théorie n'en eût pû ſouffrir aucune atteinte. J'eſpére avec tout cela, qu'on n'aura pas trouvé ces recherches inutiles à l'égard de pluſieurs circonſtances qui en ont été éclaircies, outre que nos déterminations donnent, en choiſiſſant les hypotheſes les plus vraiſemblables, des nombres tels que la nature de la choſe paroît exiger. Nous pouvons donc être tout-à-fait ſûrs de n'avoir rien admis d'eſſentiel dans toutes nos recherches, qui ne ſoit au-deſſus de toute conteſtation.

Quant à l'application de nos principes, à l'uſage que j'en ai fait, & au ſuccès de mon travail, ce n'eſt pas à moi à faire cet examen, ſur-tout ne pouvant le faire, ſans entrer dans un certain parallele avec un auſſi grand Homme qu'étoit M. Newton. Si j'ai eu quelque ſuccès, je dois avouer à l'honneur de ce ſçavant Philoſophe, que c'eſt lui qui nous a mis en état de raiſonner ſolidement ſur ces ſortes de matieres ; & ſi j'oſe me flatter de quelque mérite, c'eſt celui d'avoir traité notre ſujet avec une attention & une exactitude conforme aux grandes vûes de l'ACADEMIE, & au reſpect qu'on doit à cet illuſtre Corps.

DE

DE

CAUSA PHYSICA FLUXUS ET REFLUXUS MARIS.

A D. D. MAC-LAURIN, *Mathematicarum Professore, è Societate Academiæ Edimburgensis.*

OPINIONUM COMMENTA DELET DIES, NATURÆ JUDICIA CONFIRMAT.

DE
CAUSA PHYSICA
FLUXUS ET REFLUXUS
MARIS.

SECTIO I.

PHÆNOMENA.

PHILOSOPHI motum Maris triplicem olim agnoverunt*, diurnum, menſtruum & annuum; motu diurno Mare bis ſingulis diebus intumeſcit defluitque, menſtruo æſtus in Syzygiis Luminarium augentur, in Quadraturis minuuntur, annuo denique æſtus hyeme quàm æſtate ſiunt majores: verùm Phænomena hæc ſunt paulò accuratiùs proponenda.

* Plin. Lib. 2. Cap. 99.

I. Motus Maris diurnus absolvitur horis circiter solaribus 24 minutisque primis 48, intervallo scilicet temporis quo Luna motu apparente à Meridiano loci cujusvis digressa ad eundem revertitur. Hinc altitudo Maris maxima contingit Lunâ appellente ad datum situm respectu Meridiani loci dati; verùm hora solaris in quam incidit æstus singulis diebus retardatur, eodem ferè intervallo quo Lunæ appulsus ad Meridianum loci. Atque hic motus adeò accuratè ad motum Lunæ componitur, ut, secundùm Observationes à celeb. D. Cassini allatas, ratio sit habenda horæ in quam incidit vera conjunctio vel oppositio Solis, & æquatio à motu Lunæ desumpta adhibenda, ut tempus quo Mare ad maximam assurget altitudinem die Novilunii vel Plenilunii accuratiùs definiatur. In æstuariis autem diversi exsistunt æstus tempore, ut loquitur Plinius, non ratione discordes. Duo æstus qui singulis diebus producuntur, non sunt semper æquales; matutini enim majores sunt vespertinis tempore hyberno, minores tempore æstivo, præsertim in Syzygiis Luminarium. (*a*)

II. De motu Maris menstruo tria præcipuè sunt observanda 1. Æstus fiunt maximi singulis mensibus paulò post Syzygias Solis & Lunæ, decrescunt in transitu Lunæ ad Quadraturas, & sunt paulò post minimi. Differentia tanta est, ut ascensus totius aquæ maximus sit ad minimum ejusdem mensis, secundùm quasdam Observationes, ut 9 ad 5, & in nonnullis casibus differentia observatur adhuc major. 2. Æstus sunt majores, cæteris paribus, quò minor est distantia Lunæ à Terra, idque in majori ratione quàm inversa duplicata distantiarum, ut ex variis Observationibus colligitur. Ex. gr. anno 1713. ascensus aquæ in Portu Bristonico, (*b*) referente eodem Cl. viro, 26°. Febr. fuit pedum 22 digitorum 5. & Martii 13°. pedum 18 digit. 2. Declinatio Lunæ in utroque casu ferè eadem; in priori distantia Lunæ partium 953, in posteriori partium 1032, quarum distantia mediocris est 1000. Est autem quadratum numeri 1032 ad quadratum

(*a*) *Mém. de l'Acad. Royale*, 1710. 1712. & 1713.
(*b*) *Ibid.*

numeri 953, ut 22 pedes 5 digit. ad 19 pedes $1\frac{1}{5}$ digitos; aſcenſus autem aquæ in poſteriori caſu fuit tantùm 18 ped. cum 2 digitis. 3. Æſtus ſunt, cæteris paribus, majores, cùm Luna verſatur in Circulo æquinoctiali, & minuuntur creſcente Lunæ declinatione ab hoc Circulo.

III. Æſtus fiunt, cæteris paribus, majores, quò minor eſt diſtantia Solis à Terra; adeòque majores hyeme cæteris paribus, quàm æſtate. Differentia verò longè, minor eſt quàm quæ ex diverſis Lunæ diſtantiis oritur. Ex. gr. diſtantiæ Lunæ perigeæ fuerunt æquales Junii 19. 1711. & Decemb. 28. 1712. aſcenſus aquæ priore die pedum 18 digit. 4, poſteriori pedum 19 digit. 2; declinatio autem Lunæ fuit paulò minor in hac quàm in illa Obſervatione. (*a*)

Porrò in diverſis locis æſtus ſunt diverſi, pro varia locorum latitudine, eorumque ſitu reſpectu Oceani unde propagantur, pro ipſius Oceani amplitudine, & littorum fretorumque indole, aliiſque variis de cauſis.

SECTIO II.

PRINCIPIA.

Phænomenis æſtus Maris inſignioribus breviter recenſitis, progredimur ad Principia, unde horum ratio eſt reddenda. Liceat tamen præfari nobiliſſimam quidem, ſed ſimul difficillimam eſſe hanc Philoſophiæ partem, quæ Phænomenorum cauſas inveſtigat & explicat. Ea eſt Naturæ ſubtilitas, ut non ſit mirum cauſas primarias, ſolertiam Philoſophorum plerumque effugere. Qui omnium Phænomenorum rationes exponere, integramque cauſarum ſeriem nobis exhibere in ſe ſuſceperunt; illi certè magnis ſuis auſis hucuſque exciderunt. Philoſophiam quidem perfectiſſimam viri clariſſimi ſibi propoſuerunt exſtruendam, qualem tamen humanæ ſorti competere fas eſt dubitare. Præſtat igitur tantorum virorum ſucceſſu minùs felici edoctos, ipſius naturæ veſtigia cautè & lentè ſequi. Quòd ſi Phænomena ad generalia quæ-

(*a*) *Mém. de l'Acad. Royale*, 1710. 1712. & 1713.

dam Principia reducere poſſimus, horumque vires calculo ſubjicere, hiſce gradibus aliquam veræ Philoſophiæ partem aſſequemur; quæ quidem manca ſeu imperfecta erit, ſi ipſorum Principiorum cauſæ lateant; tanta tamen ineſt rerum naturæ venuſtas, ut ea pars longè præſtet Subtiliſſimis virorum acutiſſimorum commentis.

Motus Maris cuivis vel leviter perpendenti manifeſtum eſt Luminarium, Lunæ præſertim, motibus affines eſſe & analogos. Eadem eſt periodus motûs Maris diurni ac Lunæ ad Meridianum loci, eadem motûs menſtrui ac Lunæ ad Solem; utriuſque Luminaris vis in motu Maris generando hinc elucet, quòd æſtus ſint majores quò minores utriuſque diſtantiæ à Terra; adeò ut nullus ſit dubitandi locus, motum Maris eſſe aliquâ ratione ad motum Lunæ & Solis compoſitum. Quales autem dicemus illas eſſe vires quæ à Luna & Sole propagatæ (aut ab his aliquo modo pendentes) aquam bis ſingulis diebus tollunt & deprimunt; quæ in Syzygiis Luminarium conſpirant, in Quadraturis pugnant; in minoribus utriuſque diſtantiis augentur, in majoribus minuuntur; quæ in minori Lunæ declinatione fortiores, in majori debiliores ſunt; & nonnunquam majorem motum cient cùm Sol & Luna infra Horizontem deprimuntur, quàm cùm in Meridiano ſuperiori ambo dominantur. Fuerunt Viri celeberrimi qui æſtum Maris preſſione quadam Lunæ cieri putarunt. Verùm cauſam & menſuram hujus preſſionis non oſtenderunt, nec quo pacto motus Maris varii hinc oriri poſſint ſatis clarè indicarunt, multò minùs motus illos (hoc principio poſito) ad Calculum revocare docuerunt.

Sagaciſſimus Keplerus Mare versùs Lunam gravitare, æſtumque Maris hinc cieri olim monuit. Newtonus, poſtquàm leges gravitatis detexiſſet, invenit æquilibrium Maris non tam turbari ipſius gravitate versùs Lunam, quàm ex inæqualitate vis quâ particulæ Maris tendunt ad Lunam & Solem pro diverſis ſuis diſtantiis ab horum centris; primuſque motum Maris ad certas Leges, & ad Calculum revocare docuit. Fatendum quidem eſt gravitatis cauſam ignotam eſſe

vel saltem obscuram; Corpora tamen non sunt ideò minùs gravia. Sint qui asserant Corpora nullo impulsu aut vi externâ, sed vi quâdam innatâ se mutuò appetere; verùm non æquum est horum somnia veritati afficere. Alii statim confugiant ad immediatum supremi Auctoris imperium, ast neque horum nimia festinatio probanda est, neque illorum fastidium qui tot naturæ testimoniis non attendunt quoniam causa gravitatis est obscura. Vis gravitatis est nobis adeò familiaris, ejusque mensura adeò pro comperto habetur, ut hâc ad alias vires æstimandas ferè semper utamur; quam in Cœlis, non minùs quàm in Terris dominari, & secundùm certam legem augeri & minui demonstravit vir eximius tanta cum evidentia ut majorem frustra desideres in ardua & difficili hâc Philosophiæ parte, quæ de rerum causis agit.

Newtonus argumento singulari ostendit, Lunam urgeri versùs centrum Terræ vi quæ (habitâ ratione distantiarum) cum gravitate Corporum terrestrium planè congruit; quali Terram versùs Lunam pariter urgeri æquo jure censendum est. Cùm Corpus aliquo dversùs aliud pellitur, inde quidem haud sequitur hoc versùs illud simul urgeri. Verùm quid de gravitate Corporum cœlestium sentiendum sit, ex iis quæ comperta sunt de gravitate Corporum terrestrium (aliisque viribus similibus) optimè dignoscitur; cùm per hanc ad illam agnoscendam ducamur, sintque Phænomena omninò similia. Mons gravitat in Terram, & si Terra non urgeret montem vi æquali & contraria, Terra à monte pulsa pergeret cum motu accelerato in infinitum. Porrò status cujusvis systematis Corporum (i. e. motus centri gravitatis) necessariò turbatur ab omni actione cui non æqualis & contraria est aliqua reactio, ita ut vix quidquam perenne aut constans dici possit in systemate si hæc lex locum non habeat. Cumque Terræ partes ita semper in se mutuò agant, ut motus centri gravitatis Terræ nullatenus turbetur à mutuis Corporum aut agentium quorumcunque conflictibus, sive intra sive extra superficiem sitorum; eademque lex obtineat in viribus magneticis, electricis aliisque, teste experientia, jure concludit

Newtonus Lunam non tantùm in Terram, sed hanc quoque in illam gravitare, & utramque circa commune centrum gravitatis moveri, dum hoc centrum circa totius systematis centrum gravitatis (*a*) continuò revolvitur.

Gravitatem, cæteris paribus, proportionalem esse quantitati materiæ solidæ Corporis, accuratissima docent experimenta, idemque, è calculo gravitatis Corporum cœlestium comprobatur; quin gravitatem quoque sequi rationem materiæ Corporis versùs quod dirigitur, ex principio memorato aliisque argumentis colligitur. Similis est ratio aliarum virium quæ in natura dominantur. Lucis radii ex. gr. magis refringuntur, cæteris paribus, quò densiora sunt Corpora quæ subintrant. Terræ partes versùs se mutuò gravitant, non versùs illud punctum fictum quod centrum Terræ appellamus; quod cùm rationi & analogiæ naturæ sit maximè consentaneum, tum pulcherrimè confirmatur accuratissimis experimentis quæ in Boreali Europæ parte nuper instituerunt viri clarissimi ex Academia Regia Parisiensi. Causa gravitatis (quæcumque demum sit) latè dominatur; cumque sit diversa in diversis distantiis, non est mirandum, ejus vim pendere quoque à magnitudine illius Corporis, versùs quod alia impellit. Fatemur vim hanc Corpori centrali impropriè tribui; expedit quidem brevitatis gratiâ sic loqui, id autem sensu vulgari non Philosophico est intelligendum.

Hæc breviter tantùm hîc attingimus. Newtonus postquàm definivisset vim Solis ad aquas turbandas ex differentia diametri Æquatoris & Axis Terræ (quam approximatione quâdam suâ investigaverat) per regulam auream quærit breviter ascensum aquæ ex vi Solis oriundum. Verùm quamvis elevatio aquæ quæ sic prodit parum à vera differat, cùm tamen Problemata hæc sint diversi generis, quorum priùs pendet à Quadratura circuli, posterius autem à Qua-

(*a*) Suspicari licet aliquam obliquitatis Ecliptiæ variationem, de qua sermo est apud Astronomos, ex motu Solis circa centrum systematis oriri: indicio erit hanc esse Phænomeni causam, si constiterit illam variationem analogiam servare cum motu Jovis Planetarum maximi.

dratura

dratura Hyperbolæ seu Logarithmis, ut posteà videbimus; sitque dubitandi locus an à priori ad posteriorem elevationem determinandam, transitus adeò brevis sit omni ex parte legitimus, vel etiam an Methodus quâ figuram Terræ definiverat sit satis accurata; cúmque vires subtilissimæ motum Maris producant, quæ nullos alios sensibiles edunt effectus, adeò ut leviſſima quæque in hac disquisitione alicujus momenti esse possint; propterea existimavi me facturum operæ prætium, si aliam aperirem viam quâ calculus in hisce Problematibus ex genuinis principiis accuratissimè instituí poterit.

Repetenda imprimis sunt pauca ex Newtono, postea viam diversam sequemur. Sit L Luna, T centrum Terræ, $B\,b$ planum rectæ, $L\,T$ perpendiculare, P particula quævis Terræ; sitque $P\,M$ perpendicularis in planum $B\,b$. Repræsentet $L\,T$ gravitatem Terræ mediocrem vel particulæ in centro T positæ versùs Lunam, sumatur $L\,K$ ad $L\,T$, ut est LT^2 ad $L\,P^2$, eritque recta $L\,K$ mensura gravitatis particulæ P in Lunam. Ducatur $K\,G$ rectæ $P\,T$ parallela, occurratque $L\,T$ productæ, si opus est, in G, & resolvetur vis $L\,K$ in vires $K\,G$ & $L\,G$, quarum prior urget particulam P versùs centrum Terræ estque ferè æqualis ipsi $P\,T$; posterioris pars $T\,L$ omnibus particulis communis, & sibi semper parallela, motum aquæ non turbat; altera verò pars $T\,G$ est quàm proximè æqualis ipsi $3\,P\,M$: * Imprimis igitur quærendum est quænam debeat esse figura Terræ fluidæ cujus particulæ versùs se mutuò gravitant viribus in inversa distantiarum ratione, duplicata decrescentibus, quæque simul agitantur duabus viribus extraneis, quarum altera versùs centrum T dirigitur, estque semper ut $P\,T$ distantia particulæ à centro, altera agit in recta ipsi $T\,L$ parallela estque ad priorem ut $3\,P\,M$ ad $P\,T$. Ostendemus autem Sectione sequenti figuram hujus Fluidi esse accuratè Sphæroidem quæ gignitur revolutione Ellipseos circà Axem transversum, si Terra supponatur uniformiter densa; atque

FIG. I.

* Vis hæc paulò major est si particula P sit in parte Terræ Lunæ obversa, minor si in parte Lunæ aversa, unde meritò habetur æqualis ipsi $3.P\,M$.

hinc calculum motûs Maris ex motibus cœleſtibus deducere conabimur.

Obſervandum autem alias cauſas conſpirare ad motus Maris producendos cum inæquali gravitate partium Terræ versùs Lunam & Solem. Motus Terræ diurnus circa Axem ſuum variis modis æſtum Maris afficere videtur, præter illum à Newtono memoratum, quo æſtus ad horam lunarem ſecundam aut tertiam retardatur. 1. Æſtus fit paulò major ob vim centrifugam & figuram ſphæroïdicam, ex motu Terræ oriundam, cùm hæc vis paulò major evadat in partibus Maris altioribus quàm in depreſſioribus. 2. Cùm Maris æſtus fertur vel à Meridie versùs Septentrionem, vel contrà à Septentrione versùs Meridiem, incidit in aquas, quæ diversâ velocitate circa Axem Terræ revolvuntur, atque hinc motus novos cieri neceſſe eſt, ut poſtea dicemus. Porrò ſecundùm Theoriam gravitatis, vis quâ particulæ Maris urgentur versùs Terram ſolidam, (quæ aquâ longè denſior eſt) ſuperat vim quâ versùs aquam urgentur. Vires illæ ſunt quidem exiguæ; cùm autem vires quibus Luna & Sol in aquas agunt, in experimentis pendulorum & ſtaticis nullos producant effectus ſenſibiles, tantos autem motus in aquis Oceani generent, ſuſpicari licet vires tantillas ad aquæ motus augendos aliqua ex parte conducere.

SECTIO III.

De Figura quam Terra fluida æqualiter denſa indueret ex inæquali particularum gravitate, versùs Lunam aut Solem.

Expoſitis Phænomenis æſtus Maris & principiis generalibus unde celeberrimi Phænomeni ratio petenda videtur, progredimur nunc ad figuram determinandam quam Terra fluida viribus Lunæ vel Solis ſuprà explicatis, agitata aſſumeret; præmittenda autem ſunt quædam Lemmata quibus hæc diſquiſitio aliàs difficillima facilè perfici poterit.

LEMMA I.

Sit $ABab$ Ellipsis, C centrum, HI diameter quævis, Mm ordinata ad diametrum HI in puncto u, ex H & M ducantur rectæ HP & mx parallelæ, duabus quibusvis diametris conjugatis; & sibi mutuò occurrentes in q; jungantur qu & PM, atque hæ rectæ erunt sibi mutuò parallelæ. FIG. 11.

Occurrat recta HP, ordinatæ Mm in z, & rectæ Ma (quæ parallela sit ipsi mq) in Q. Sint Ca, CA & CB semidiametri respectivè parallelæ rectis Mm, mx & HP. Ducatur GE parallela ipsi CB & producatur donec occurrat semidiametro CI in g. Ex natura Ellipseos erit Rectangulum $Mz \times zm : Hz \times zP :: CG : CB$; & ob parallelas CG & Mm, erit $qz : zm :: GE : CG$. Unde $Mz \times qz : Hz \times zP :: CG \times GE : CB^2$. Verùm $Hz \times zP : zu \times zP :: Hz : zu :: Gg : CG$. Quare ex æquo $Mz \times zq : zu \times zP :: Gg \times GE : CB^2$. Est autem Rectangulum sub Gg & GE æquale quadrato ex semidiametro CB per notam proprietatem ellipseos, cùm CI sit conjugata semidiametro CG, & CB ipsi CA. Proinde $Mz \times zq = zu \times zP$, & $zq : zu :: zP : zM$, adeóque qu parallela rectæ PM. q. e. d.

COR. 1. Recta PQ dividitur harmonicè in q & z vel $Pa : Pq :: az : qz$. Quippe ducatur ue parallela ipsi mx, occurratque rectæ HP in e, tum erit $Pz : qz :: PM : qu$ (ob parallelas PM, qu) $:: Pa : ge$. Unde $Pq : qz :: Pe : qe :: qe : ez :: Pe \times qe :: qe \times ez ::$ (quoniam Qe, eq sunt æquales) $PQ : Qz$.

COR. 2. Occurrat recta mx Ellipsi in x, jungatur Hx quæ occurrat rectæ PM in r, juncta ur erit parallela ipsi mx. Quippe sit Ih parallela rectæ HP & occurrat ipsi mx in o; tum ox erit æqualis rectæ qm & $Io : ox :: Pq : qm :: PQ : QM$; adeóque Ix erit parallela ipsi PM. Verùm cùm IH sit diameter Ellipseos & ad x punctum in Ellipsi situm ductæ sint rectæ Ix, Hx ab extremitatibus diametri IH, erunt hæ parallelæ duabus diametris conjugatis, ex natura Ellipseos. Quare cùm ex punctis H & M eductæ sint duæ rectæ

Hx & PM respectivè parallelæ duabus diametris conjugatis, quæ sibi mutuò occurrunt in r, juncta ur erit parallela rectæ xm per hoc Lemma.

Fig. III. *Cor.* 3. Sit recta HP nunc parallela Axi Ellipseos, eritque Angulus HPM æqualis Angulo HPm, quoniam $QM : qm :: Qz : qz :: PQ : Pq$ per Cor. 1. Ducantur porrò Hh & PI parallelæ alteri Axi Aa & occurrant Axi Bb in D & d; super Axem Dd describatur Ellipsis similis Ellipsi $ABab$ & similiter posita cui occurrat recta ur producta in N & n; occurrat ur Axi Dd in V, eritque VN vel Vn æqualis rectæ er, & si jungantur Dn, DN erunt hæ rectæ respectivè parallelæ rectis PM, Pm. Nam $Pe : er :: Pq : qm$: & $He : er :: Hq : qx$, unde $He \times Pe : er^2 :: Hq \times qP : mq \times qx :: CB^2 : CA^2$. Sed Rectangulum $DV \times Vd : VN^2 :: CB^2 : CA^2$; $dv = He$, $DV = Pe$, adeóque $DV \times Vd = He \times Pe$, unde $VN^2 = er^2$, & $VN = er$, PM parallela rectæ DN & Pm rectæ Dn.

Cor. 4. Hinc sequitur conversè quòd si Nn sit ordinata ab interiori Ellipsi ad Axem Dd & Dp perpendicularis Axi Dd occurrat Ellipsi exteriori in P; jungantur DN & Dn hisque parallelæ PM, Pm occurrant Ellipsi exteriori in M & m; ducatur PH parallela Axi Dd, in quam sint perpendiculares MQ & mq, tum $PQ + Pq$ (vel $2Pe$) erit æqualis $2DV$ punctis Q & q cadentibus ad easdem partes puncti P, & $PQ - Pq = 2DV$ cum Q & q sunt ad contrarias partes puncti P.

Lemma II.

Fig. IV. Recta PL perpendicularis Ellipsi $ABab$ in P occurrat Axi Bb in L, & ex puncto L sit LZ perpendicularis in semidiametrum CP, eritque Rectangulum CPZ contentum sub semidiametro CP & intercepta PZ æquale quadrato ex semiaxi CA.

Sit Cp semidiameter conjugata ipsi CP, ducatur PD perpendicularis in Axem Bb & producatur donec occurrat semidiametro Cp in K, jungatur KZ, sitque PT tangens

Ellipseos in puncto *P*. Ob Angulos rectos *L D P*, *L Z P*, *L P T* circulus transibit per quatuor puncta *L*, *D*, *P*, & *Z*, & continget rectam *P T* in *P*, adeóque Angulus *P D Z* æqualis erit Angulo *C P T* vel *P C K*. Proinde circulus transibit per quatuor puncta *C*, *K*, *D* & *Z*; Angulus *C Z K*, æqualis erit rectæ *C D K*, *K z* transibit per punctum *L* & ex natura circuli $CP \times PZ = DP \times PK = CA^2$. q. e. d. (*a*)

LEMMA III.

Ponamus particulas corporum versùs se mutuò gravitare viribus decrescentibus in inversa duplicata ratione distantiarum à se invicem, sintque *P A E a*, *P B F b* similes pyramides vel coni ex materia hujusmodi homogenea compositi, eritque gravitas particulæ *P* in solidum *P A E a* ad gravitatem ejusdem particulæ in solidum *P B F b* ut *P A* ad *P B*, vel ut homologa quævis latera horum solidorum. FIG. V.

Gravitas enim particulæ *P* in superficiem quamvis *AEaA* puncto *P* concentricam est ut superficies hæc directè & quadratum radii *P A* inversè, adeóque est semper eadem in quavis distantia *P A*. Quare gravitas particulæ *P* versùs totum solidum *P A E a* erit ad gravitatem ejusdem particulæ versùs totum solidum *P B F b* ut *P A* ad *P B*.

Cor. 1. Hinc gravitates quibus particulæ similiter sitæ respectu solidorum similium & homogeniorum versùs hæc solida urgentur, sunt ut distantiæ particularum à punctis similiter sitis in ipsis solidis, vel ut latera quævis solidorum homologa. Quippe hæc solida resolvi possunt in similes conos vel pyramides, vel similia horum frusta, quæ vertices habebunt in particulis gravitantibus.

Cor. 2. Hinc etiam facilè sequitur quòd si annulus ellipticus, figuris similibus *A B a b*, *D n d N* terminatus, circà Axem alterutrum revolvatur, gravitatem particulæ intra solidum sic genitum sitæ, vel in interiori ejus superficie positæ, versùs hoc solidum evanescere; quoniam si recta quævis

(*a*) Proprietates bis in hoc & præcedenti Lemmate demonstratæ analogicè facilè ad hyperbolam transferuntur.

Ellipſibus hiſce ſimilibus & ſimiliter poſitis occurrat, æqualia ſemper erunt rectæ ſegmenta extrema quæ ab Ellipſibus intercipiuntur (ut facilè oſtenditur ex natura harum figurarum) adeóque vires æquales & oppoſitæ in hoc caſu ſe mutuò deſtruent. Hinc verò ſequitur quòd ſi *AB ab* ſit Sphærois genita motu Ellipſeos circà alterutrum Axem, ſintque *B* & *D* particulæ quævis in eodem ſemidiametro ſitæ, gravitatem particulæ *B* versùs Sphæroidem fore ad gravitatem particulæ *D* ut diſtantia *CB* ad diſtantiam *CD*, per Corollarium præcedens.

LEMMA IV.

FIG. VI. Sit *ABab* Sphærois genita motu ſemiellipſeos *ABa* circà Axem *Aa*, *P* particula quævis in ſuperficie ſolidi, ſit *PK* Axi normalis in *K*; & *PD* Axi parallela occurrat plano *Bb* (quod Axi ſupponitur normale) in *D*. Reſolvatur vis quâ particula *P* gravitat versùs Sphæroidem in duas vires, alteram Axi parallelam, alteram eidem perpendicularem, eritque prior æqualis vi quâ particula *K* in Axi ſita tendit ad centrum ſolidi, poſterior autem æqualis vi quâ particula *D* urgetur versùs idem centrum.

Producatur *PK* donec rursùs occurrat Ellipſi generatrici in *H*, ducatur *Hd* parallela Axi *Aa* quæ occurrat Axi *Bb* in *d*, concipiamus ſolidum *DndN* ſimile ipſi *BAba* & ſimiliter poſitum deſcribi ſuper Axem *Dd*. Horum ſolidorum Sectiones ab eodem plano reſectæ erant ſemper Ellipſes ſimiles & ſimiliter poſitæ, uti notum eſt & facilè oſtenditur. Sint igitur *BAba*, *DndN* hujuſmodi figuræ à plano *PAbIBP*, quod ſemper tranſire ponatur per datam rectam *PDI* reſectæ ex ſimilibus hiſce ſolidis. Contineat planum *PzZIT* cum plano priori Angulum quàm minimum & faciat Sectiones ſimiles *PzZIT*, *DrRD* & ſimiliter poſitas in prædictorum ſolidorum ſuperficiebus. Hiſce poſitis, imprimis oſtendemus vim quâ particula *P* urgetur versùs duo fruſta quæ planis *PbI*, *PZI* & planis *PBI*, *PTI* continentur, ſi reducatur ad directionem *PK*, æqualem fore vi

quâ particula D urgetur versùs frustum planis $DnND$, $DrRD$ terminatum.

Sint enim $NnN'n'$ duæ ordinatæ ex interiori Ellipsi ad Axem Dd; sint (*a*) PM, Pm, PM' & Pm' respectivè parallelæ rectis DN, Dn, DN' & Dn'; sint porrò plana DNR, $DN'R'$, Dnr, $Dn'r'$, PMZ, $PM'Z'$, Pmz, $Pm'z'$ plano $PbIB$ perpendicularia quæ alteri plano, $PzZIT$ occurrant in rectis DR, DR', Dr, Dr', PZ, PZ', Pz, Pz', respectivè. His positis, quoniam Anguli NDN' & MPM', nDn' & mPm' ponuntur semper æquales; & rectæ PM & DN, Pm & Dn, æqualiter semper inclinantur ad PI communem planorum Sectionem; si Angulus NDN' & inclinatio planorum $PbTB$, $PZIT$ ad se invicem continuò minui supponantur donec evanescant, erunt gravitates particulæ D, in Pyramides $DNN'R'R$, $Dnn'r'r$ & particulæ P in Pyramides $PMM'Z'Z$, $Pmm'z'z$ ultimo in ratione rectarum DN, Dn, PM & Pm respectivè per Lemma 3. Eædemque vires secundùm rectas Axi Aa, perpendiculares æstimatæ erunt ut rectæ DV, Dv, PQ, Pq respectivè. Unde cùm $PQ \mp Pq = 2DV$ per Corol. 4. Lem. 1. sequitur vim quâ particula P urgetur versùs Axem Aa, gravitate suâ in Pyramides $PMM'Z'Z$, $Pmm'z'z$ æqualem esse vi, quâ particula D urgetur gravitate suâ versùs Pyramides $DNN'R'R$, $Dnn'r'r$. Quare si plana DNR, PMZ sibi mutuò semper parallela & plano $PbIB$ perpendicularia moveantur semper circà puncta D & P (rectis scilicet DN, PM procedentibus semper in plano $PbIB$, & rectis DR, Pz in plano $PZIT$) erunt vires quibus particula P urgetur versùs Axem ex gravitate sua in frusta motu planorum PMZ, Pmz sic descripta, æquales semper viribus, quibus particula D urgetur versùs eundem Axem gravitate suâ in frusta motu planorum DNR, Dnr descripta; unde sequitur particulam P urgeri eâdem vi secundùm rectam PK, gravitate suâ in frusta planis PbI,

(*a*) In hac Figura describenda rectas NR, $N'R'$, &c. non duximus secundùm regulas perspectivæ, sed eâ ratione quâ facillimè dignosci possint.

$P \approx I$, & planis PBI, PTI contenta, quâ particula D tendit versùs fruſta planis $Dn\,ND$, $Dr\,RD$ terminata. Proinde cùm hæ vires ſecundùm rectas Axi totius ſolidi perpendiculares æſtimatæ ſint etiam æquales, & par ſit ratio virium quibus particulæ P & D urgentur versùs fruſta quævis alia ſimiliter ex ſolidis reſecta, ſequitur particulam P æqualiter urgeri versùs Axem gravitate ſuâ in ſolidum exterius, & particulam D gravitate ſuâ in ſolidum ſimilè interius, vel etiam in ſolidum exterius, cùm hæ vires ſint eædem per Corol. 2. Lem. 3.

Simili planè ratione colligitur vim, quâ particula P urgetur ſecundùm rectam Axi Parallelam æqualem eſſe vi, quâ particula K in Axe ſita urgetur versùs centrum ſolidi.

Cor. 1. Particulæ igitur quævis Sphæroidis æqualiter ab Axe vel Æquatore ſolidi diſtantes æqualiter versùs Axem vel Æquatorem urgentur. Vireſque quibus particulæ quævis urgentur versùs Axem ſunt ut illarum diſtantiæ ab Axe, &
Fig. VII. vires quibus urgentur versùs planum Æquatoris, ſunt ad ſe invicem, ut illarum diſtantiæ ab hoc plano.

Cor. 2. Repræſentet A vim quâ Sphærois urget particulam in Axis termino A ſitam, B vim quâ idem ſolidum urget particulam B in circumferentia circuli medii inter A & a poſitam; ſumatur KR ad KC, ut $\frac{A}{CA}$ eſt ad $\frac{B}{CB}$, jungatur PR, & particula P tendet versùs Sphæroidem in recta PR, vi quâ huic rectæ ſemper eſt proportionalis. Vis enim quâ particula D urgetur versùs centrum ſolidi, eſt ad B, ut CD ad CB, per Cor. 2. Lem. 3. Similiter vis, quâ particula K urgetur versùs ſolidi centrum eſt ad A, ut CK ad CA. Quare per Lemma 4. vis quâ particula P urgetur ſecundùm rectam PK Axi normalem eſt ad vim, quâ urgetur ſecundùm rectam PD Axi parallelam, ut $\frac{PK \times B}{CB}$ ad $\frac{CK \times A}{CA}$; adeóque ut $PK \times KC$ ad $CK \times KR$. i. e. ut PK ad KR ex conſtructione. Quare particula P urgetur ſecundùm rectam PR, his viribus conjunctis, & vis compoſita eſt ad B, ut PR ad BC. Quo, verò pacto vires A & B computari poſſint poſtea oſtendemus. PROPOSITIO

PROPOSITIO I.

THEOREMA FUNDAMENTALE.

Conſtet Sphærois *A B a b* materia fluida, cujus particulæ versùs ſe mutuò urgeantur viribus in inverſa duplicata ratione diſtantiarum decreſcentibus; agantque ſimul duæ vires extraneæ in ſingulas Fluidi particulas, quarum altera tendat versùs centrum Sphæroidis, ſitque ſemper proportionalis diſtantiis particularum ab hoc centro; altera agat ſecundùm rectas Axis ſolidi Parallelas, ſitque ſemper proportionalis diſtantiis particularum à plano *B b* Axi normali; & ſi ſemiaxes *CA*, *CB* Ellipſeos generatricis ſint inverſæ proportionales viribus totis, quæ agunt in particulas æquales in extremis Axium punctis *A* & *B* ſitas, erit totum Fluidum in æquilibrio.

Ut hæc Propoſitio noſtra primaria clariſſimè demonſtretur, oſtendemus imprimis vim compoſitam ex gravitate particulæ cujuſvis *P* & duabus viribus extraneis, ſemper agere in recta *P L*, quæ eſt ad ſuperficiem Sphæroidis ſemper normalis. 2. Fluidum in recta quavis *P C* à ſuperficie ad centrum ducta, ejuſdem ubique eſſe ponderis. 3. Fluidum in canalibus quibuſvis à ſuperficie ad datam quamvis particulam intra ſolidum ductis, eâdem ſemper vi particulam illam urgere.

1. Vires totæ quæ agunt in particulas *A* & *B* dicantur *M* & *N*, quæ ex hypotheſi ſunt in ratione Axium *CB* & *CA*. Reſolvatur vis prior extranea quæ agit ſecundùm rectam *PC*, in vires duas, alteram Axi parallelam, alteram eidem perpendicularem; eruntque hæ vires ſemper ut rectæ *PK* & *KC*. Unde cùm vis quâ gravitas particulæ *P* urget eam ſecundùm rectam *P K*, ſit etiam ut *P K* per Lemma ſuperius, ſequitur vim totam quâ particula *P* urgetur ſecundùm rectam *P K*, eſſe ad *N*, ut *P K* ad *CB*. Vires tres agunt in particulam *P* ſecundùm rectam *P D* Axi parallelam, particulæ ſcilicet gravitas & duæ vires extraneæ, quæ ſingulæ variantur in ratione

rectæ PD vel KC; adeóque vis ex his tribus resultans erit ad M ut CK ad CA. Vis igitur quâ particula P urgetur secundùm rectam PK est ad vim quâ urgetur secundùm rectam PD ut $\frac{N \times PK}{CB}$ ad $\frac{M \times KC}{CA}$ sive (cùm $M : N :: CB : CA$) ut $PK \times CA^2$ ad $CK \times CB^2$. i. e. (quoniam si PL Ellipsi generatrici perpendicularis occurrat Axi Aa in L, erit KC ad KL, ut CA^2 ad CB^2, ex nota Ellipsis proprietate) ut $PK \times KC$ ad $KC \times KL$, adeóque ut PK ad KL. Unde vis composita particulam urget in recta PL, quæ ad superficiem Fluidi ponitur perpendicularis; estque semper ut recta hæc PL, cùm vires secundùm rectas PK sint semper ut PK.

2. Sit LZ normalis in semidiametrum CP, & vis quâ particula P urgetur versùs centrum, erit ut recta Pz per vulgaria Mechanicæ Principia, & pondus Fluidi in recta PC, ut rectangulum $CP \times PZ$, quod semper est æquale quadrato ex semiaxi CB per Lemma II. Centrum igitur æqualiter undique urgetur, estque Fluidum in æquilibrio in C.

3. Sit p particula quævis in solido ubicunque sita, Pp recta quævis à superficie ad particulam p dûcta; sint PK, pk normales in Axem Aa, & vis quâ particula p urgetur pondere Fluidi in recta quavis Pp secundùm hanc rectam, facili calculo quem brevitatis gratiâ omittò, invenietur æqualis $\frac{N}{2CB} \times \overline{PK^2 - pk^2} - \frac{M}{2CA} \times \overline{Ck^2 - CK^2} =$ (cùm $M : N :: CB : CA$) $\frac{M \times CA^2 \times PK^2 + M \times CK^2 \times CB^2 - M \times CA^2 \times pk^2}{2CB^2 \times CA} - \frac{M \times CB^2 \times Ck^2}{2CB^2 \times CA}$ = (cùm $PK^2 : CA^2 - CK^2 :: CB^2 : CA^2$, & si CG sit semiaxis Ellipseos per p ductæ similis Ellipsi $ABab$, & similiter sitæ, $pk^2 : CG^2 - Ck^2 :: CB^2 : CA^2$) $\frac{M \times CA}{2} - \frac{M \times CG}{2}$ adeóque cùm hæc quantitas à situ puncti P non pendeat, vis hæc est semper eadem, si detur locus particulæ p; quæ proinde cùm undique æqualiter urgeatur, Fluidum erit ubique in æquilibrio.

COR. 1. Sit ut in Cor. 2. Lemmatis IV. A vis gravitatis

in Sphæroidem in loco A, B vis gravitatis in eandem in loco B, V vis KG (Fig. 1.) in mediocri sua quantitate in superiore Sectione exposita, quâ Luna vel Sol aquam Sphæroidis deprimit in distantia d, quæ ponitur mediocris inter CA & CB. Sit $CA = a$, $CB = b$, eritque vis N, quâ particula B versùs C urgetur, æqualis $B + \frac{bv}{d}$, & $M = A + \frac{av}{d} - \frac{3av}{d} = A - \frac{2av}{d}$. Unde per hanc Propositionem si $a : b :: B \times \frac{bv}{d} : A - \frac{2av}{d}$, erit Fluidum in æquilibrio. Atque hinc ex datis A, B & V in terminis a & b species figuræ innotescet. Est $Aa - Bb = \frac{2a^2v}{d} + \frac{b^2v}{d}$.

Cor. 2. Cùm vis V (sive ex inæquali gravitate particularum versùs Lunam, vel versùs Solem oriatur) sit exigua admodum respectu virium A & B, & differentia inter a & b admodum parva, ducatur $a = d \times v$ & $b = d - x$, eritque $Bd - Bx + V \times \frac{\overline{d-x}^2}{d} = Ad + Ax - 2V \times \frac{\overline{d+x}^2}{d}$, & neglectis terminis ubi $x\,x$ reperitur $Bd - Bx + Vd - 2Vx = Ad + Ax - 2Vd - 4Vx$, unde $Bd - Ad + 3Vd = Ax + Bx - 2Vx$; adeóque $x : d :: B - A + 3V : B + A - 2V$; & differentia altitudinis aquæ in A & B (seu $2x$) ad semidiametrum mediocrem d ut $2B - 2A + 6V$ ad $B + A - 2V$, vel quàm proximè ut $B - A + 3V$ ad gravitatem versùs Sphæroidem mediocrem.

Cor. 3. In præcedentibus Corollariis supposuimus $d = \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}CB$; verùm si d denotet aliam quamvis distantiam ubi vis KG (Fig. 1.) ponatur æqualis ipsi V, sitque $e = \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}CB$, erit $x : e :: B - A + \frac{3eV}{d} : B + A - \frac{2eV}{d}$.

Cor. 4. Per vim V in his Corollariis intelleximus vim vel Solis vel Lunæ, & figuram consideravimus, quam Terra fluida homogenea indueret si hæ vires seorsùm in eam agerent. Sit nunc Luna Soli conjuncta vel opposita, & simul

agant in Terram. In hoc casu vires Luminarium conspirant ad aquam tollendam in A & a, eamque deprimendam in B & b, & eaſdem ubique ſervant leges. Unde erit etiam in hoc caſu fluidum in æquilibrio, ſi vis tota quæ agit in loco A, ſit ad vim totam quæ agit in loco B ut CB ad CA; adeóque ſi V nunc deſignet ſummam virium, quibus Sol & Luna aquam deprimit in rectis Tb, TB (Fig. 1.) ad mediocrem diſtantiam, fluidum erit in æquilibrio, ſi $b : a :: A - \frac{2aV}{d} : B + \frac{bV}{d}$, vel x ad d ut $B - A + 3V$ ad $B + A - 2V$ quàm proximè, ut priùs.

Cor. 5. Sit nunc Luna in recta Aa, Sol in recta Bb; & quoniam Lunæ vis potior éſt, Axis tranſverſus figuræ generatricis tranſeat per Lunam, conjugatus per Solem; & ſi vis tota quæ agit in loco A ſit ad vim totam quæ agit in loco B ut CB ad CA erit Sphærois fluida in æquilibrio etiam in hoc caſu. Sit S vis quâ Sol deprimit aquam in rectis TA, Ta ad mediocrem à centro C diſtantiam, L vis quâ Luna aquam deprimit in rectis TB, Tb ad æqualem diſtantiam; eritque vis tota quæ agit in loco A æqualis $A - \frac{2al}{d} + \frac{as}{d}$, vis tota quæ agit in loco B æqualis $B + \frac{bl}{d} - \frac{2bs}{d}$. Unde colligitur ut in Corol. 2. $x : d :: B - A + 3l - 3s : B + A - 2l - 2s$ :: (ſi $l - s$ nunc dicatur V) $B - A + 3V . B + A - 2V$, ut priùs.

Fig. I.

Fig. VII. *Schol.* Eâdem planè ratione oſtenditur quòd ſi $BabA$ ſit Sphærois fluida oblata genita motu ſemiellipſis BAb circa Axem minorem Bb; & vertatur hæc Sphærois circa eundem Axem tali motu ut gravitas versùs Sphæroidem hanc in Polo A ſit ad exceſſum quo gravitas in loco B ſuperat vim centrifugam in B ex motu Sphæroidis circa Axem oriundam ut CB ad CA, Fluidum fore ubique in æquilibrio. Unde ſequitur figuram Terræ, quatenus ex vi centrifuga à motu diurno oriunda immutatur, eſſe Sphæroidem oblatam qualis gignitur motu ſemiellipſis BAb circa Axem minorem (ſi materia Terræ pro æqualiter denſa habeatur)

ſemidiametrum Æquatoris eſſe ad ſemiaxem ut gravitas ſub Polis in Terram eſt ad exceſſum gravitatis ſupra vim centrifugam ſub Æquatore, corpus in loco quovis P tendere versùs Terram vi quæ eſt ſemper ut recta PL perpendicularis Ellipſi generatrici & Axi majori occurrens in L, & menſuram denique gradus in Meridiano eſſe ſemper ut cubus ejuſdem rectæ PL. Hæc omnia accuratè demonſtrantur ex hac Propoſitione; quæ quamvis in diſquiſitione de figura Terræ eximii uſus ſint, hic obiter tantum monere convenit.

LEMMA V.

Sit figura quævis ABa: deſcribatur circulus CNH centro A, radio quovis dato AC; ex A educatur recta quævis AM occurrens figuræ ABa in M, & circulo in N; ſint MQ & NR perpendiculares in Axem datum Aa, ſit KR ſemper æqualis abciſſæ AQ, & vis quâ particula A urgetur versùs ſolidum motu figuræ ABa circa Axem Aa genitum erit ut area quam generat ordinata KR directè & radius AC inversè. FIG. VIII.

Occurrat alia recta ex A ducta figuræ in m & circulo in n, ſintque mq & nr normales in Axem Aa. Sit $AZza$ alia Sectio ſolidi per Axem, cui occurrant plana AMz, Amz ipſi AMa normalia in rectis AZ, Az, quæ circulum radio AC in plano $AZza$ deſcriptum ſecent in X & x; denique arcus Mo circularis centro A deſcriptus occurrat Am in o. His poſitis, minuatur angulus contentus planis AMa, AZa, & ſimul angulus MAm donec evaneſcant, & ultima ratio vis quâ particula A tendit ad Pyramidem $AMZzm$ ad vim quâ urgetur versùs Pyramidem $ANXxn$ erit rectæ AM ad AN, vel AQ ad AR, per Lem. II. vis hujus Pyramidis eſt ut vis ſuperficiei $NXxn$ ducta in rectam AN, adeóque ut $\frac{NX \times Nn}{AN^2} \times AN = \frac{NX \times Nn}{AN}$, vel ut $\frac{NR \times Nn}{AN}$ (quoniam NX eſt ut NR) i. e. ut Rr; ejuſdemque vis ad directionem Axis reducta ut $Rr \times \frac{AR}{AN}$; quare vis

Pyramidis $AMZzm$ ad eandem directionem reducta ut $Rr \times \frac{AQ}{AC} = \frac{Rr \times KR}{AC}$. Vis igitur quâ particula A urgetur versùs frustum solidi planis AMa, Aza contenti, est ut area quam generat ordinata KR directè & radius AC inversè; cúmque solidum sit rotundum, motu scilicet figuræ circa Axem Aa genitum, par erit ratio vis quâ particula urgetur versùs integrum solidum.

Cor. Vis quâ particula A urgetur in solidum est ad vim quâ urgetur versùs Sphæram super diametrum Aa descriptam ut area quam generat ordinata KR ad $\frac{2}{3} CA^2$. Quippe si AMa sit circulus, erit AQ ad Aa ut AQ^2 ad AM^2, vel AR^2 ad AN^2. Unde in hoc casu erit $KR = \frac{2AR^3}{AC}$, & area ARK (quam generat ordinata KR) $= \frac{2AR^3}{3AC}$, adeóque area tota motu ordinatæ RK genita erit $\frac{2}{3} CA^2$.

PROPOSITIO II.

Problema.

Invenire gravitatem particulæ A in extremitate Axis transversi sitæ versùs Sphæroidem oblongam.

Cæteris manentibus ut in Lemmate præcedenti sit AMa Ellipsis, Aa Axis transversus, C centrum, Bb Axis conjugatus, F focus; educatur recta quævis AM ex A Ellipsi occurrens in M, cui parallela CV occurrat Ellipsi in V; unde ducatur ordinata ad Axem VL, juncta aM rectæ CV occurrat in e, eritque $AM = 2Ce$: cúmque $AQ : CL :: AM (2Ce) : CV :: 2CL : Ca$, erunt $\frac{1}{2} AQ$, CL & CA continuè proportionales. Sit $CA = a$, $CB = b$, $CF = c$, $AR = x$, $CL = l$, cúmque $AR^2 : NR^2 :: CL^2 : VL^2$ erit $x^2 : a^2 - x^2 :: l^2 : \overline{a^2 - l^2} \times \frac{b^2}{a^2}$; adeóque $l^2 = \frac{a^2 b^2 x^2}{a^4 - c^2 x^2}$, & AQ vel $KR = \frac{2l^2}{a} = \frac{2ab^2x^2}{a^4 - c^2x^2}$, area $ARK =$

$\int \frac{2ab^2 x dx}{a^4 - c^2x^2} = (\text{si } z : x :: c : a) \int \frac{2a^2b^2}{c^3} \times \frac{z^2 dz}{a^2 - z^2}$. Quare sit a quantitas cujus Logarithmus evanescit, sive systematis Logarithmici modulus, l Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+z}{a-z}}$, eritque $ARK = \frac{2a^2b^2}{c^3} \times \overline{l - z}$. Unde vis quâ particula A gravitat versùs solidum genitum motu segmenti elliptici $AUMA$ circa Axem Aa, erit ad vim quâ eadem particula gravitat versùs solidum genitum motu segmenti circularis ex circulo supra diametrum Aa descripti eadem recta AM abscissi circa eundem Axem ut $\frac{2a^2b^2}{c^3} \times \overline{l - z}$ ad $\frac{2x^3}{3a}$; & si L sit Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$ (vel $\frac{a}{b} \times \overline{a+c}$) erit vis quâ particula A tendit versùs totam Sphæroidem ad vim quâ tendit versùs totam Sphæram ut $3b^2 \times \overline{L - c}$ ad c^3.

Schol. Eâdem ratione invenitur gravitas particulæ in Polo sitæ versùs Sphæroidem oblatam, quærendo aream cujus ordinata est $\frac{2b^3a^2}{c^3} \times \frac{z^2}{b^2 + z^2}$. Sit $BAba$ Sphærois oblata motu Ellipsis BAb circa Axem minorem genita, centro B, radio BC describatur Arcus circuli CS, rectæ BF occurrens in S, eritque gravitas in hanc Sphæroidem in Polo B ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram super diametrum Bb descriptam ut $3CA^2 \times \overline{CF - CS}$ ad CF^3. Methodus verò quâ gravitas particulæ in Æquatore sitæ versùs Sphæroidem oblongam vel oblatam computatur, est minùs obvia, facilis tamen evadit ope sequentis Lemmatis.

Lemma VI.

Duo plana $BMbaB$, $BZgeB$ se mutuò secent in recta HBh, communi figurarum tangente, auferantque ex solido frustum $BMbaBzgeB$; sint semicirculi HCh, Hch sectiones horum planorum & superficiei Sphæræ centro B, radio BC descriptæ. Ex puncto B educatur recta quævis BM in priori plano figuræ $BMba$ occurrens in M, Fig. IX.

& semicirculo HCh in N; sintque MQ & NR normales in Hh, & ordinata KR semper æqualis rectæ MQ. His positis, si angulus CBc planis hisce contentus minuatur in infinitum, erit gravitas particulæ B versùs frustum $BMbaBZge B$ ultimò ad gravitatem ejusdem particulæ versùs frustum Sphæræ semicirculis HBh, Hch contentum, ut area $HKdh$ genita motu ordinatæ KR ad semicirculum HCh.

Sit m punctum in figura BMB, ipsi M quàm proximùm jungatur Bm quæ circulo HCh occurrat in n; sitque nr normalis in Hh. Ad hæc sint plana BMZ, Bmz perpendicularia plano $BMba$, secentque planum alterum $BZge$ in rectis BZ, Bz circumferentiæ Hch occurrentibus in X & x. His positis, vis quâ particula B gravitat in Pyramidem $BMZzm$ erit ad vim quâ eadem particula gravitat in Pyramidem $BNXxn$ ultimò ut recta BM ad BN, vel Ma ad NR per Lem. III. Gravitas autem in hanc Pyramidem est ut $\frac{NX \times Nn}{BN^2} \times BN$, vel (quoniam NX est ut NR) ut $\frac{NR \times Nn}{BC}$ i. e. ut Rr; atque hæc gravitas agit secundùm rectam Bb vi quæ est ut $\frac{Rr \times RN}{BC}$; unde gravitas in Pyramidem $BMZzm$ agit secundùm rectam Bb vi quæ est ut $\frac{Rr \times MQ}{BC}$, vel $\frac{Rr \times KR}{BC}$. Proinde ultima ratio virium quibus particula B urgetur versùs integra frusta solidi & Sphæræ BC, est ratio areæ $HKdh$ (quam generat ordinata KR) ad semicirculum HCh.

Cor. Gravitas in frustum planis $BMba$, $BZge$ terminatum, est ad gravitatem in frustum Sphæricum contentum circulis super diametros Bb, Bg descriptis, ut area $HKdh$ ad $\frac{8}{3} CB^2$. Sit enim $BMbB$ circulus, eritque MQ ad Bb, ut RN^2 ad BC^2, & $KR = \frac{2RN^2}{CB} = 2BC - \frac{2BR^2}{CB}$, & area $HKdB = \frac{4}{3} CB^2$, adeóque area tota $HKdh = \frac{8}{3} CB^2$.

PROPOSITIO

PROPOSITIO III.

PROBLEMA.

Invenire gravitatem particulæ in Æquatore ſitæ versùs Sphæroidem oblongam.

Per Æquatorem intelligimus circulum ab Axe conjugato genitum dum figura circa alterum Axem revolvitur. Repræſentet $BMba$ in figura præcedentis Lemmatis, Sectionem quamvis Sphæroidis Æquatoris plano normalem, eritque hæc figura ſemper ſimilis Sectioni per Polos ſolidi, ſeu figuræ cujus revolutione ſolidum genitum eſſe ſupponimus. Hujus demonſtrationem ut facilem & ab aliis traditam brevitatis gratiâ omitto. Sit igitur CA Sectionis hujus ſemiaxis tranſverſus, CB ſemiaxis conjugatus, F focus; ſit $CB = b$, $CA = a$, $CF = c$, $BR = x$, CV ſemidiameter parallela rectæ BM, VL ordinata ad Axem Bb, $Cl = l$. Tunc $CB : CL : CL : \frac{1}{2}MQ$ ut in Propoſit. præcedenti, & $MQ = \frac{2l^2}{b}$. Verùm $NR^2 : BR^2 :: CL^2 : VL^2$ i. e. $b^2 - x^2 : x^2 : l^2 : b^2 - l^2 \times \frac{a^2}{b^2}$, vel $a^2 - \frac{a^2x^2}{b^2} : x^2 :: l^2 : b^2 - l^2$, & $l^2 = \frac{a^2b^2 \times \overline{b^2 - x^2}}{a^2b^2 - c^2x^2} = (\text{ſi } z : x :: c : b)\ \frac{b^2a^2}{c^2} \times \frac{c^2 - z^2}{a^2 - z^2}$, & $KR = MQ = \frac{2l^2}{b} = \frac{2a^2b}{c^2} \times \frac{c^2 - z^2}{a^2 - z^2}$, & area $BdKR$ æqualis $\int \frac{2a^2b^2\,dz}{c^3} \times \frac{c^2 - z^2}{a^2 - z^2} = \frac{2a^2b^2z}{c^3} - \int \frac{2a^2b^2}{c^3} \times \frac{b^2\,dz}{a^2 - z^2}$. Sit igitur l (ut in priore Propoſitione) Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+z}{a-z}}$, & area $BdKR$ erit $\frac{2a^2b^2z}{c^3} - \frac{2a^2b^2}{c^3} \times \frac{b^2l}{a^2} = \frac{2b^2}{c^3} \times \overline{a^2z - b^2l}$.

Supponantur nunc $x = b$, adeóque $z = c$; ſitque L Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$, ut priùs, eritque area tota $HKdh$, motu ordinatæ KR genita, æqualis $\frac{4b^2}{c^3} \times \overline{a^2c - b^2L}$.

Quare gravitas particulæ B versùs frustum planis ellipticis $BMba$, $BZge$ terminatum erit ultimò ad gravitatem in frustum iisdem planis contentum à Sphæra centro C radio CB descripta resectum, ut $a^2c - b^2L$ ad $\frac{2}{3}c^3$ per Cor. Lem. VI. Sit circulus $BPpb$ Æquator Sphæroidis, BP & Bp duæ quævis chordæ hujus circuli; Sectiones Sphæroidis circulo BPb perpendiculares erunt Ellipses similes Sectioni quæ per Polos solidi transit, quarum BP & Bp erunt Axes transversi; Sectiones autem Sphæræ super diametrum Bb descriptæ per eadem plana erunt circuli quorum diametri erunt chordæ BP, Bp. Proinde eadem semper erit ratio gravitatis particulæ B in frusta elliptica & sphærica his planis terminata; eritque gravitas versùs integram Sphæroidem ad gravitatem versùs Sphæram, ut $a^2c - b^2L$ ad $\frac{2}{3}c^3$, a denotante semiaxem transversum figuræ cujus motu gignitur solidum, b semiaxem conjugatum, c distantiam foci à centro, & L Logarithmum ipsius $a\sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$, vel $a \times \frac{a+c}{b}$. q. e. f.

Cor. Eadem semper est ratio gravitatis versùs frustum quodvis Sphæroidis & frustum Sphæræ eodem plano ad Æquatorem normali abscissum ab eadem parte plani; vel gravitas in portionem à Sphæroide hoc plano abscissam est ad gravitatem in integram Sphæroidem, ut gravitas in frustum Sphæræ eodem Plano ex eadem parte abscissum ad gravitatem in integram Sphæram.

Schol. Eadem ratione si $BAba$ sit Sphærois oblata motu figuræ BAb circa Axem minorem Bb genita, erit gravitas in Sphæroidem hanc in loco A ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram centro C radio CA descriptam, ut $CA^2 \times CS - CB^2 \times CF$ ad $\frac{2}{3}CF^3$.

PROPOSITIO IV.

PROBLEMA.

Ex datis viribus quibus Terræ particulæ gravitant versùs Solem & Lunam, invenire figuram quam Terra indueret in Syzygiis vel Quadraturis Solis & Lunæ in hypothesi quòd Terra constet ex Fluido homogeneo, & circa Axem suum non moveatur.

Gravitas in loco A versùs Sphæroidem oblongam motu figuræ ABa circa Axem transversam Aa genitam, est ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram centro C radio CA descriptam, ut $3b^2 \times \overline{L - c}$ ad c^3 per Prop. II. Hæc autem gravitas est ad gravitatem in B versùs Sphæram centro C radio CB descriptam, ut CA ad CB (per Cor. 1. Lem. III.) quæ est ad gravitatem in loco B versùs Sphæroidem ut $\frac{2}{3}C^3$ ad $a^2c - b^2L$ per Prop. IV. Componantur hæ rationes, eritque gravitas in loco A versùs Sphæroidem ad gravitatem in loco B versùs eandem, ut $2ab \times \overline{L - c}$ ad $a^2c - b^2L$. Designet A gravitatem in loco A, B gravitatem in loco B, V summam virium quibus Luminaria conjuncta vel opposita aquam deprimunt in rectis TB, Tb (Fig. 1.) perpendicularibus rectæ Aa quæ per Terræ & Luminarium centra transire supponitur, ut in Cor. 4. Prop. I. vel differentiam earundem virium in Lunæ Quadraturis, ut in Cor. 5. ejusdem Prop. & per ea quæ demonstrantur Cor. 1. Prop. I. erit $Aa - Bb = \frac{2a^2V + b^2V}{d}$. Adeóque $Aa - bA \times \frac{a^2c - b^2L}{2ab \times \overline{L - c}} = \frac{2a^2V + b^2V}{d}$, & $V : A :: 2a^2L + b^2L - 3a^2c : \frac{2}{d}a \times \overline{2a^2 + b^2} \times \overline{L - c}$. Atque ex data ratione V ad A vel ad B, vel $\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$ (quæ pro G gravitate mediocri in circumferentia $ABab$ haberi potest) habebimus æquationem unde species figuræ & differentia semiaxium seu ascensus aquæ computari possunt. FIG. VII.

Est autem L Logarithmus quantitatis $a\sqrt{\frac{a+c}{a-c}}$, adeóque æqualis $c+\frac{c^3}{3a^2}+\frac{c^5}{5a^4}+\frac{c^7}{7a^6}$, &c. per Methodos notissimas, adeóque $L-c=\frac{c^3}{3a^2}+\frac{c^5}{5a^4}+\frac{c^7}{7a^6}$, &c. Unde est V ad A, ut $\frac{2c^2}{15a^2}+\frac{4c^4}{35a^4}+\frac{6c^6}{63a^6}$, &c. ad $\frac{L-c\times ad}{c^3\times 2a^2+b^2}$, & V ad $\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}B$ vel G ut $\frac{2c^2}{15a^2}+\frac{4c^4}{35a^4}+\frac{6c^6}{63a^6}$, &c. ad $\frac{2a^2+b^2}{2bdc^3}\times 2abL-b^2L+a^2c-2abc$.

Verùm si V sit admodum exigua respectu gravitatis G (ut in præsenti casu) erit differentia semidiametrorum CA, CB ad semidiametrum mediocrem quàm proximè ut $15V$ ad $8G$, vel paulò accuratiùs ut $15V$ ad $8G-57\frac{5}{14}\times V$. Sit enim ut in Cor. 2. Prop. I. $a=d+x$, $b=d-x$, adeóque $c^2=a^2-b^2=4dx$, eritque $A:B::2ab\times\overline{L-c}:a^2c^3-b^2L::\frac{b}{3}+\frac{bc^2}{5a^2}+\frac{bc^4}{7a^4}$ &c. $:\frac{a}{3}+\frac{ac^2}{15a^2}+\frac{ac^4}{35a^4}$, &c. i. e. ut $\frac{d-x}{3}+\frac{4dx\times\overline{d-x}}{5\times\overline{d+x}^2}+\frac{16d^2x^2\times\overline{d-x}}{7\times\overline{d+x}^4}$, &c. ad $\frac{d+x}{3}+\frac{4dx\times\overline{d+x}}{15\times\overline{d+x}^2}+\frac{16d^2x^2\times\overline{d+x}}{35\times\overline{d+x}^4}$, &c. adeóque (neglectis terminis, quos plures dimensiones ipsius x ingrediuntur) ut $\frac{1}{3}d+\frac{17}{15}x:\frac{1}{3}d+\frac{19}{15}x$. Proinde erit $B-A$ ad $B+A$ $(=2G)::x:5d+18x$, & $B-A:G::2x:5d+18x$. Sed per Cor. 2. Prop. I. est x ad d ut $B-A+3V$ ad $B+A-2V$, adeóque substituendo valores quantitatum $B-A$ & $B+A$, erit $x:d::\frac{2Gx}{5d+18x}+3V:2G-2V$. Unde $2Gx-2Va=\frac{2Gdx+15Vd+54Vx}{5d+18x}$, & $10Gdx-10dVx+36Gxx-36Vxx=2Gdx+15Vd+54Vx$, & terminis omissis ubi reperitur xx, erit $8Gdx-64Vx=15Vd$ atque $x:d::15V:8G-64V$, & $2x$ ad d ut $15V$ ad $4G-32V$. Ascensus igitur totius aquæ i. e. differentia semidiametrorum CA, CB (vel $2x$) est ad semidiametrum mediocrem, ut $15V$ ad $8G$ quàm proximè; facile autem eris

rationem hanc exhibere magis accuratè, quoties usus id postulabit, assumendo plures terminos valoris Logarithmi L, & calculum prosequendo; prodit autem hoc pacto x ad d magis accuratè, ut $15V$ ad $8G - 57\frac{5}{14} \times V$.

Cor. $B - A$ est æqualis $\frac{3V}{4}$, & $B - G = \frac{3V}{8}$ quàm proximè. Quippe $B - A : G :: 2x : 5d :: 30V : 40G$, adeóque $B - A : V :: 3 : 4$.

Schol. Eâdem ratione patebit gravitatem versùs Sphæroidem oblatam in Polo B fore ad gravitatem in Æquatore in loco quovis A, ut $2CB \times CA \times \overline{CF - CS}$ ad $CA^2 \times CS - CB^2 \times CF$.

PROPOSITIO V.

Problema.

Invenire vim V *quæ oritur ex inæquali gravitate partium Terræ versùs Solem, & definire ascensum aquæ hinc oriundum.*

Sit S Sol, T Terra, $AB\,ab$ orbita lunaris neglecta ex centricitate, B & b Quadraturæ. Designet S tempus periodicum Terræ circa Solem, L tempus periodicum Lunæ circa Terram, l tempus quo Luna circa Terram revolveretur in circulo ad distantiam mediocrem $Td (= \frac{1}{2}CA + \frac{1}{2}CB)$ si motus Lunæ gravitate suâ versùs Solem nullatenus turbaretur, & solâ gravitate versùs Terram in orbita retineretur. Designet porrò K gravitatem mediocrem Lunæ vel Terræ versùs Solem, g gravitatem Lunæ versùs Terram in mediocri sua distantia, v vim quam actio Solis huic gravitati adjiceret in Quadraturis ad eandem distantiam. His positis, erit $v : K :: dT : ST$; atque $K : g :: \frac{ST}{SS} : \frac{dT}{ll}$ ex vulgari doctrina virium centripetarum; unde $v : g :: ll : SS$: cúmque ll sit paulò minùs quàm LL, quoniam Luna nonnihil distrahitur à Terra gravitate suâ in Solem, patet vim v esse ad g in paulò minori ratione quàm LL ad SS. Hanc autem ra- FIG. XX.

tionem vis v ad g nemo hactenus (quantùm novi) accuratè definivit; ea tamen propior videtur esse rationi LL ad $SS + 2LL$ vel saltem rationi LL ad $SS + \frac{3}{2}LL$ quàm rationi LL ad SS. Argumenta verò quibus id colligitur hîc omittenda censeo, moniti Academiæ illustrissimæ memor, cùm in hac disquisitione parvi sit momenti quænam harum rationum adhibeatur. Supponamus igitur cum Newtono $v : g :: LL : SS ::$ (per computos Astronomicos periodorum Solis ac Lunæ) $1 : 178,725$. Vis V quæ in Terræ superficie vi v respondet, est ad v, ut Terræ semidiameter mediocris ad distantiam Lunæ mediocrem vel ut 1 ad $60\frac{1}{2}$. Vis autem g agit secundùm rectas, quæ in centro gravitatis Terræ ac Lunæ concurrunt, cujus ratione habitâ ex incremento gravitatis in descensu ad superficiem Terræ patebit vim V esse ad G (quâ gravitas mediocris in superficie Terræ designatur ut suprà) ut 1 ad 38604600. Unde cùm per Cor. 2. Prop. III. sit $x : d :: 15\,V : 8\,G - 57\frac{5}{14}V$ erit in hoc casu $x : d :: 1 : 20589116$. Cúmque semidiameter Terræ mediocris sit pedum 19615800; hinc sequitur totum aquæ ascensum ex vi Solis oriundum fore pedis unius Parisiensis cum $\frac{20545}{100000}$ partibus pedis, i. e. pedis unius cum digitis decem, & $\frac{8654}{10000}$ partibus digiti; quem suo more breviter deprehendit Newtonus esse pedis unius digitorum undecim cum $\frac{1}{30}$ parte digiti, quæ altitudo à nostra differt tantùm sexta parte unius digiti.

Verùm in hoc calculo Terra supponitur esse Sphærica, nisi quatenus à vi Solis Mare elevatur. Sed si ascensum aquæ maximum quæramus, ponendum est Solem in circulo æquinoctiali versari, figuramque $AB\,ab$ in hoc plano constitui, & augenda est vis V in ratione semidiametri mediocris ad semidiametrum Terræ maximum, & minuenda est vis G donec evadat æqualis gravitati sub Æquatore : i. e. Si figuram Terræ eam esse supponamus quam definivit Newtonus, augenda erit vis V in ratione 459 ad 460, & minuenda est G in eadem ferè ratione, quoniam vires gravitatis in superficie Terræ sunt inversæ ut distantiæ locorum à centro; cúmque distantia d sit augenda in eadem ratione, erit ascensus

aquæ in Æquatore augendus in ratione triplicata semidiametri mediocris ad maximam, adeóque erit pedis unius digitorum undecim cum 60^ms circiter parte digiti. Terra autem altior est sub Æquatore quàm prodiit calculo Newtoniano ex hypothesi quòd Terra sit uniformiter densa à superficie usque ad centrum; ut colligitur ex variis pendulorum Observationibus, & præsertim ex mensura gradus meridiani quam viri clarissimi nuper definiverunt accuratissimè sub Circulo Polari.

Schol. 1. Si gravitatem posuissemus æqualem in A & B, & ejusdem vis in tota circumferentia $AB\,a\,b$, prodiisset x æqualis tantùm $\frac{3Vd}{2G}$, & ascensus aquæ (seu $2x$) pedis unius digitorum sex cum tertia circiter parte digiti. Quippe in hac hypothesi prodiisset CA ad CB, ut $G+V$ ad $G-2V$, adeóque x ad d, ut $\frac{3V}{2}$ ad G quàm proximè. Atque hinc apparet utilitas præcedentium Propositionum, cùm ascensus aquæ secundùm hanc minùs accuratam hypothesim minor sit ascensu quem in hac Propositione definivimus, differentiâ $\frac{3Vd}{4G}$, quartâ scilicet parte ascensus illius.

Schol. 2. Ex hac doctrina patet Satellites Jovis Soli & sibi mutuò conjunctos vel oppositos in Oceano Joviali (si ullus sit) ingentes motus excitare debere, modò non sint Luna nostra multò minores; cùm diameter Jovis ad distantiam cujusque Satellitis multò majorem habeat rationem quàm diameter Terræ ad distantiam Lunæ. Verisimile est mutationes macularum Jovis ab Astronomis observatas hinc aliquâ saltem ex parte ortum ducere; quòd si hæ mutationes eam analogiam servare deprehendantur cum aspectibus Satellitum, quam hæc doctrina postulat, indicio erit veram earum causam hinc esse petendam. Ex hac doctrina licet quoque conjicere non absque utilitate motus Satellitum circa Axes suos & circa primarios ita compositos esse ut idem Hemispherium suis primariis semper ostendant, secundùm sententiam celeb. Astronomorum. Verisimile enim

est motus Maris nimios in Satellitibus cieri deberi, si cum alia quavis velocitate circa Axes suos revolverentur; aquis autem in his agitandis (si quæ sint) sufficere possunt æstus ex variis Satellitum distantiis à suis primariis oriundis.

SECTIO IV.

De motu Maris quatenus ex motu Telluris diurno aliisve de causis immutatur.

Ostendimus in Sectione præcedenti Terram fluidam versùs Solem vel Lunam inæqualiter gravem Sphæroidis oblongæ figuram induere debere; cujus Axis transversus per centrum Luminaris transiret, si Terra non revolveretur circa Axem suum motu diurno; & ascensum aquæ in hypothesi Terræ quiescentis ex vi Solis oriundum definivimus. Verùm ob motum Terræ diversa est ratio æstus Maris. Hinc enim aqua nunquam fit in æquilibrio, sed perpetuis motibus agitatur. Supponamus Solem & Lunam conjunctos vel oppositos versari in plano Æquatoris *A B a b*; sit *A a* diameter quæ per illorum centra transit, *B b* huic perpendicularis. Fig. I. Dum aquæ moles revolvitur motu diurno, augentur vires quibus ascensus ejus promovetur in transitu aquæ à locis *b* & *B* ad *A* & *a*, & in his locis evadunt maximæ; ascensus tamen aquæ prorogari videtur, postquàm hæ vires minui cœperunt usque ferè ad loca ubi hæ vires æquipollent viribus quibus deprimitur infra altitudinem quam naturaliter obtineret, si nulla vi extranea motus aquæ perturbaretur; adeò ut motus aquæ considerari possit tanquam libratorius, & tantundem ferè ascendat viribus quibus elevatur decrescentibus, quèm iisdem crescentibus. Cúmque vis centrifuga ex motu diurno orta sit multò minor gravitate, situs loci *F* ubi prædictæ vires æquipollent sub Æquatore, dum aqua transit à loco *b* ad locum *A*, sic ferè definiri posse videtur. Ex puncto *F* sit *Ff* normalis in *B b*, & *f z* in *T F*. Designet *V* summam viribus quibus Sol & Luna aquam deprimunt in rectis *T B*, *T b* ut su-

prà

prà, & vis quâ aqua tollitur in F erit $\frac{3V \times Fz}{d} = \frac{3V \times Ff^2}{d \times TF}$. Supponamus F esse locum aquæ ubi altitudo aquæ fit minima, ut TF haberi possit pro semiaxe conjugato figuræ $ABab$, dicatur gravitas in extremitate hujus Axis B, & gravitas mediocris in hac figura G, ut suprà; & vis quâ aqua deprimitur infra situm naturalem in lôco F erit $B - A + \frac{V \times TF}{d}$. Ponantur hæ vires æquales, cúmque TF sit quàm proximè æqualis distantiæ d, sitque $B - G = \frac{3V}{8}$ per Cor. Prop. IV. erit $\frac{3V}{8} + V = \frac{3V \times Ff^2}{d^2}$, seu $TF^2 : Ff^2 :: 3 : 1 + \frac{3}{8} :: 24 : 11$. unde angulus FTb erit graduum 42 minutorum 37, incidetque ferè in punctum medium inter b & A. Hunc verò calculum ut accuratum non proponimus.

PROPOSITIO VI.

PROBLEMA.

Motum Maris ex vi Solis oriundum, & motum lunarem in orbita quàm proximè circulari inter se comparare, & hinc ascensum aquæ æstimare.

Astronomis notissimum est Lunæ distantiam mediocrem in Syzygiis minorem esse distantiâ mediocri in Quadraturis. Clarisf. Halleyus ex Observationibus colligit distantiam priorem esse ad posteriorem ut $44\frac{1}{2}$ ad $45\frac{1}{2}$. Newtonus Methodo quadam sua harum rationem invenit esse eam 69 ad 70: Princip. Prop. 28. Lib. 3. Clarissimus Auctor Tractatûs de Motibus Lunæ secundùm Theoriam gravitatis, in hac doctrina optimè versatus, colligit eam esse numeri 69 ad 70, ratione non habitâ decrementi gravitatis dum Luna transit à Syzygiis ad Quadraturas. Ut motus Maris ex vi Solis oriundus (qualis suprà definitur Prop. V.) cum motu Lunæ conferatur, supponamus orbem Lunarem aqua compleri & quæramus ascensum hujus aquæ per Prop. IV. & V. In

Prop. V. erat vis v ad g, ut 1 ad 178, 725; quare in hoc casu foret $x : d :: 15v : 8g - 57\frac{5}{14} \times v :: 1 : 91,496$: adeóque semiaxis figuræ ad semiaxem conjugatum (vel $d + x$ ad $d - x$) ut 46. 248 ad 45, 248; quæ ferè congruit cum ratione distantiarum Lunæ in Quadraturis & Syzygiis quam Halleyus ex Observationibus deducit; adeò ut figura orbitæ Lunaris specie vix diversa sit ab ea quam Globus aqueus quiescens Lunæ orbitam complens ex vi Solis indueret; forent tamen positione diversæ, si quidem illius Axis minor Solem respiciat, hujus Axis major versùs Solem dirigeretur. Ratio numeri 59 ad 60 (quarum semidifferentia est ad semisummam ut $3v$ ad g quàm proximè) probè congruit cum ratione semiaxium figuræ quam aqua ex vi Solis indueret, si vis gravitatis eadem esset per totam circumferentiam $AB\,ab$, ut ostendimus in Schol. 1. Prop. V. Ascensus autem aquæ Prop. V. definitus congruit cum ea quam ex Observationibus colligit Halleyus; unde suspicari licet differentiam diametrorum orbitæ lunaris paulò fieri majorem ex decremento gravitatis Lunæ in Terram dum transit à Syzygiis ad Quadraturas, simili ferè ratione quâ ascensus aquæ prodiit in hac propositione major propter excessum gravitatis aquæ in Terram in loco B supra ipsius gravitatem in loco A aliisque à centro distantiis. Verùm quicquid sit judicandum de ratione diametrorum orbitæ Lunaris, ex his colligere licet ascensum aquæ Prop. V. definitum majorem vix evadere propter motum Terræ diurnum circa Axem suum. Supponamus enim hunc motum augeri donec vis centrifuga ex hoc motu oriunda fiat æqualis gravitati, & particulæ Maris revolvantur ad morem Satellitum in orbitis quàm proximè circularibus Terram contingentibus. Hæ orbitæ erunt ellipticæ, quarum Axes minores productæ transibunt per Solem. Et si semiaxium differentia sit ad semidiametrum mediocrem ut $3V$ ad G (secundùm ea quæ de motibus lunaribus tradit vir acutissimus) erit minor ascensu aquæ suprà definito Prop. V. in qua invenimus $2x$ esse ad d ut $15V$ ad $4G$. Quòd si quæramus horum semiaxium differentiam

ex figura orbitæ lunaris quatenus ex Obſervationibus innoteſcit ſecundùm clariſ. Halleyum, parum admodum ſuperabit aſcenſum aquæ ſuprà definitum. Nec mirum ſi non accuratè conveniant, cùm gravitas Lunæ versùs Terram ſequatur rationem inverſam duplicatam diſtantiarum, gravitas aquæ major quoque ſit in minori diſtantia, ſed non in eadem ratione. Cùm hæc Phænomena ſint analoga, & ſibi mutuò aliquam lucem afferant, hæc de iis inter ſe collatis memorare videbatur operæ prætium. Supponimus tamen hîc aquæ motum in eodem circulo Æquatori parallelo perſeverare, vel latitudinem eandem in ſingulis revolutionibus ſervare, & variationem aſcenſus aquæ quæ ex figura Sphæroidica Terræ provenit non conſideramus.

PROPOSITIO VII.

Motus aquæ turbatur ex inæquali velocitate, quâ corpora circa Axem Terræ motu diurno deferuntur.

Quippe ſi aquæ moles feratur æſtu, vel alia de cauſa, ad majorem vel minorem ab Æquatore diſtantiam, incidet in aquam diverſa velocitate circa Axem Terræ latam; unde illius motum turbari neceſſe eſt. Differentia velocitatum quibus corpora, exempli gratiâ, in loco 50gr. ab Æquatore diſſito, & in loco 36 tantùm milliaria magis versùs Septentrionem vergente, major eſt quàm quâ 7 milliaria ſingulis horis deſcriberentur, ut facili calculo patebit. Cúmque motus Maris tantus nonnunquam ſit ut æſtus 6 milliaria, vel etiam plura ſingulis horis deſcribat, effectus qui hinc oriri poſſunt non ſunt contemnendi.

Si aqua deferatur à Meridie versùs Septentrionem motu generali æſtus, vel alia quavis de cauſa, curſus aquæ hinc paulatim deflectet versùs Orientem, quoniam aqua priùs ferebatur motu diurno versùs hanc plagam majore velocitate quàm eſt ea quæ convenit loco magis versùs Boream ſito. Contrà ſi aqua à Septentrione versùs Meridiem deferatur, curſus aquæ ob ſimilem cauſam versùs Occidentem

deflectet. Atque hinc varia motus Maris Phænomena oriri suspicamur. Hinc forsitan, exempli gratiâ, Montes glaciales quæ ex Oceano Boreali digrediuntur, frequentiùs conspiciuntur in Occidentali quàm Orientali Oceani Atlantici plaga. Quin & majores æstus hinc cieri posse in pluribus locis quàm qui ex calculo virium Solis & Lunæ prodeunt, habitâ ratione latitudinis, verisimile est. Eandem causam ad ventos præsertim vehementiores propagandos, & nonnunquam augendos vel minuendos, aliaque tum Aëris tum Maris Phænomena producenda conducere suspicamur. Sed hæc nunc sigillatim prosequi non licet.

PROPOSITIO VIII.

PROBLEMA.

Invenire variationem ascensus aquæ in Prop. V. definiti, quæ ex figura Terræ Sphæroidica provenit.

FIG. XI. Sint $PApa$, $PBpb$ Sectiones Terræ per Polos P & p, quarum prior transeat per loca A & a, ubi altitudo aquæ in Æquatore viribus Solis & Lunæ fit maxima, posterior per loca B & b ubi fit minima; sint hæ Sectiones ellipticæ, F focus figuræ $PApa$, f focus Sectionis $PBpb$, & g focus Sectionis $ABab$. Etsi omnes Sectiones solidi per rectam Aa transeuntes supponantur ellipticæ calculo inito ope Lemmatis V. invenimus gravitatem in loco A versùs solidum hoc fore ad gravitatem in eodem loco versùs Sphæram centro C super diametrum Aa descriptam ut $1 + \frac{3CF^2 + 3Cg^2}{10CA^2} + \frac{9CF^4 + 6CF^2 \times Cg^2 + 9Cg^4}{56CA^4}$, &c. ad $\frac{CA^2}{CB \times CP}$; etsi gravitas in loco B, definiatur simili calculo, ope ejusdem Lemmat. & Schol. Prop. II. constabit ratio gravitatis in A ad gravitatem in B, & per Cor. 2. Prop. I. innotescet semidiametrorum CA & CB differentia sive ascensus aquæ. Verùm calculum ut potè prolixum omittimus, cùm sit exigui usus. Hâc Propositione

oſtendere tantùm volui Geometriam nobis non defuturam in Problemate celeberrimo accuratiſſimè tractando. Verùm reſtat præcipuus in hac diſquiſitione nodus, de quo pauca ſunt addenda.

PROPOSITIO IX.

PROBLEMA.

Invenire vim Lunæ ad Mare movendum.

Hæc ex motibus cœleſtibus colligi nequit, ſi verò conferetur aſcenſus aquæ in Syzygiis Luminarium, qui ex ſumma virium Solis & Lunæ generatur, cum ejuſdem aſcenſu in Quadraturis, qui ex earundem differentia oritur, ex vi Solis per Prop. V. data, invenietur vis Lunæ. Hanc quærit Newtonus ex Obſervationibus à Sam. Sturmio ante oſtium Fluvii Avonæ inſtitutis, ex quibus colligit aſcenſum aquæ in Syzygiis æquinoctialibus eſſe ad aſcenſum aquæ in Quadraturis iiſdem, ut 9 ad 5. Dein poſt varios calculos concludit vim Lunæ eſſe ad vim Solis, ut 4. 4815 ad 1, & aſcenſum aquæ ex utraque vi oriundum in diſtantiis Luminarium mediocribus fore pedum 50 cum ſemiſſe. Harum virium rationem ex Obſervationibus à celeb. Caſſini in loco ſuprà citato allatis quæſivimus. Verùm cùm præter generales cauſas jam memoratas quarum aliquæ ad calculum vix revocari poſſunt, aliæ variæ ex locorum ſitu, vadorum indole, ventorum vi & plaga pendentes æſtus Maris nunc majores, nunc minores reddant, non eſt mirum ſi vires Lunæ quæ prodeunt ex Obſervationibus in locis diverſis, vel in eodem loco diverſis tempeſtatibus inſtitutis non planè conſentiant. Computis igitur quos de motu Maris ex vi Lunæ oriundo inſtituimus recenſendis impræſentiarum non immorabimur. Poſtquam verò Obſervationes aliquæ circa æſtus Maris ad littora Americæ & Indiæ Orientalis quas expectamus, ad manus pervenerint, de hiſce forſan certiùs judicemus. Obſervamus tantùm æſtus in minori ratione decreſcere videri quàm dupli-

cata Sinus complementi declinationis; quin & reliquæ æstus leges generales ex motu aquæ reciproco perturbantur. Sed veremur ne tædium pariat, si repetamus quæ ab aliis jamdudum tradita sunt. Æstus anomali à locorum & Marium situ plerumque pendere videntur. Observandum tamen ex Theoria gravitatis sequi, unicum tantùm æstum spatio 24 horarum contingere nonnunquam debere in locis ultra 62 gradum latitudinis, si reciprocatio motus aquæ id permitteret. *

Quòd si analysis diversarum causarum quæ ad æstus Phænomena producenda conferunt accurata institui posset, id certè ad uberiorem scientiam virium & motuum systematis Mundi non parum conferret. Hinc enim situs centri gravitatis Lunæ & Terræ, & quæ ad æquinoctiorum præcessionem aliaque Phænomena naturæ insignia spectant, certiùs innotescerent. Quas ob causas ascensus aquæ quantitatem, quousque ex motibus cœlestibus eam assequi licet, accuratè definiendam & demonstrandam, positis legibus gravitatis quæ ex Observationibus deducuntur (de cujus causa hîc non est differendi locus) putavimus. Cogitata autem hæc qualiacunque judicio Illustrissimæ Academiæ Regiæ, quam omni honore & reverentia semper prosequimur, lubenter submittimus.

* Sit enim Lunæ declinatio 28 gr. & loci ultra 62 gr. versùs eandem plagam, & manifestum est Lunam semel tantùm 24 horarum spatio loci hujus horizontem attingere.

ANNOTANDA IN DISSERTATIONEM de Cauſa Phyſica Fluxus & Refluxus Maris, cui præfigitur Sententia, Opinionum commenta delet dies, Naturæ judicia confirmat.

I. IN Prop. IV. invenitur $x = \frac{15\sqrt{d}}{8G}$ quàm proximè, qui valor ipſius x eſt ſatis accuratus, nec ulla correctione indiget præſertim in calculo Prop. V. Eſt autem magis accuratè x ad d ut $15\sqrt{}$ ad $8G - \frac{88}{7}\sqrt{}$ non ut $15\sqrt{}$ ad $8G - \frac{803}{14}\sqrt{}$ ſive $8G - 57\frac{5}{14}\sqrt{}$ ut lapſu quodam calami aut calculi ſcripſeram ad finem Prop. IV. qui quidem eſt exigui momenti, & argumenta Propoſitionum ſequentium non immutat. Calculi autem ſummam hîc adjiciam. Inveneram in Prop. IV. eſſe B ad A, ut $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{15a^2} + \frac{c^4}{35a^4}$, &c. ad $\frac{b}{a} \times \overline{\frac{1}{3} + \frac{c^2}{3a^2} + \frac{c^4}{7a^4}}$, &c. adeóque (ſubſtituendo loco $\frac{b}{a}$ ipſius valorem $\sqrt{\frac{a^2 - c^2}{a^2}}$, ſive $1 - \frac{c^2}{2a^2} - \frac{c^4}{8a^4}$, &c. ut $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{15a^2} + \frac{c^4}{35a^4}$, &c. ad $\frac{1}{3} + \frac{c^2}{30a^2} + \frac{c^4}{840a^4}$, &c. unde $B - A$ eſt ad G (ſeu $\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}A$) ut $\frac{c^2}{10a^2} + \frac{23c^4}{24 \times 35a^4}$, &c. ad $1 + \frac{3c^2}{20a^2} + \frac{25c^4}{8 \times 70a^4}$, &c. Eſt autem $c^2 = 4dx$, & $a^2 = d^2 + 2dx + x^2$ ex iis quæ in Propoſitione ſupponuntur; unde $\frac{c^2}{4a^2} = \frac{x}{d} - \frac{2x^2}{d^2} + \frac{3x^3}{d^2}$, &c. & ſubſtituendo loco $\frac{c^2}{a^2}$ ejus valorem $\frac{4x}{d} - \frac{8x^2}{d^2}$, &c. prodibit $B - A$ ad G, ut $14dx + 18x^2$ ad $35d^2 + 21dx + 17x^2$ quàm proximè. Cúmque ſit $\overline{B - A} \times d + 3\sqrt{d} = 2Gx - 2\sqrt{x} - \frac{3\sqrt{x^2}}{d}$ per Corol. Prop. I. ſubſtituatur valor ipſius $\overline{B - A}$, & negligantur termini quos ingreditur $\sqrt{x^2}$ (quoniam $\sqrt{}$ eſt admodum parva reſpectu G)

eritque $3 \times 35 V d^2 = 56 G d x - 133 V d x + 24 G x^2$ & $x = \frac{3 \times 35 V d^2}{56 dG - 133 V d + 24 G x}$, quòd si in denominatore pro x scribatur valor vero propinquus $\frac{15 Vd}{8G}$ prodibit valor magis accuratus $\frac{3 \times 35 Vd}{56G - 88V}$, eritque $x : d :: 15 V : 8G - \frac{88}{7} V$ quàm proximè. Diversâ paulò ratione prodit $x = \frac{15 Vd}{8G} + \frac{165 VVd}{56GG}$, &c. quam seriem producere non est difficile, si operæ prætium videbitur. In Prop. VI. quæsivimus figuram aquæ orbem lunarem complentis ex actione Solis oriundam. Hâc correctione adhibitâ, & cæteris retentis ut priùs, Axis minor figuræ foret ad majorem ut 46.742 ad 47.742, quæ parùm differt à ratione quam in ea Propositione exhibuimus.

Vide Figuram in pagina 234.

II. Series quam exhibuimus in Prop. VIII. deducitur per Lem. V. & Prop. II. Sit $CA = a$. $CB = b$. $CP = e$. $CF = c$. $Cf = f$. $Cg = g$. Sint ACM, ACm Sectiones quævis solidi per rectam AC (quæ normalis est plano $BPbp$) transeuntes. Arcus mu centro C radio Cm descriptus, occurrat rectæ CM in u, & occurrant ordinatæ MV, mv Axi Bb in V & v, & circulo BKb in K & k. Sit $CA^2 - CM^2 = x^2$, seu x distantia foci à centro in figura ACM, sit L Logarithmus quantitatis $a \sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$, & ultima ratio gravitatis particulæ A in frustum planis ACM, ACm terminatum ad gravitatem in frustum Sphæræ centro C radio CA descriptæ iisdem planis contentum, erit ea $3 CM^2 \times \overline{L - x}$ ad x^3 per Prop. II. Gravitas igitur particulæ A in solidum erit ut $\int \frac{3 CM^2 \times \overline{L-x}}{x^3} \times \frac{mu}{CM} = \int \frac{3 CM \times mu}{x^3} \times \overline{L - x} = \int \frac{3 CK \times Kk \times CP}{CK \times x^3} \times L - x = \int \frac{3 e \times Kk}{x^3} \times \overline{L - x}$. Sit $CV = u$. Eritque $u^2 + \overline{b^2 - u^2} \times \frac{e^2}{b^2} = CM^2 = a^2 - x^2$. Unde $e^2 + \frac{b^2 - e^2}{b^2} u^2 = a^2 - x^2$, $u^2 = \overline{a^2 - e^2 - x^2} \times \frac{b^2}{b^2 - e^2}$

=

$= \overline{c^2 - x^2} \times \frac{b^2}{f^2}$. Adeóque $KV^2 = b^2 - u^2 = b^2 - \frac{b^2}{f^2} \times \overline{c^2 - x^2} = b^2 \times \frac{\overline{f^2 + x^2 - c^2}}{f^2} = \frac{b^2}{f^2} \times \overline{x^2 - g^2}$. Est autem $Kk : Vv :: CK : KV$. Adeóque $Kk = \frac{bdv}{KV} = \frac{b^2}{f} \times \frac{-xdx}{\sqrt{c^2 - x^2} \times \frac{b}{f}\sqrt{x^2 - g^2}} = \frac{-bxdx}{\sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}}$. Quare gravitas particulæ A versùs solidum erit ut $\int \frac{-3ebxdx}{x^3\sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}} \times \overline{L - x}$. Verùm $L - x = \frac{x^3}{3a^2} + \frac{x^5}{5a^4}$, &c. Quare gravitas illa erit $\int \frac{-3ebxdx}{3a^2\sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}} + \int \frac{-3ebx^3dx}{5a^4\sqrt{c^2 - x^2} \times \sqrt{x^2 - g^2}}$, &c. Sit $z^2 = x^2 - g^2$, & prior summa erit $\int \frac{-ebdz}{a^2\sqrt{c^2 - g^2 - z^2}}$, secunda erit $\int \frac{-ebx^2dz}{5a^4\sqrt{c^2 - g^2 - z^2}} = \int \frac{-ebdz \times z^2 + g^2}{5a^4\sqrt{c^2 - g^2 - z^2}}$. Quæ cum subsequentibus summis ad circulares Arcus facilè reducuntur. Atque hinc ratio gravitatis particulæ A versùs hoc solidum ad gravitatem versùs Sphæram super semidiametrum CA constructam, erit qualis in Propositione assignatur, terminis seriei citissimè decrescentibus, si CF, Cf & Cg sint admodum parvæ. Si evanescat g, hæc series dabit gravitatem versùs Sphæroidem in Æquatore; quæ tamen elegantiùs investigatur in Prop. III.

III. In Prop. IX. observavimus post Newtonum vim Lunæ ad Mare movendum cum vi Solis posse conferri, æstus in Syzygiis & Quadraturis comparando; eadem ratio obtineri posset conferendo æstus qui contingunt in Syzygiis Luminarium in diversis distantiis Lunæ à Terra, si æstus essent accuratè proportionales viribus quibus producuntur. Designet L vim Lunæ mediocrem, S vim Solis mediocrem, X & x duas diversas distantias Lunæ à Terra in Syzygiis æquinoctialibus, Z & z distantias Solis à Terra in iisdem Syzygiis, d & D mediocres utriusque distantias; & si Lu-

næ declinatio nulla sit, atque æstus essent ut vires Luminarium, seu ut $\frac{Ld^3}{X^3} + \frac{SD^3}{Z^3}$ & $\frac{}{x^3} + \frac{SD^3}{z^3}$, hinc comparando æstus ratio L ad S detegeretur. Sit enim ascensus aquæ in priori casu ad ascensum in posteriori ut m ad n, eritque L ad S ut $\frac{mD^3}{z^3} - \frac{nD^3}{Z^3}$ ad $\frac{nd^3}{X^3} - \frac{md^3}{x^3}$.

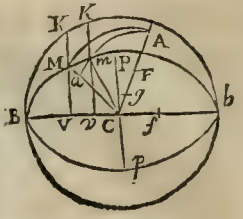


Fig. 2.

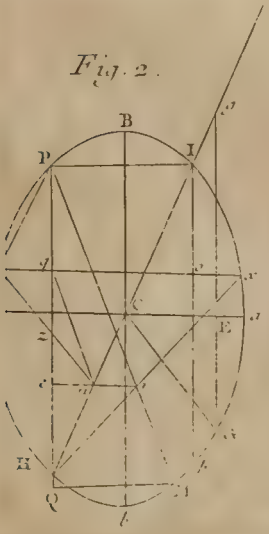


Fig. 3.

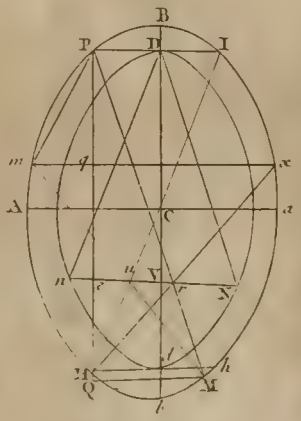
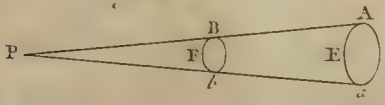


Fig. 5.



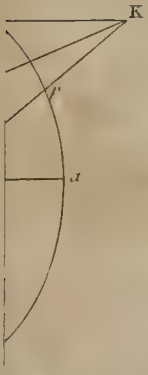
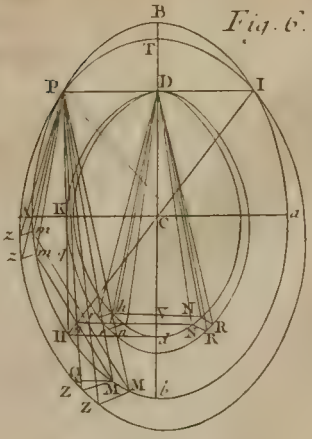


Fig. 6.



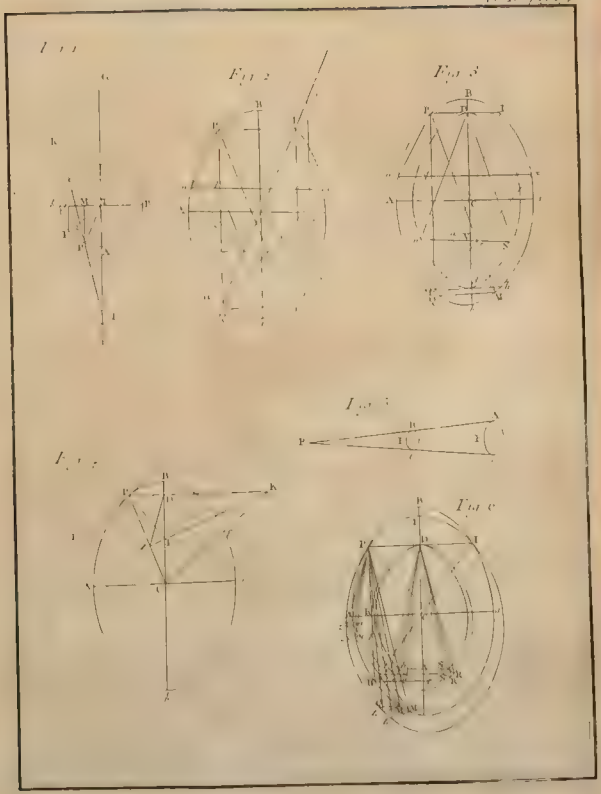


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6

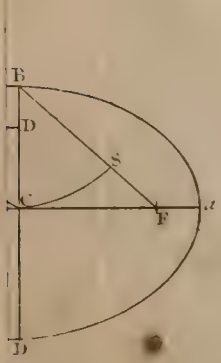
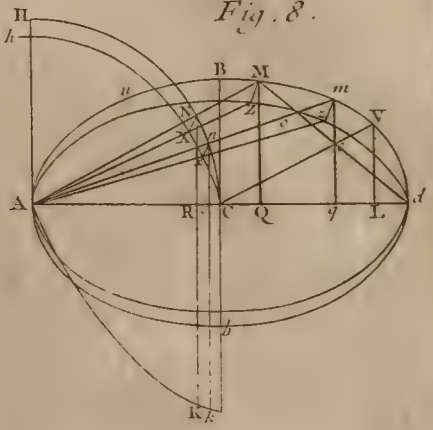
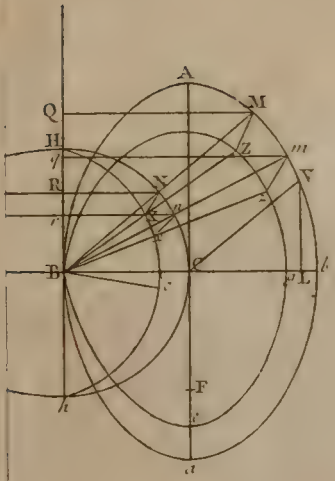

B
D
S
C
F
d
D

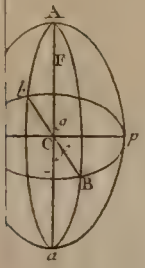
Fig. 8.


H
h
B
M
m
u
N
Z
X
V
A
R
C
Q
q
L
d
b
K
k


A
Q
M
H
m
R
V
B
L
F
h
d

a
d
T
B
A

Fig. 10.


A
F
b
o
C
p
B
a

S

Fig. 7.

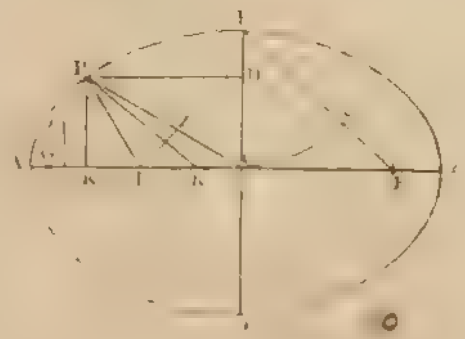


Fig. 8.

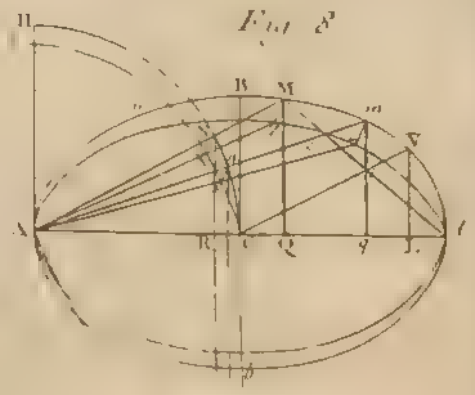


Fig. 9.

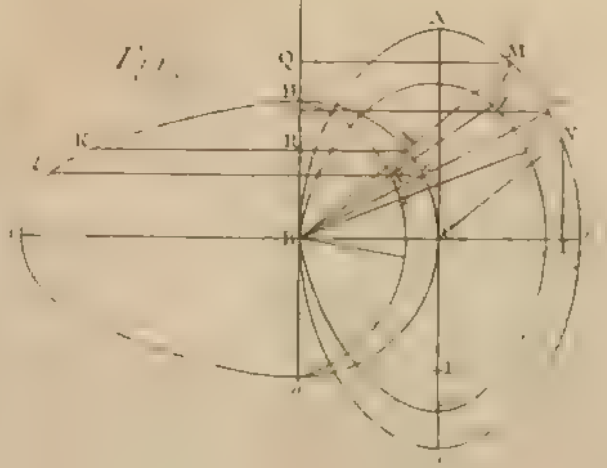


Fig. 10.

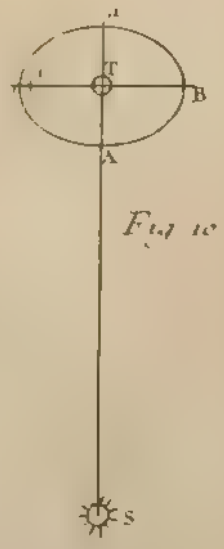
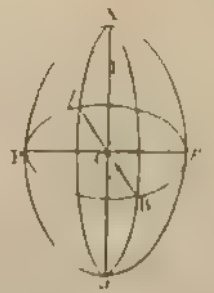


Fig. 11.



INQUISITIO PHYSICA
IN CAUSAM
FLUXUS AC REFLUXUS
MARIS.

A. D. D. EULER, *Mathematicarum Profeſſore, è Societate Academiæ Imperialis Sancti-Petersburgenſis.*

Cur nunc declivi nudentur littora Ponto,
Adverſis tumeat nunc Maris unda fretis;
Dum veſtro monitu naturam conſulo rerum:
Quàm procul à Terris abdita cauſa latet!
In Solem Lunamque feror. Si plauditis auſo;
Sidera ſublimi vertice ſumma petam.

INQUISITIO PHYSICA IN CAUSAM FLUXUS AC REFLUXUS MARIS.

CAPUT PRIMUM.

De Causa Fluxus ac Refluxus Maris in genere.

§. 1. OMNEM mutationem, quæ in corporibus evenit, vel ab ipsa motûs conservatione proficiſci, vel à viribus motum generantibus, hoc quidem tempore, quo qualitates occultæ causæque imaginariæ penitùs sunt explosæ, nulla indiget probatione. Hoc autem discrimen quovis oblato Phænomeno diligentissimè considerari oportet, ne tam motûs conservationi ejusmodi effectus tribuatur, qui sine viribus oriri nequit, quàm vires investigentur, quæ motum

ſuâ naturâ conſervandum producant. Quo quidem in negotio, ſi debita attentio adhibeatur, errori vix ullus relinquitur locus: cùm ex legibus naturæ ſatis ſuperque conſtet, cujuſmodi motus vel per ſe conſerventur, vel viribus externis debeantur. Corpus ſcilicet in motu poſitum propriâ vi hunc motum uniformiter in directum retinet: atque corpus, quod circa axem convenientem per centrum gravitatis tranſeuntem motum rotatorium ſemel eſt conſecutum, eodem motu rotari perpetuò ſuâ ſponte perget: neque hujuſmodi motuum cauſam in ulla re alia, niſi in ipſa corporum natura, quæri oportet. Quocirca ſi hujus generis Phænomenon fuerit propoſitum, alia cauſa inveſtigari non poteſt, niſi quæ à principio tales motus procreaverit.

§. 2. Hujus generis foret quæſtio, ſi quæreretur cauſa motûs vertiginis Planetarum ac Solis; hîc enim ſufficeret eam cauſam aſſignaſſe, quæ initio hos motus produxiſſet, cùm Sol æquè ac Planetæ talem motum ſemel conſecuti eundem propriâ vi perpetuò conſervare debeant, neque ad hoc Phænomenon explicandum vis ulla externa etiam nunc durans requiratur. Longè aliter ſe res habet, ſi motus proponatur neque uniformis, neque in directum procedens, cujuſmodi eſt motus Planetarum periodicus circa Solem: hoc enim caſu minimè ſufficit ea vis, quæ initio Planetas ad iſtiuſmodi motus impulerit, ſed perpetuò novæ virium actiones requiruntur, à quibus tam celeritas quàm directio continuò immutetur: quæ vires, quàm primùm ceſſarent, ſubitò Planetæ orbitas ſuas deſererent, atque in directum motu æquabili avolarent. Quòd ſi igitur Phænomenon quodcunque naturæ proponatur, antè omnia ſollicitè eſt inquirendum, ad quodnam genus id pertineat, atque utrum cauſa in viribus externis ſit quærenda, an in ipſo ſubjecto corpore? Quinetiam ſæpenumerò uſu venire poteſt, ut effectus utriuſque generis in eodem Phænomeno multùm ſint inter ſe permixti; quo caſu ſummo ſtudio ii à ſe invicem diſcerni antè debebunt, quàm cauſarum inveſtigatio ſuſcipiatur.

§. 3. His ritè perpenſis explicatio Galilei, quam in ſuis

Dialogis de æstu Maris assignare est conatus, mox concidit; putavit enim Fluxum ac Refluxum Maris tantùm à motibus Terræ rotatorio circa axem & periodico circa Solem oriri, neque aliis viribus tribui oportere, nisi quæ hos motus cùm producant, tùm conservent. Namque si ponamus Terram solo motu diurno esse præditam, iste motus Mare aliter non afficiet, nisi id sub Æquatore attollendo, ex quo figura Terræ sphæroidica compressa nascitur, motus verò reciprocus in Mari omninò nullus hinc generari poterit. Quòd si autem Terræ insuper motum æquabilem in directum tribuamus, priora Phænomena nullo modo afficientur, sed prorsùs eadem manebunt, quemadmodum ex principiis mechanicis clarissimè perspici licet, quibus constat motum uniformem in directum omnibus partibus Systematis cujuscunque corporum æqualiter impressum nullam omninò mutationem in motu & situ partium relativo inferre. Abeat nunc motus iste æquabilis Terræ in directum impressus in circularem vel ellipticum per vires quibus Terra perpetuò ad Solem urgeatur; ac ne hoc quidem casu ullus motus reciprocus in Mari produci poterit; quod cùm per se est perspicuum, tùm etiam ab ipso Galileo non statuitur: ipse enim non tàm ex mixtione motûs vertiginis & periodici æstum Maris proficisci est arbitratus, quàm ex motu quocunque progressivo sive rectilineo sive curvilineo, si is cum motu rotatorio combinetur.

§. 4. Quanquàm autem motus Terræ periodicus circa Solem cum motu rotatorio circa axem conjunctus nullum in Mari motum reciprocum generare valet, tamen Mare, quod si motus esset æquabilis in directum in quiete persisteret, aliquantùm turbari debebit. Quòd si autem ad vim quâ Terra in orbitâ suâ continetur attendamus, non difficulter mutationem, quam Mare ab ea patietur, colligere poterimus. Nam cùm partes Terræ à Sole remotiores minori vi, propiores verò majori sollicitentur, illæ ad majus tempus periodicum, hæ verò ad minus absolvendum cogentur, ex quo partibus Terræ fluidis, ut potè mobilibus, motus ab

Oriente versùs Occidentem ſecundùm ecclipticam inducetur, hancque veram eſſe cauſam exiſtimo ac præcipuam cur tàm Oceanus quàm aer ſub Æquatore perpetuò habeat Fluxum ab ortu versùs occaſum. Poſſem etiam ex eodem principio clarè oſtendere tàm Maris, ſi omnino liberum eſſet, quàm aeris celeritatem tantam fore, qua tempore viginti-quatuor horarum ſpatium circiter viginti graduum abſolvatur; ſed cùm hæc inquiſitio ad præſentem quæſtionem propriè non pertineat, atque inclyta Academia fortaſsè alia occaſione quæſtiones hùc ſpectantes ſit propoſitura, uberiorem explicationem hujus inſignis Phænomeni eò uſquè differendam eſſe cenſemus; hoc quidem tempore tantùm indicaſſe contenti, motum Terræ periodicum conjunctim cum motu diurno Mari motum aliquem imprimere poſſe, ſed neutiquam motum reciprocum, uti Galileus eſt arbitratus.

§. 5. Uti in omnibus omninò quæſtionibus phyſicis multò facilius eſt, quæ non ſit cauſa Phænomeni cujuſpiam oblati, quàm quæ ſit, oſtendere; ita etiam præſens quæſtio de Fluxu ac Refluxu Maris eſt comparata, ut non difficulter cauſas falsò aſſignatas poſſimus refellere. Ac primò quidem poſt everſam Galilei ſententiam, explicatio æſtûs Maris Carteſiana preſſioni Lunæ innixa tot tantiſque laborat difficultatibus, ut omninò ſubſiſtere nequeat. Præterquàm enim quòd iſtiuſmodi preſſio aliundè probari nequeat, atque ad hoc ſolum Phænomenon explicandum gratuitò aſſumatur, obſervationibus etiam minimè ſatisfacit. In aperto enim ac libero Oceano aquam mox poſt tranſitum Lunæ per Meridianum elevari obſervamus, cùm ſecundùm Carteſii ſententiam eodem tempore deprimi deberet; neque præterea hoc modo ſatis diſtinctè explicatur, cur Luna ſub Terra latens eundem ferè effectum exerat, ac ſi ſuper Horizonte verſatur. Deinde hoc idem negotium non feliciori ſucceſſu aggreſſus eſt Walliſius cauſam in communi centro gravitatis Terræ & Lunæ quærens, cujus explicatio mox ſatis dilucidè eſt ſubverſa. Supereſt denique Newtoni theoria, quæ nemine

contradicente

contradicente Phænomenis multò magis eſt conſentanea: at in ea id ipſum quod hoc loco quæritur, cauſa ſcilicet phyſica, non aſſignatur, ſed potiùs ad qualitates occultas referri videtur; interim tamen ne hæc quidem theoria ſatis eſt evoluta, ut de ejus ſive conſenſu ſive diſſenſu cum obſervationibus judicium ſatis tutum ferri queat

§. 6. Cùm igitur dubium ſit nullum, quin Fluxûs ac Refluxûs Maris cauſa in viribus externis & realibus ſit poſita, quæ ſi ceſſarent, ſimul æſtus Maris mox evaneſceret, ubi lateant hæ vires & quomodo ſint comparatæ potiſſimùm nobis erit explicandum, hoc enim eſt id ipſum, quod celeberrima Academia Scientiarum Regia in quæſtione propoſita requirit. Neque verò vires tantummodò indicaſſe ſufficiet, verùm præterea id maximè erit monſtrandum, quomodo iſtæ vires agant, atque hos ipſos effectus, quos obſervamus, non verò alios producant; in hoc enim totius quæſtionis cardo, explicationis ſcilicet confirmatio, vertitur. Quoniam autem plerumque pluribus viribus excogitandis idem Phænomenon explicari poteſt, ſtudium adhibendum eſt ſummum in hac indagatione, ne ad vires inanes atque imaginarias delabamur, quæ in mundo neque ſunt neque locum habere poſſunt. Parum enim ſcientiæ naturali conſulunt, qui quovis Phænomeno oblato ſibi pro arbitrio mundi ſtructuram peculiarem effingunt, neque ſunt ſolliciti, utrùm ea compages cum aliis Phænomenis conſiſtere queat, an verò ſecùs. Quòd ſi enim jam aliundè conſtet exiſtere in mundo ejuſmodi vires, quæ oblato effectui producendo ſint pares, fruſtrà omne ſtudium in conquiſitione virium novarum collocabitur.

§. 7. Quoniam autem ad cauſam cujuſque Phænomeni detegendam, ad ſingulas circumſtantias ſedulò attendere neceſſe eſt, ante omnia mirificum conſenſum æſtûs Maris cum motu Lunæ contemplari conveniet. Non ſolùm enim inſignis harmonia inter æſtum Maris ac Lunæ motum diurnum deprehenditur, ſed etiam revolutio ſynodica reſpectu Solis ingentem affert varietatem. Omnes denique obſerva-

tiones abundè declarant rationem Fluxûs & Refluxûs Maris à ſitu cùm Lunæ tùm etiam Solis conjunctim pendere : ex quo ſtatim prono ratiocinio conſequitur, vires illas æſtum Maris producentes, quæcunque etiam ſint, cùm Lunam potiſſimùm, tùm verò etiam Solem reſpicere debere. Quamobrem imprimis nobis erit inquirendum, utrum ejuſmodi vires Solem & Lunam reſpicientes, quæ in aquis talem effectum, qualis eſt æſtus Maris, producere queant, jure ac ratione ſtatui poſſint, an ſecùs. Ac ſi pluribus modis iſtiuſmodi vires animo concipere liceat, diligenter erit diſpiciendum, quænam cum aliis Phænomenis conſiſtere poſſint nec ne. Quantumvis enim explicatio quæpiam cum Phænomenis conſpiret, niſi virium, quæ aſſumuntur, exiſtentia aliundè comprobetur, labili ea omninò innititur fundamento. Quòd ſi autem contrà effectus ejuſmodi viribus tribuatur, quas in mundo reverà exiſtere alia Phænomena clarè docuerunt, atque ſummus explicationis cum experientiâ conſenſus deprehendatur, dubium erit nullum, quin iſta explicatio ſit genuina & ſola vera.

§. 8. Quamvis autem certis viribus Lunæ ac Soli tribuendis Phænomenon æſtûs Maris commodè explicari poſſet, tamen ob hanc ſolam cauſam iſtiuſmodi vires ſtatuere nimis audax videtur: quamobrem imprimis erit diſpiciendum, num aliæ rationes ejuſmodi vires non ſolùm admittant, ſed etiam actu exiſtere manifeſtò indicent. Perluſtremus igitur vires, quas jam aliundè in mundo vigere novimus, ſciſcitemurque paucis an ad motum reciprocum Oceano inducendum ſint idoneæ: tales enim vires ſi in mundo jam extent, omnis labor in aliis inquirendis impenſus irritus foret ac ridiculus. Ac primò quidem ſi Solem ſpectamus, motus Terræ annuus omninò declarat Terram perpetuò versùs Solem urgeri & quaſi attrahi, idque fortiùs in minori diſtantia, debiliùs verò in majori; atque adeò hanc Solis vim in Terram rationem tenere reciprocam duplicatam diſtantiarum: ex quo ſpontè ſequitur non ſolùm univerſam Terram, ſed etiam ſingulas ejus partes perpetuò versùs Solem urgeri. Tota

quidem Terra æquè fortiter ad Solem ſollicitatur, ac ſi omnis materia in ejus centro eſſet congeſta; interim tamen partes circa ſuperficiem ſitæ vel magis vel minùs ad Solem allicientur, quàm totum Terræ corpus, prouti vel minùs vel magis ſint remotæ à Sole, quàm centrum Terræ. Hinc igitur ſit, ut hæc eadem vis ad Solem tendens aquam modo magis modò minus trahat, ex quâ alternâ actione motus reciprocus in Fluidis neceſſariò oriri debet. Quocircà iſta Solis vis in præſenti negotio neutiquam negligi poterit, cùm ea, ſi fortè ſola cauſam æſtûs Maris non conſtituit, certè effectum aliarum virium neceſſariò afficere ac turbare debeat.

§ 9. Quemadmodùm autem Terra cum omnibus ſuis partibus versùs Solem ſollicitatur, ita eorum ſententia non multùm à veritate abhorrere videtur, qui in Lunâ ſimilem vim collocant. Obſervationes quidem hujuſmodi vim in Lunâ non demonſtrant ſicuti in Sole; cùm motus Terræ in orbitâ ſuâ à Luna omninò non affici deprehendatur: ſed ſi docuerimus eandem vim ad Lunam reſpicientem, quæ æſtui Maris producendo ſit par, in motu Terræ nullam ſenſibilem anomaliam producere valere, audacia, quæ fortè in talis vis admiſſione conſiſtere videatur, multùm mitigabitur. Hujuſmodi autem vis exiſtentia aliis rationibus, nullo ad æſtum Maris habito reſpectu, ſatis clarè evinci poteſt; quia enim nullum eſt dubium, quin Luna ad Terram conſtanter feratur, ob æqualitatem actionis & reactionis, Terram quoque versùs Lunam pelli neceſſe eſt. Namque ſi ponamus Sole penitùs ſublato, Terræ ac Lunæ omnem motum ſubitò adimi, Luna utique ad Terram accedet; nemo autem non concedet, probè perpenſis principiis mechanicis, Terram intereà non prorsùs eſſe quieturam, ſed Lunæ obviam ituram, concurſumque in communi gravitatis centro contingere: hoc autem evenire non poterit, niſi Terra actu ad Lunam ſollicitetur. Deindè in ipsâ Lunâ gravitatem dari ſimilem huic, quam in Terrâ ſentimus, negari non poteſt; niſi enim talis vis in Lunâ vigeret, partes Lunæ fluidæ, cùm ob gravitatem in Terram, tùm ob motum Lunæ

circa proprium axem, etsi sit admodùm lentus, & tempori periodico æqualis, jam dudùm avolassent, partesque solidæ consistentiam suam amisissent. Pluribus deniquè aliis rationibus ex natura vorticum petitis, magis confirmari posset tale corpus mundanum, cujusmodi est Luna, subsistere non posse, nisi vortice sit cinctum, quo gravitas in id generetur. Quòd si autem gravitationem versùs Lunam concedamus, cur ejus actionem non ad nos usquè admittamus, nulla omninò ratio suadet: quin potiùs ejusmodi vim similem statui conveniet, reliquis in mundo deprehensis, quæ quasi in infinitum porriguntur, atque inversam duplicatam tenent distantiarum rationem.

§. 10. His expositis manifestum est, & quasi experientia convictum, Terram cum singulis suis partibus tàm versùs Lunam quàm versùs Solem perpetuò sollicitari, atque utramque vim proportionalem esse reciprocè quadratis distantiarum. Hæ igitur vires, cùm actu existant, constanterque effectum suum exerant, in præsenti negotio, quo in causam æstûs Maris inquirimus, præteriri omninò nequeunt; nisi dilucidè antè sit probatum, eas non solùm Fluxum ac Refluxum non generare, sed ne quidem quicquam afficere. Si enim istæ vires ullum duntaxat motum reciprocum Mari inducere valeant, quantumvis is etiam sit exiguus, atque adeò æstui Maris fortassè contrarius, earum tamen ratio necessariò erit habenda, cùm sine illis vera causa, quæcumque sit, neque investigari neque cognosci possit. Neque præterea sanæ rationis præcepta permittunt alias vires excogitare, in iisque causam æstûs Maris collocare, antequam evidenter sit demonstratum, binas istas vires Solem Lunamque spectantes, quas non gratuitò assumsimus, sed ex certissimis Phænomenis in mundo existere novimus, ad Fluxum ac Refluxum Maris producendum non esse sufficientes. In sequentibus autem capitibus clarissimè sumus ostensuri, ab his duabus viribus non solùm in Oceano motum reciprocum generari debere, sed etiam eum ipsum, qui æstûs marini nomine insigniri solet: atque hanc ob rem

firmiter jam affirmamus veram Fluxûs ac Refluxûs causam in solis illis duabus viribus, quarum altera ad Solem est directa, altera ad Lunam, esse positam; hocque simul omnium eorum sententias funditùs evertimus, qui vel aliis omninò viribus idem Phænomenon adscribere, vel cum his ipsis alias vires conjungere conantur.

§. 11. Quæstio igitur de causa Fluxûs ac Refluxûs Maris, prouti ea ab Illustrissimâ Academiâ Regiâ est proposita, ad hanc deducitur quæstionem, ut binarum illarum virium, quibus singulæ Terræ partes cùm ad Solem tùm ad Lunam perpetuò urgentur, idque in distantiarum ratione reciprocâ duplicatâ, causa assignetur Physica. Ex quo tractationem nostram bipartitam esse oportebit. Primò scilicet ex principiis Mechanicis dilucidè erit ostendendum, à binis illis viribus Solem Lunamque respicientibus cùm Fluxum ac Refluxum Maris generatim oriri debere, tùm etiam hoc modo singula Phænomena distinctè explicari posse: hac enim parte absolutâ nullum supererit dubium, quin origo æstûs Maris his ipsis viribus, quas actu jam in mundo existere docuimus, debeatur. Deinde verò harum virium causa Physica indicari debet, cùm id sit præcipuum, quod Inclyta Academia requirit. Quod quidem ad illam partem attinet, in ejus explicatione minimè hæsitamus; & clarissimis certissimisque demonstrationibus evincere pollicemur, per istas vires omnia omninò æstûs Maris Phænomena absolutissimè explicari posse; quâ in re nulli dubitationi ullus relinquetur locus, cùm tota ad Geometriam & Mechanicam sublimiorem pertineat, calculoque analytico sit subjecta. Altera verò pars, in scientiam naturalem imprimis incurrens, majori difficultati videtur obnoxia, nec tantæ evidentiæ capax; verùm cùm ista res occasione plurium quæstionum ab Academiâ Celeberrimâ antehac propositarum jam tanto studio sit investigata atque absoluta, eam non minori certitudine expedire confidimus.

§. 12. Explosis hoc saltem tempore qualitatibus occultis, missâque Anglorum quorumdam renovatâ attractione,

quæ cum ſaniori philoſophandi modo nullatenùs conſiſtere poteſt, omnium virium quæ quidem in mundo obſervantur, duplex ſtatuendus eſt fons atque origo. Nempe cùm viribus tribuatur vel motûs generatio vel immutatio, iſte effectus ſemper vel ab alliſione corporum, vel à vi centrifugâ proficiſcitur, quarum actionum utraque facultati, quâ omnia corpora ſunt prædita in ſtatu ſuo ſive quietis ſive motûs æquabilis in directum perſeverandi, debetur. Ob hanc enim ipſam facultatem corpus in motu poſitum alia corpora, quæ vel ipſius motui directè ſunt oppoſita, vel ejus directionem mutare cogunt, ad motum ſollicitat; atque priori caſu regulæ colliſionis corporum, poſteriori verò vis centrifugæ indoles & proprietates oriuntur ac demonſtrantur. Cùm igitur omnia corpora terreſtria tam versùs Solem, quàm versùs Lunam perpetuò ſollicitentur, cauſa hujus ſollicitationis vel continuo appulſui materiæ cujuſdam ſubtilis, vel vi centrifugæ ſimilis materiæ tribui debebit. Priori igitur caſu materiam ſubtilem ſtatui oporteret, quæ conſtanter ſummâ rapiditatè cùm ad Solem tùm ad Lunam ferretur: hujuſmodi verò hypotheſis ob maximas difficultates, quibus eſt involuta, admitti minimè poteſt. Primò enim perpetuò novis viribus eſſet opus, quæ materiam ſubtilem indeſinenter versùs Solem Lunamque pellerent, quâ quidem re quæſtio non majorem lucem aſſequeretur. Deinde talis motus per ſe diu conſiſtere non poſſet, propter perpetuum materiæ ſubtilis ad eadem loca affluxum nullumque refluxum, ut taceamus alia maxima incommoda cum iſtiuſmodi poſitione permixta.

§. 13. Exclusâ igitur materiæ ſubtilis continuâ alliſione, tanquam ad vires cùm ad Solem tùm Lunam tendentes producendas minimè idonea, alia harum virium cauſa non relinquitur, niſi quæ in vi centrifuga conſiſtat. Quemadmodum autem materia ſubtilis in gyrum acta ac vorticem formans non ſolùm animo concipi, ſed etiam in mundo perſiſtere queat, jam ſatis ſuperque eſt expoſitum, cùm in diſſertationibus, quæ cùm quæſtio de cauſa gravitationis agitaretur,

laudes Illuſtriſſimæ Academiæ merebantur, tùm etiam in aliis operibus; quibus in locis ſimul dilucidè eſt oſtenſum, quomodo ejuſmodi vortices comparatos eſſe oporteat, ut vires centrifugæ fiant quadratis diſtantiarum à centro vorticis reciprocè proportionales. Quæ res cùm meo quidem judicio jam tam plana ſit facta, ut vix quicquam ad præſens inſtitutum attinens adjici queat, vorticum ulteriori examini ſine ulla hæſitatione ſuperſedemus; idque eò magis, quòd Celeberrima Academia ejuſmodi amplam atque adeò jam confectam digreſſionem poſtulare haud videatur. Quoniam enim quæſtio de cauſa gravitatis cùm versùs Terram tùm etiam versùs Solem & Planetas jam ſatis eſt inveſtigata ac diremta; nunc quidem, ſi cujuſcunque Phænomeni cauſa eo fuerit perducta, ibidem acquieſcendum videtur, neque actum agendo denuò in causâ gravitatis inveſtigandâ nimiùm immorari conveniret. Denique in præſenti negotio ſufficere poſſet, ſi æſtûs Maris cauſa adhuc tantis tenebris obvoluta ad alia maximè aperta Phænomena reducatur, quorum cauſa non ſolùm habetur probabilis, ſed etiam quæ ſola ſit veritati conſentanea, cujuſmodi eſt gravitatio tàm versùs Solem quàm Lunam.

§. 14. Cauſam igitur Fluxûs ac Refluxûs Maris proximam in binis vorticibus materiæ cujuſdam ſubtilis collocamus, quorum alter circa Solem alter verò circa Lunam ita circumagatur, ut in utroque vires centrifugæ decreſcant in duplicatâ ratione diſtantiarum à centro vorticis; quæ lex vis centrifugæ obtinebitur, ſi materiæ ſubtilis vorticem conſtituentis celeritas ſtatuatur tenere rationem reciprocam ſub duplicatam diſtantiarum à centro vorticis. Quæcunque igitur corpora in iſtiuſmodi vortice poſita ad ejus centrum pellentur vi acceleratrice, quæ pariter ac vis centrifuga quadratis diſtantiarum reciprocè eſt proportionalis. Vis abſoluta autem quâ corpus quodpiam in datâ diſtantiâ à centro vorticis collocatum eò urgetur, pendet à celeritate materiæ ſubtilis abſolutâ. Ac primò quidem quod ad

vorticem circa Solem rotatum attinet, ejus vis abſoluta ex tempore Terræ periodico cum diſtantia ejuſdem à Sole comparato tanta colligitur, ut corpus, cujus diſtantia à centro Solis æqualis eſt ſemidiametro Terræ, eò ſollicitetur vi, quæ ſit 227512 vicibus major, quàm eſt gravitas naturalis in ſuperficie Terræ. Metiemur autem hanc ipſam vim abſolutam cujuſque vorticis, per vim, quam idem vortex exerit in diſtantiâ à ſuo centro ſemidiametro Terræ æquali: ex quo ſi vis gravitatis terreſtris deſignetur per 1. erit vis abſoluta Solis = 227512, cujus numeri loco brevitatis gratiâ utemur litterâ *S*. Simili modo vim vorticis Lunam cingentis abſolutam indicabimus litterâ *L*, cujus valorem Newtonus rectè cùm ex ipſo Fluxu ac Refluxu Maris, tùm etiam ex præceſſione Æquinoctiorum conſtituiſſe videtur circiter $\frac{1}{40}$. Quare ſi, poſitâ Terræ ſemidiametro = 1, corporis cujuſdam à centro Solis vel Lunæ diſtantia fuerit *X*, erit vis, quâ id corpus vel ad Solem ſollicitatur vel ad Lunam, vel = $\frac{S}{xx}$ vel = $\frac{L}{xx}$, uti ex indole horum vorticum prona conſequentia fluit. In his quidem litterarum *S* & *L* determinationibus aſſumſimus mediam Solis à Terra diſtantiam 20620 ſemidiametrorum Terræ, quæ ex parallaxi horizontali 10″ ſequitur, Lunæ verò à Terra diſtantiam mediam 60 ſemid. Terræ; interim tamen vires ad Mare movendum hinc ortæ ab his hypotheſibus non pendent, uti ex ſequentibus patebit.

§. 15. Quoniam igitur æſtum Maris per binas vires, quarum altera Solem reſpicit, altera Lunam, ſumus expoſituri, facilè videri poſſemus eandem omninò explicationem ſuſcipere, quam Newtonus dedit in ſuis Principiis Mathematicis Philoſophiæ Naturalis. Primùm autem notandum eſt, quòd ſi Newtonus veram cauſam hujus Phænomeni aſſignaſſet, ſummoperè abſurdum atque abſonum foret, novitatis ſtudio aliam cauſam, quæ certò falſa futura eſſet, excogitare. Deinde verò Newtonus ne veſtigium quidem reliquit, ex quo cauſa harum virium attractivarum,

varum, quas Soli Lunæque tribuit, colligi posset, sed potiùs de causæ Physicæ inventione, qualem Academia Regia potissimum requirit, desperasse videtur; id quod ejus asseclæ apertè testantur, qui attractionem omnibus corporibus propriam esse, neque ulli causæ externæ deberi firmiter asserunt, atque adeò ad qualitates occultas confugiunt. Denique Newtonus deductionem & expositionem omnium Phænomenorum ad æstum Maris pertinentium minimè perfecit, sed quasi tantum adumbravit; plena enim explicatio tot tamque difficilium Problematum solutionem postulat, quæ Newtonus non est aggressus: cùm enim hujus quæstionis enodatio ampliſſimos calculos requirat, ipse analysin vitans pleraque tantum obiter indicasse contentus fuit; ob quem defectum plurimis adhuc dubiis circa ipsius explicationem locus est relictus. Neque enim in his viribus veram æstûs Maris causam contineri antè certum esse potest, quàm absoluto calculo perfectus consensus Phænomenorum cum Theoriâ fuerit declaratus.

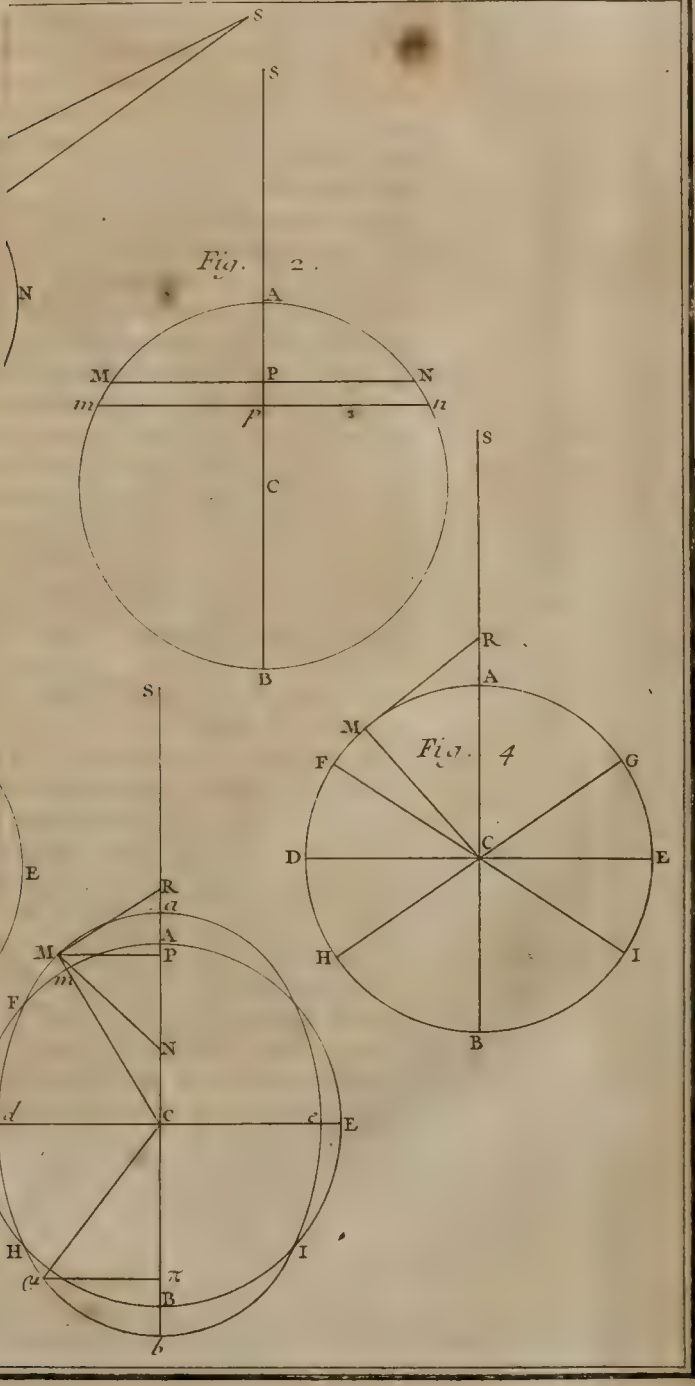
CAPUT SECUNDUM.

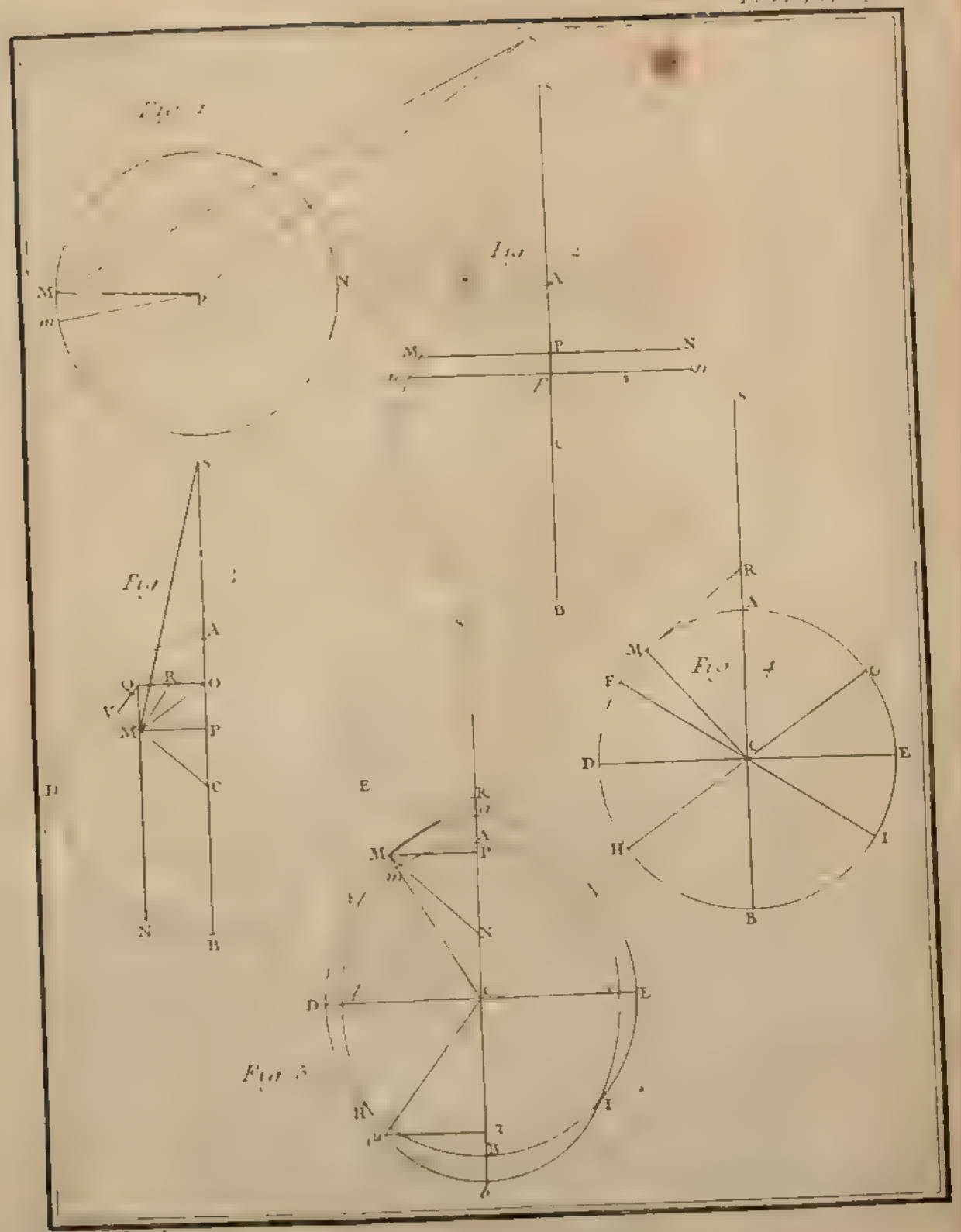
De viribus Solis & Lunæ ad Mare movendum.

§ 16. EFFECTUS, quos vires cùm Solis tùm Lunæ antè stabilitæ in Terram exerunt, ad duo genera sunt referendi: quorum alterum eos complectitur effectus quos Sol ac Luna in universam Terram tamquam unum corpus consideratam exercet; alterum verò eos, quos singulæ Terræ partes à viribus Solis ac Lunæ patiuntur. Ad effectus prioris generis investigandos, omnis Terræ materia tanquam in unico puncto, centro scilicet gravitatis, collecta consideratur, ac tàm ex motu insito quàm viribus sollicitantibus motus Terræ progressivus in sua orbita determinari solet. Ex hocque principio innotuit vim hanc Solis efficere, ut Terra circa Solem in orbita elliptica

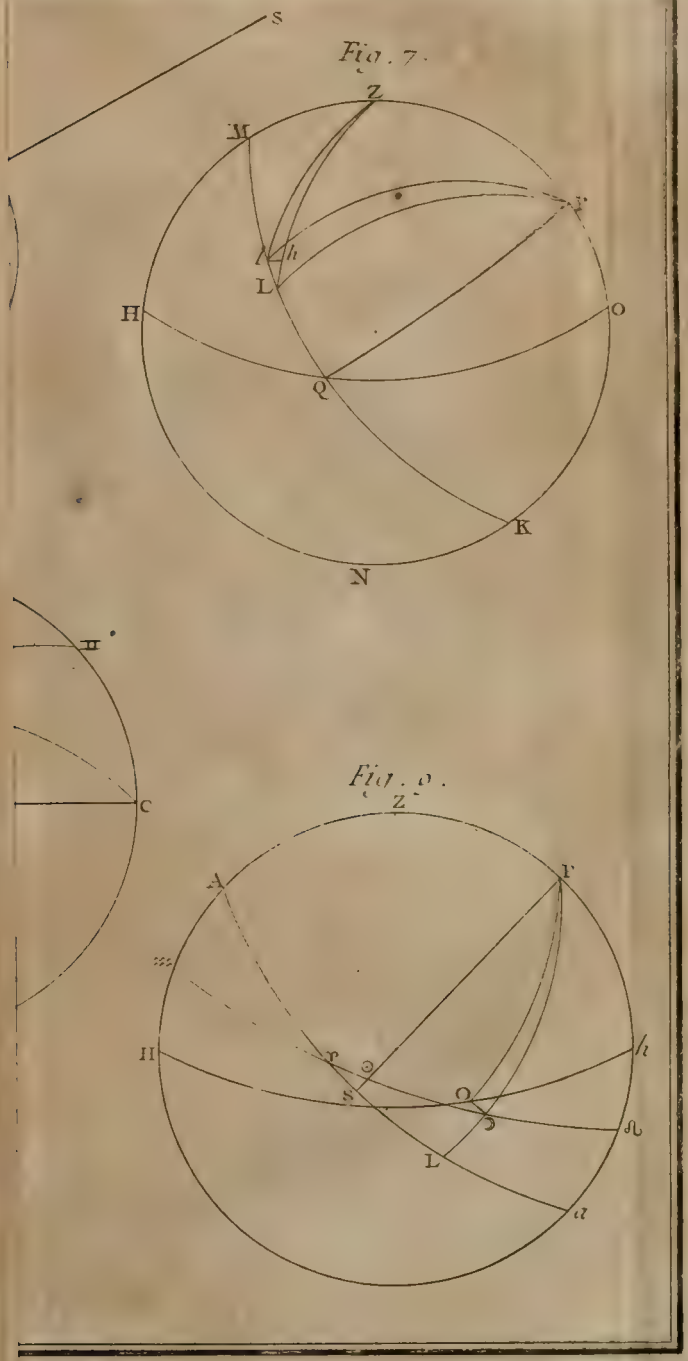
circumferatur, vim Lunæ autem tam esse debilem, ut vix ac ne vix quidem ullam sensibilem perturbationem in motu Terræ annuo producere valeat. Contrà autem docebitur, vim Lunæ ad partes Terræ inter se commovendas ac Mare agitandum multò esse fortiorem vi Solis; ex quo plerisque primo intuitu summè paradoxon videatur, quòd vis Lunæ in priori casu respectu vis Solis evanescat, cùm tamen eadem casu posteriori multum excedat vim Solis. Sed mox, cùm effectus utriusque generis diligentiùs evolvemus & perpendemus, satis dilucidè patebit, eos inter se maximè discrepare, atque à vi, quæ in universam Terram minimum exerat effectum, maximam tamen agitationem partium Terræ inter se oriri posse & viciſſim.

§. 17. Ad illum autem harum virium effectum, qui in commotione partium Terræ inter se consistit, dijudicandum, ante omnia probè notari oportet, si singulæ Terræ partes viribus æqualibus & in directionibus inter se parallelis sollicitentur, eo casu nullam omnino commotionem partium oriri, etiamsi sint maximè fluidæ nulloque vinculo invicem connexæ, sed totum virium effectum in integro tantum corpore movendo consumtum iri; perindè ac si totum Terræ corpus vel in unico puncto esset conflatum, vel ex materiâ firmissimè inter se connexâ constaret. Ex quo manifestum est partes Terræ saltem fluidas, quæ viribus cedere queant, inter se commoveri non posse, nisi à viribus dissimilibus urgeantur: atque hanc ob rem non magnitudo virium partes Terræ sollicitantium, sed potiùs dissimilitudo, quâ cùm quantitatis tùm directionis ratione inter se discrepant, eum effectum, quo situs partium mutuus perturbetur, producit. Ita vis Solis, etsi est maxima, tamen ob insignem distantiam partes Terræ ferè æqualiter afficit, contrà verò vis Lunæ ob propinquitatem admodùm inæqualiter: unde à Luna multò major agitatio Oceani resultat, quàm à Sole, quamvis ea vis, quæ ad Solem tendit, insigniter major sit alterâ Lunam respiciente. Atque hoc pacto dubium antè allatum funditùs tollitur,


S
S
N
Fig. 2.
A
M
P
N
m
p
n
C
B
S
R
A
M
F
G
Fig. 4
C
D
E
H
I
B
S
E
R
a
A
M
P
m
F
N
d
C
c
E
H
I
α
π
B
b



Thouillard Sculp


S
Fig. 7.
Z
M
V
h
L
H
O
Q
K
N
H
C
Fig. 8.
Z
A
I
H
r
☉
h
S
O
♄
L
a

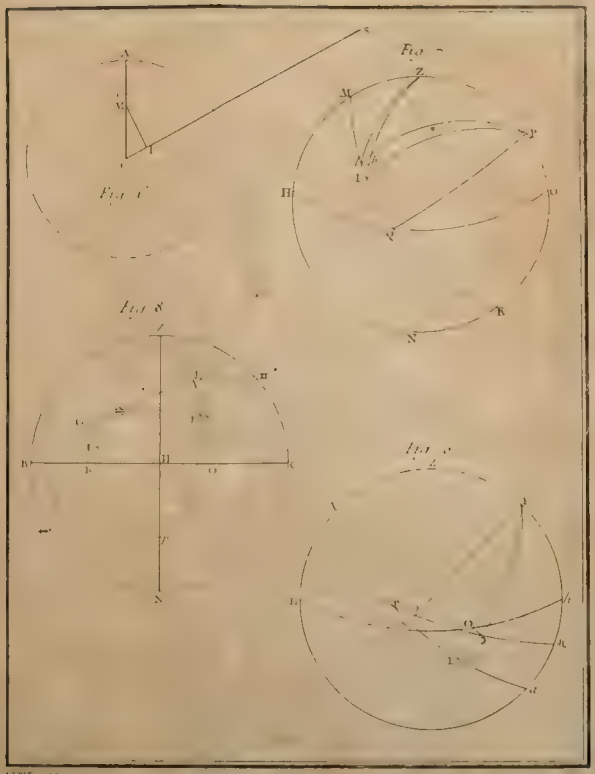


Fig. 12.

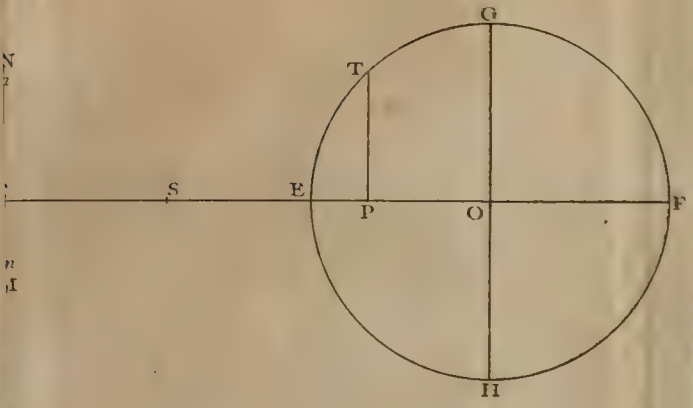

G
T
S
E
P
O
F
H

Fig. 13.

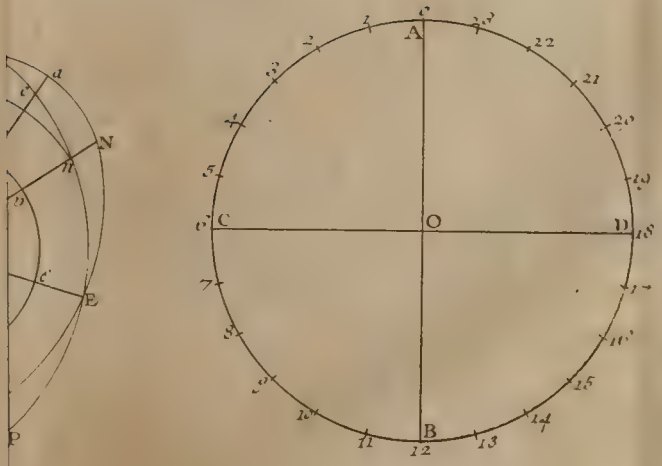

A
C
O
D
B
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
N
E

Fig 11

Fig 12

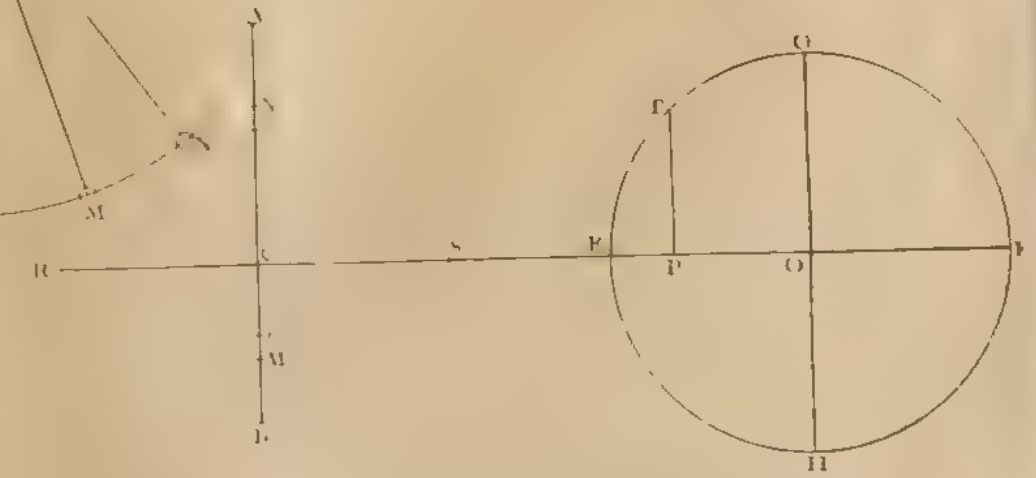


Fig 12

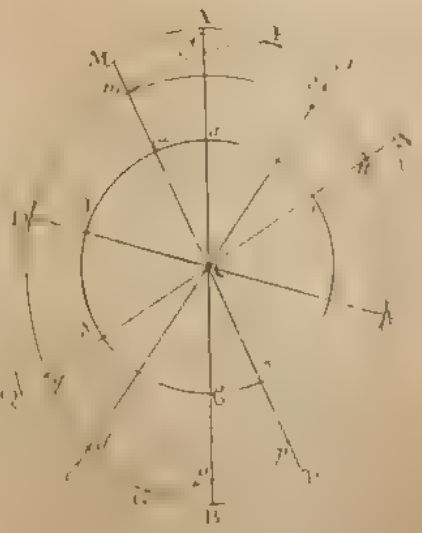
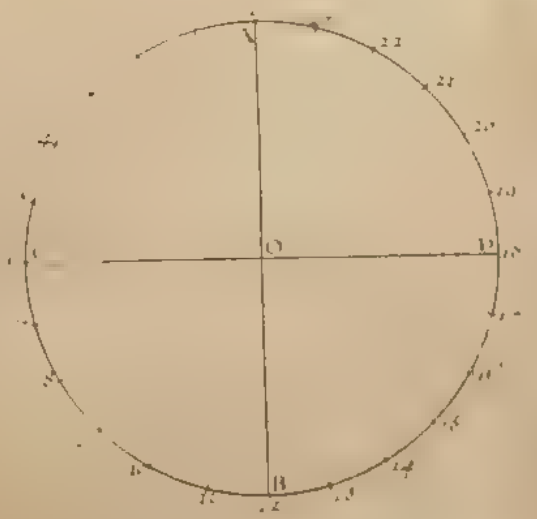


Fig 13



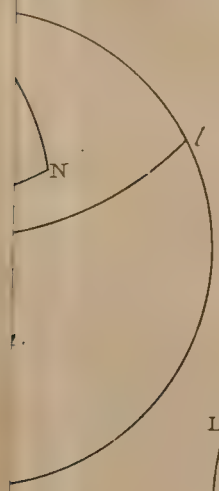


Fig. 15.

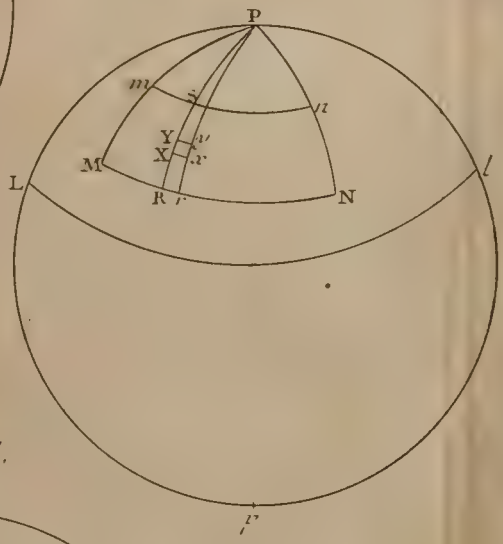
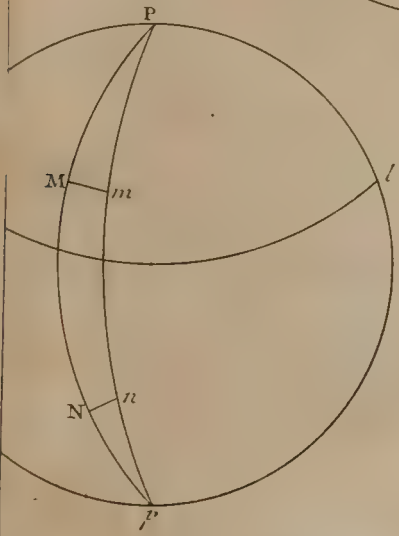


Fig. 16.



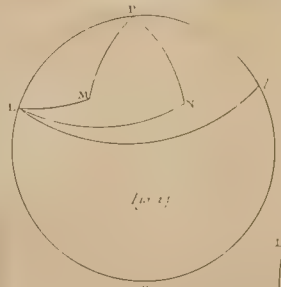


Fig. 15

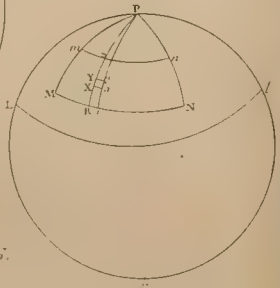
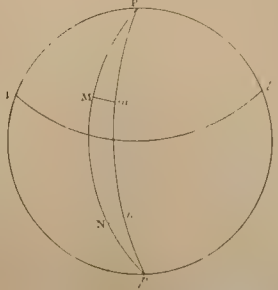


Fig. 16.



Breuland Sculp.

hocque adhuc planius fiet, si utriusque vis effectus ad calculum revocabimus.

§. 18. Ad inæqualitatem igitur virium quibus singulæ Terræ partes vel à Sole vel à Luna sollicitantur, definiendam, ante omnia vim, quâ universa Terra, si in suo centro gravitatis esset concentrata, afficeretur, determinari oportet, hæcque est ea ipsa vis, quæ Terræ motum progressivum in sua orbita respicit & turbat; deinde dispiciendum est, quantùm vires, quibus singulæ Terræ partes urgentur, tàm ratione quantitatis quàm directionis ab illâ vi totali discrepent. Quòd si enim nulla deprehendatur differentia, partes quoque singulæ situm suum relativum inter se retinebunt; at quò major erit differentia inter vires illas singulas partes sollicitantes, eò magis eæ inter se commovebuntur, situmque relativum permutabunt. In hac autem investigatione, simul gravitatis naturalis, quâ omnia corpora versùs centrum Terræ tendunt, ratio est habenda; hæc enim vis in causa est, quòd quantumvis vires Solis & Lunæ in diversis Terræ regionibus sint inæquales, æquilibrii tamen status detur, in quo partes tandem singulæ conquiescant, neque perpetuò inter se agitari pergant. Atque hanc ob rem singulæ Terræ partes à tribus viribus sollicitatæ considerari debebunt, primò scilicet à propriâ gravitate, quâ directè deorsum nituntur; tùm verò à vi, quâ ad Solem urgentur, ac tertiò à vi versùs Lunam directâ; hæque tres vires, cujusmodi Phænomena quovis tempore in partibus Terræ fluidis gignant, erit investigandum.

§. 19. Quò igitur vim totalem, quâ Terra vel à Sole vel à Luna urgetur, definiamus, consideremus primùm peripheriam circuli MN tanquam ex materiâ homogeneâ conflatam, cujus centro P verticaliter immineat Sol vel Luna in S, ita ut recta PS ad planum circuli MN sit perpendicularis. Sit circuli hujus radius $PM = y$, & distantia $SP = x$, ac vis sive Solis sive Lunæ absoluta $= S$. His positis elementum peripheriæ Mm pelletur ad S in Fig. I.

directione MS vi acceleratrice $= \frac{S}{MS^2} = \frac{S}{xx+yy}$, positâ cùm vi gravitatis naturalis in superficie Terræ $= 1$, tùm etiam semidiametro Terræ $= 1$: atque hanc ob rem elementum Mm versùs S nitetur vi $= \frac{S.Mm}{xx+yy}$. Resolvatur hæc vis in binas laterales, quarum alterius directio cadat in MP, alterius verò sit parallela directioni PS; atque evidens erit vires omnes MP per totam peripheriam se mutuò destruere, alterarum verò mediam directionem cadere in PS, ac vim his omnibus æquivalentem iisdem conjunctim sumtis fore æqualem. Trahetur autem elementum Mm in directione ipsi PS parallela vi $= \frac{S x. Mm}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}$, unde positâ ratione radii ad peripheriam $= 1 : \pi$ tota circuli MN peripheria, quæ erit $= \pi y$, urgebitur seu quasi gravitabit versùs S in ipsâ directione PS vi $= \frac{\pi S x y}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}$. Vis autem acceleratrix quâ hæc peripheria circuli versùs S sollicitabitur, prodibit, si vis motrix inventa dividatur per massam movendam, quæ est $= \pi y$, eritque $= \frac{S x}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}$.

FIG. II. §. 20. Hoc præmisso, contemplemur superficiem sphæricam genitam conversione circuli AMB circa diametrum AB; sitque semidiameter $AC = BC = r$; erit ipsa superficies $= 2\pi rr$. Jam attrahatur hæc superficies ad Solem Lunamve in S, existente distantiâ $SC = a$; atque ad vim totalem seu conatum quo integra superficies ad S tendet, inveniendum, concipiatur annulus genitus conversione elementi Mm circa diametrum AB, quæ protensa per S transeat. Positis igitur $SP = x$, $PM = y$, erit per §. præc. conatus hujus annuli in directione $PS = \frac{\pi S x y. Mm}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}$. At posito $Pp = dx$, erit $Mm = \frac{r\,dx}{y}$, & $xx+yy = 2ax - aa+rr$, unde annuli conatus versùs S erit $= \frac{\pi S r x\,dx}{(2ax-aa+rr)^{\frac{3}{2}}}$, cujus integrale est $= C + \frac{\pi S r (ax-aa+rr)}{\sqrt{(2ax-aa+rr)}}$, ex quo conatus portionis superficiei sphæricæ conversione arcus AM

ortæ prodibit $= \frac{\pi Srr}{aa} + \frac{\pi Sr(ax-aa+rr)}{V(2ax-aa+rr)}$. Quare si ponatur $SP=SB$ seu $x=a+r$, emerget conatus totius superficiei sphæricæ $= \frac{2\pi Srr}{aa}$: hincque cùm ipsa superficies sit $= 2\pi rr$, erit vis acceleratrix quâ superficies sphærica actu versùs S tendet $= \frac{S}{aa}$, ideoque tanta, quanta foret, si tota superficies in centro C esset collecta.

§. 21. Cùm igitur superficies sphærica perinde ad Solem sive Lunam in S sollicitetur, ac si tota in ipso centro esset conflata, hæc proprietas ad omnes superficies sphæricas, ex quibus integra Sphæra composita concipi potest, patebit, dummodo singulæ hæ superficies ex materiâ homogeneâ constent, sive quod eodem redit, ipsa Sphæra in iisdem à centro distantiis sit æquè densa. Hanc ob rem ejusmodi Sphæra quoque perinde ad S in directione PS urgebitur, ac si tota ipsius materia in centro C esset concentrata; hæcque proprietas non solùm in ejusmodi Sphæras competit, quæ totæ ex materiâ uniformi sunt confectæ, sed etiam ut jam indicavimus, in tales, quæ ex materiâ constant difformi, dummodo in æqualibus à centro distantiis, materia circumquaque sit homogenea seu saltem ejusdem densitatis. Cùm igitur Terram sibi repræsentare liceat tanquam Sphæram, si non ex uniformi materiâ conflatam, tamen sine ullo errore ita comparatam, ut in æqualibus circa centrum intervallis materiam æquè densam includat, Terra quoque universa tàm à Sole quàm à Luna æquè sollicitabitur, ac si omnis ejus materia in centro esset collecta. Quanquam enim nunc quidem accuratissimis ab Illustrissimâ Academiâ Regiâ institutis passim mensuris satis est demonstratum, Terræ figuram ad polos esse compressam, tamen tantilla à perfectâ Sphærâ aberratio, in aliis quidem negotiis maximi momenti, in hoc instituto tutò negligi potest. Parique ratione, etiamsi Terra in æqualibus à centro distantiis non sit æquè densa, tamen differentia certè non est tanta, ut error sensibilis inde sit metuendus.

§. 22. Ut igitur vires inveniantur, quæ tendant ad ſitum partium Terræ relativum immutandum, definienda eſt vis acceleratrix, quâ centrum Terræ ſive ad Solem ſive ad Lunam urgeatur: quâ cognitâ, ſi comperiantur omnes Terræ partes æqualibus viribus acceleratricibus & in directionibus parallelis urgeri, nulla omnino ſitûs mutatio, nullaque proinde Maris agitatio orietur. Sed Terra in ſe ſpectata omnium partium ſitum mutuum invariatum conſervabit. At ſi vires, quibus ſingulæ partes à Sole aut Luna urgentur, diſcrepent à vi centrum Terræ afficiente, tàm ratione quantitatis quàm directionis, tum niſi firmiſſimè inter ſe ſint connexæ in ſitu ſuo mutuo perturbari debebunt. Hocque caſu aquæ, quæ ob fluiditatem vi etiam minimæ cedunt, ſenſibiliter agitabuntur, atque affluendo defluendoque aliis locis elevabuntur, aliis deprimentur. Cùm autem iſte motus, qui in ſingulis Terræ partibus generatur, à differentiâ inter vires centrum Terræ & ipſas partes ſollicitantes proficiſcatur, propria vis, quâ quæque particula agitabitur, innoteſcet, ſi à vi acceleratrice illam particulam ſollicitante auferatur vis acceleratrix, quam centrum Terræ patitur: hæcque ſubtractio ita inſtituitur, ut cuique particulæ præter vim actu eam ſollicitantem alia vis æqualis illi, quam centrum perpetitur, in directione contrariâ applicata concipiatur: tum enim vis quæ ex compoſitione harum duarum oritur, erit vera vis particulam illam de loco ſuo deflectens.

§. 23. Conſentanea eſt hæc reductio principiis Mechanicis, quibus ſtatuitur motum relativum in ſyſtemate quotcunque corporum & à quibuſcunque viribus ſollicitatorum manere invariatum, ſi non ſolùm toti ſyſtemati motus æquabilis in directum ſimul imprimatur, ſed etiam ſingulis partibus vires æquales, quarum directiones ſint inter ſe parallelæ, applicentur. Noſtro igitur caſu motus inteſtinus partium Terræ non turbabitur, ſi ſingulis particulis vires æquales in directionibus parallelis applicemus ut fecimus: quòd ſi autem iſtæ vires æquales ſint illi, quâ tota Terra ſeu centrum ſollicitatur, & contrariæ, hoc ipſo Terræ motum curvilineum & in-

æquabilem, quippe qui ab iisdem viribus oritur, adimemus. Quare si insuper toti Terræ motum æqualem & contrarium illi, quo actu fertur, impressum concipiamus, obtinebimus totam Terram quiescentem, atque etiamnunc partes perinde agitabuntur & inter se commovebuntur, ac si nullas istiusmodi mutationes intuliissemus. Quilibet autem facilè percipiet, quantum ex hac reductione subsidium assequamur; multò enim facilius erit mutationes, quæ in ipsâ Terrâ accidunt, percipere atque explicare, si centrum Terræ constituatur immotum, quàm si totalis motus singularum partium motibus esset permixtus. Hanc ob rem istâ reductione quâ centrum Terræ in quietem redigitur, perpetuò utemur, quò Phænomena æstûs Maris, prouti in Terrâ immotâ sentiri debent, eliciamus; quippe qui est casus naturalis, ad quem omnes observationes sunt accommodatæ, omnes verò theoriæ accommodari debent.

§. 24. Concipiatur nunc Terra tota tanquam globus FIG. III. $ADBE$ urgeri ad Solem Lunamve in S existentem cujus vis absoluta seu ea, quam in distantia à centro suo S semidiametro Terræ æquali exerit, sit $= S$, distantia verò centri Terræ C ab S seu CS ponatur $= a$; eritque vis acceleratrix, quâ tota Terra tanquam in C collecta sollicitabitur in directione CS, $= \frac{S}{aa}$. Contemplemur jam particulam Terræ quamcunque M cujus situs ita sit definitus, ut sit $CP = x$ & $PM = y$, existente MP normali ad CS; hinc igitur habebitur $SP = a - x$ & $SM = \sqrt{((a-x)^2 + y^2)}$. Vis igitur acceleratrix, quâ particula M versùs S pelletur, erit $= \frac{S}{(a-x)^2 + y^2}$; à quâ cùm auferri debeat vis, quâ tota Terra versùs S nititur, concipienda est particulæ M applicata vis $= \frac{S}{aa}$ in directione MN ipsi CS parallela & opposita; quæ duæ vires particulam M æquè afficient ac si universa Terra quiesceret vel uniformiter in directum moveretur, qui casus ab illo non differt. Ex his igitur ambabus viribus conatus innotescet, quo particula M à vi ad S

directa de loco suo recedere annitetur : ad ipsum autem motum definiendum insuper vis gravitatis erit respicienda : & quia hæc particula non est libera , sed quaquaversùs materiâ terrestri circumdata, investigari oportet, quantum ista materia effectum viribus sollicitantibus concedat.

§. 25. Quoniam autem in hoc capite nobis nondum est propositum in ipsum effectum ab his viribus oriundum inquirere , sed tantum conatum evolvere atque explorare ; diligentiùs perpendemus , cujusmodi vires ex combinatione harum potentiarum particulam M sollicitantium resultent. Hunc in finem resolvatur vis MS in duas laterales, quarum alterius directio parallela sit ipsi CS, altera verò in MP cadat : ex quo reperietur vis illa particulam M in directione MQ urgens $= \frac{S(a-x)}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$; altera verò vis in directione MP trahens $= \frac{Sy}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$. Cùm autem particula M insuper trahatur in directione MN vi $= \frac{S}{aa}$, tres istæ vires à Sole Lunave in S existente reducentur ad duas , quarum altera in directione MQ urgens erit $= \frac{S(a-x)}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{S}{a^2}$, altera verò directionem habens MP $= \frac{Sy}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$. Quare si rectæ MQ & MP his viribus proportionales capiantur , & rectangulum $MQOP$ compleatur exprimet diagonalis MO tàm directionem quàm quantitatem vis ex tribus præcedentibus ortæ : erit autem anguli OMP tangens $= \frac{a-x}{y} - \frac{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}{a^2 y}$; quo cognito , si fiat ut MP ad MO ita $\frac{Sy}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ ad quartam , hæc ipsa quarta proportionalis erit vis particulam M in directione MO sollicitans , quæ oritur à vi ad S tendente.

§. 26. Ut autem istæ vires faciliùs cum gravitate naturali, cujus directio est MC, conjungi queant, resolvantur eæ in

in binas, quarum altera in ipsam directionem MC cadat, alteriùs verò directio sit MR normalis ad MC. Ad hoc commodissimè præstandum, resolvatur vis MS primùm in duas, quarum altera ut antè directionem habeat ipsi CS parallelam, alteriùs verò directio in ipsam MC incidat. Cùm igitur sit $MC = \sqrt{(x^2+y^2)}$, erit prior vis $= \frac{Sa}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$, posterior verò $= \frac{S\sqrt{(x^2+y^2)}}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$, quâ vis gravitatis augebitur. At si à priori auferatur vis $= \frac{S}{aa}$, remanebit vis particulam M in directione MQ sollicitans $= \frac{Sa}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{S}{a^2}$. Jam ex Q in CM productam demittatur perpendiculum QV, eritque ob similitudinem triangulorum QVM & MPC vis gravitati contraria secundùm directionem MV agens ex vi MQ orta $= \frac{Sax}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{(x^2+y^2)}} - \frac{Sx}{a^2\sqrt{(x^2+y^2)}}$; unde omninò particula M à vi ad S tendente versùs C urgebitur vi $= \frac{Sx}{a^2\sqrt{(x^2+y^2)}} - \frac{S(ax-xx-yy)}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{(x^2+y^2)}}$. Præterea verò eadem particula M in directione MR ad MC normali sollicitabitur vi $= \frac{Say}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}\sqrt{(x^2+y^2)}} - \frac{Sy}{a^2\sqrt{(x^2+y^2)}}$.

§. 27. Tametsi istæ expressiones tantoperè sint compositæ, ut parum ex iis ad usum deduci posse videatur, tamen si consideremus distantiam Lunæ à Terra, multò magis autem distantiam Solis, vehementer excedere quantitatem Terræ, ac propterea quantitates x & y; per approximationem satis commodas formulas ex iis derivare licebit. Cùm enim sit proximè $\frac{1}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}} = (a^2-2ax+x^2+y^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{a} + \frac{3(2ax-xx-yy)}{2a^3} + \frac{15(2ax-xx-yy)^2}{8a^4}$, loco $\frac{1}{((a-x)^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}$

satis tutò substitui poterit $\frac{1}{a^3} + \frac{3x}{a^4} + \frac{3(4xx-yy)}{2a^5}$. Ex his autem obtinebitur vis, quâ particula M præter gravitatem à vi Solis sive Lunæ in S existentis ad centrum Terræ C in directione MC urgetur, $= \frac{S(yy-2xx)}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}} + \frac{3Sx(3yy-2xx)}{2a^4\sqrt{(x^2+y^2)}}$ Præterea autem eadem particula M sollicitabitur in directione MR ad MC normali, vi $= \frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}} + \frac{3Sy(4xx+yy)}{2a^4\sqrt{(x^2+y^2)}}$ $= \frac{3Sy}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}}\left(x + \frac{4xx-yy}{2a}\right)$. Atque cùm in his formulis termini primi posteriores multis vicibus excedant, rem crassiùs inspiciendo, particula M à vi Solis Lunæve secundùm MC urgebitur vi $= \frac{S(yy-2xx)}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}}$, in directione verò MR vi $= \frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(x^2+y^2)}}$.

§. 28. Ex his igitur postremis formulis intelligitur ab actione Solis sive Lunæ in S existentis gravitatem particulæ M augeri, si ejus situs respectu rectæ SC ita fuerit comparatus, ut sit $yy > 2xx$ hoc est tangens anguli $MCP > \sqrt{2}$ posito sinu toto $= 1$, contrà verò gravitatem diminui, si fuerit $yy < 2xx$. Quare cùm angulus cujus tangens est $= \sqrt{2}$ contineat 54°, 45′ circiter, si concipiatur circu-
FIG. IV. lus Terræ maximus quicunque $ADBE$, cujus planum per punctum S transeat, in eoque ducantur rectæ FCI & GCH, quæ cum rectâ SAB angulos constituant 54° 45′; tùm omnes Terræ particulæ in spatiis FCH & GCI sitæ gravitatis naturalis augmentum accipient, reliquæ verò particulæ in spatiis FCG & HCI positæ decrementum gravitatis patientur. Atque hinc, quâcumque Terræ particulâ propositâ, definiri poterit, quantùm ejus gravitas à Sole Lunâve in S existente vel augeatur vel diminuatur. Altera
FIG. III. verò vis, quâ particula M in directione horizontali MR urgetur, affirmativa erit, in eamque plagam, quæ in figura repræsentatur, verget, si quantitates x & y ambæ fuerint vel affirmativæ vel negativæ: contrariumque eveniet, si earum altera sit affirmativa, altera negativa. Quare si parti-

cula M ſita fuerit vel in quadrante ACD vel ACE, tum vis horizontalis ad rectam CA tendet; contrà verò hæc vis ad radium CB dirigetur, ſi particula M ſit vel in quadrante BCD vel BCE conſtituta. Ex quibus perſpicitur effectus vel Solis vel Lunæ in ambo hemiſphæria, ſuperius ſcilicet DAE & inferius DBE, inter ſe eſſe ferè ſimiles; quæ ſimilitudo quoque in ipſo æſtu Maris obſervatur. FIG. IV.

§. 29. Ponamus nunc particulam M in ipsâ Terræ ſuperficie eſſe conſtitutam, eritque $\sqrt{(x^2+y^2)} = 1$ ob Terræ ſemidiametrum $= 1$. Quare ſi particula M fuerit poſita in M, exiſtente anguli ACM ſinu $= y$ & coſinu $= x$, ejus gravitas naturalis acceleratrix à Sole Lunâve in S augebitur vi $= \frac{S(yy-2xx)}{a^3}$, ſecùndum horizontem autem in directione MR urgebitur vi $= \frac{3Sxy}{a^3}$. Gravitas igitur maximè augebitur, ſi particula M poſita fuerit in D vel E, quibus in locis punctum S in horizonte apparet; ibi verò gravitatis augmentum erit $= \frac{S}{a^3}$. In punctis autem A & B, quæ punctum S vel in ſuo zenith vel nadir poſitum habent, maximum deprehendetur gravitatis decrementum, quod ſcilicet erit $= \frac{2S}{a^3}$: ita ut maximum gravitatis decrementum duplò majus ſit quàm maximum incrementum. Vis autem horizontalis $\frac{3Sxy}{a^3}$ maxima evadet, ſi angulus ACM fuerit ſemirectus, id quod accidit in iis Terræ regionibus, in quibus punctum S conſpicitur vel 45° gradibus ſupra horizontem elevatum, vel tantundem ſub horizonte depreſſum latet: his igitur caſibus ob $xy = \frac{1}{2}$ fiet vis horizontalis $= \frac{3S}{2a^3}$. Hujus ergo vis effectus in hoc conſiſtet, ut directio gravitatis mutetur, atque versùs rectam SC inclinetur angulo cujus tangens eſt $= \frac{3S}{2a^3}$, exiſtente ſinu toto $= 1$, quia gravitatem unitate deſignamus.

§. 30. Hæ itaque vires ſi ſatis eſſent magnæ, in ponderibus utique ſentiri deberent, ac prior quidem gravitatem natu-

ralem vel augens vel diminuens in oscillationibus pendulorum animadverti deberet, eorum motum vel accelerando vel retardando; posterior verò vis situm pendulorum quiescentium verticalem de hoc situ deflecteret, atque ad horizontem inclinatum efficeret. Quoniam autem hujusmodi perturbationes non observamus, operæ pretium erit dilucidè monstrare vires illas tam esse exiguas, ut hi effectus sensus nostros omninò effugiant. Primùm igitur cùm pro Sole sit $S = 227512$ atque $a = 20620$, erit $\frac{S}{a^3} = \frac{1}{38535570}$; pro Luna autem quia est $S = \frac{1}{40}$ & $a = 60$, erit $\frac{S}{a^3} = \frac{1}{864000}$; ex quo vis Lunæ plus quàm quater major est vi Solis, ceteris paribus; atque si Solis & Lunæ vires prorsùs conspirent, erit ex iis conjunctim $\frac{S}{a^3} = \frac{1}{705700}$ seu proximè $= \frac{1}{700000}$. Hinc maxima gravitatis diminutio, quæ quidem oriri poterit, erit $= \frac{1}{350000}$, maximum verò incrementum $= \frac{1}{700000}$: unde numerus oscillationum ejusdem penduli eodem tempore editarum, illo casu erit ut $\sqrt{(1 - \frac{1}{350000})}$ seu $1 - \frac{1}{700000}$, hoc verò casu ut $\sqrt{(1 + \frac{1}{700000})}$ seu $1 + \frac{1}{1400000}$. Numeri ergo oscillationum ab eodem pendulo eodem tempore absolutarum, cùm gravitas maximè est diminuta, & cùm maximè est aucta, tenebunt rationem ut 13999998 ad 14000001, hoc est ut 4666666 ad 4666667; ex quo satis perspicitur differentiam hanc minimè percipi posse. Similis autem omninò est ratio alterius Phænomeni declinationis scilicet à situ verticali comparata, quæ numquam ad $5'''$ exsurgere potest.

CAPUT TERTIUM.

De Figura, quam vires cùm Solis tùm Lunæ Terræ inducere conantur.

§. 31. CUM igitur in capite præcedente vires tàm à Sole quàm à Luna oriundas determinaverimus, quibus ſingulæ Terræ particulæ ad ſitum relativum cùm inter ſe tùm reſpectu centri, quod in hoc negotio tanquam quieſcens conſideratur, immutandum ſollicitantur; ordo requireret, ut jam in ipſum motum, quo ſingulæ particulæ inter ſe commoveri debeant, inquireremus. Verùm cùm hæc inveſtigatio ſit altioris indaginis, atque opus habeat principiis mechanicis ad motum partium inter ſe reſpicientibus, qualia vix uſquam adhuc reperiuntur; in hoc capite rem ſecundùm principia ſtatica ulteriùs perſequi pergamus, ac figuram determinemus, quam vires Solis & Lunæ cùm ſeorſim tùm etiam conjunctim inducere conantur. Hunc in finem Terram undequaque materiâ fluidâ ſeu aquâ cinctam contemplabimur, quò ſollicitationibus obedire ac figuram iis convenientem actu induere queat. In hoc ſcilicet negotio Solem & Lunam pariter ac ipſam Terram quieſcentes concipimus, ita ut inter ſe perpetuò eundem ſitum relativum conſervent, quo pacto Terræ ab actionibus Solis ac Lunæ figura permanens mox induetur, quam tandiu retinebit, quoad idem ſitus relativus duret. Perſpicuum autem eſt cognitionem hujus figuræ magno futuram eſſe adjumento ad ejuſdem figuræ tranſmutationem definiendam, ſi tàm Soli quàm Lunæ motus tribuatur.

§. 32. Conſideremus igitur primùm Terram in ſtatu ſuo naturali, in quem ſe ſola vi gravitatis compoſuit; in quo, cùm habitura ſit figuram ſphæricam, repræſentet circulus *ADBE* ſeu potiùs globus ejus rotatione ortus Terram, quam præterea undique aquâ circumfuſam ponimus. Ver- FIG. V.

ſetur jam Sol vel Luna in *S*, à cujus vi cùm gravitas naturalis tam in *A* quàm in *B* diminuatur, in *D* verò & *E* augeatur, manifeſtum eſt Terram ſeu potiùs aquam illi circumfuſam elevatum iri in *A* & *B*, contrà verò in *D* & *E* deprimi, idque eouſque, quoad ſollicitationes à Sole Lunâve in *S* oriundæ cum vi gravitatis ad æquilibrium fuerint redactæ. Sit itaque curva *adbe* ea figura, quæ circa axem *ab* rotata generet Terræ formam, quam à vi ad *S* directâ tandem recipiet, atque cùm aquæ nunc ponantur in æquilibrio conſtitutæ, neceſſe eſt ut directio media omnium ſollicitationum, quibus ſingulæ Terræ particulæ in ſupremâ ſuperficie ſitæ urgentur, ad ipſam ſuperficiem ſit normalis. Quare ſi particulam quamcunque *M* ſpectemus; ea primùm à gravitate naturali in directione *MC* urgetur deorsùm, idque vi, quam conſtanter ponimus = 1; quippe quæ eſt ipſa gravitas in ſuperficie Terræ, eò quòd elevatio vel depreſſio hujus particulæ diſtantiam ejus à centro Terræ, à quâ variatio gravitatis pendet, ſenſibiliter non immutet. Deinde verò eadem particula *M* à vi in *S* exiſtente ſollicitatur duplici vi, quarum alterius directio in ipſam *MC* incidit, alterius verò in *MR* normalem ad *MC*. Quocirca trium harum virium mediam directionem incidere oportet in rectam *MN* normalem ad curvam *aMd*, quo ipſo natura hujus curvæ determinabitur.

§. 33. Dubium hîc ſubnaſci poſſet, quod cùm ad præſens inſtitutum omnium virium, quibus ſingulæ particulæ ſollicitantur, ratio haberi debeat, eam hîc negligamus, quæ à vi centrifugâ motûs Terræ diurni oritur, quippe quæ non ſolùm non eſt infinitè parva, ſed multis vicibus major, quàm vires quæ vel à Sole vel Lunâ reſultant: ſed quia hæc vis conſtantem producit effectum, Terræ ſcilicet figuram ſphæroidicam ad polos compreſſam, mutationem, quæ in Fluxu ac Refluxu Maris obſervatur, ſenſibiliter afficere nequit. Deinde quamvis hîc figuram Terræ ſphæricam ponamus, tamen in aberrationem præcipuè ab hac figurâ tam à Sole quàm Lunâ oriundam inquirimus: manifeſtum autem eſt,

quantum figura aquæ ob vires Solis Lunæve à sphæricâ recedat, tantundem aquæ figuram admisso motu diurno Terræ à figurâ sphæroidicâ esse discrepaturam. Quapropter in hoc negotio sufficere potest, si, Terrâ instar sphæræ perfectæ consideratâ, definiamus quantam differentiam in aquæ figurâ vires cùm Solis tùm Lunæ producant : hac enim determinatâ, si Terræ motus vertiginis restituatur, perspicuum erit totam figuram sub æquatore intumescere, sub polis autem subsidere ; ita tamen ut ubique eadem vel elevatio vel depressio aquæ à viribus Solis Lunæve maneat. Namque si ulla etiam varietas in æstu Maris à motu vertiginis Terræ proficiscatur, ea calculo monstrante nusquam major esse potest parte $\frac{1}{289}$ æstûs totalis ; tantilla autem differentia notari non meretur, neque ob eam causam operæ prætium est tam complicatos & abstrusos calculos inire, ad quos perveniretur, si Terræ figura naturalis à sphæricâ diversa poneretur, atque insuper vis centrifuga à motu vertiginis Terræ in computum duceretur.

§. 34. Ad curvam igitur $aMdb$, cui ea quæ ex altera parte axis ab similis est & æqualis, determinandam, ponatur vis absoluta sive Solis sive Lunæ in S existentis $= S$, distantia $CS = a$, ac ducta semiordinata MP vocetur $CP = x$, & $PM = y$. Ex præcedenti igitur capite habebitur vis, quâ punctum M vel à Sole vel Lunâ versùs C urgebitur $= \frac{S(yy - 2xx)}{a^3 \sqrt{(xx+yy)}}$, insuper autem idem punctum M sollicitabitur in directione MR normali ad MC vi $= \frac{3Syx}{a^3\sqrt{(xx-yy)}} + \frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}}$. Præter has verò vires punctum M gravitate naturali deorsum pellitur vi $= 1$ secundùm directionem MC, ita ut punctum M ab omnibus his viribus conjunctim in directione MC deorsum urgeatur vi $= 1 + \frac{S(yy-2xx)}{a^3\sqrt{(xx+yy)}}$ ubi ob 1 sequens terminus tutò negligi potest, & in directione MR vi $= \frac{3Syx}{a^3\sqrt{(xx+yy)}} = \frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}}$; quarum duarum virium si MN ponatur media directio,

prodibit per regulas compositionis motus anguli CMN tangens $= \frac{3Sy(2ax+4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}+2S(yy-2xx)}$, quæ divisione actu institutâ, iisque terminis neglectis in quorum denominatoribus a plures quàm quatuor obtinet dimensiones, abit in hanc expressionem $\frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(xx+yy)}} + \frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}}$, quæ est ea ipsa formula, quâ vis MR exprimebatur. Quocirca angulus CMN prorsùs non pendet ab auctâ minutâve gravitate, sed tantùm à vi horizontali singulis particulis in Terræ superficie sitis impressâ.

§. 35. Quoniam verò hæc ipsa media directio MN debet esse ad curvam aMd in puncto M normalis, erit subnormalis $PN = \frac{-ydy}{dx}$ & $CN = \frac{xdx+ydy}{dx}$. Cùm igitur sit anguli MNP tangens $= \frac{-dx}{dy}$ & anguli MCP tangens $= \frac{y}{x}$, erit horum angulorum differentiæ, hoc est anguli CMN tangens $= \frac{ydy+xdx}{ydx-xdy}$, quæ superiori expressioni, quâ hæc eadem tangens designabatur, æqualis posita pro curvâ quæsitâ $aMdb$ sequentem præbebit æquationem $\frac{ydy+xdx}{ydx-xdy} = \frac{3Sxy}{a^3\sqrt{(xx+yy}} + \frac{3Sy(4xx-yy)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}}$, ad quam integrandam ponimus $\sqrt{(xx+yy)} = z = MC$, & anguli MCA cosinum $\frac{x}{\sqrt{(xx+yy)}} = u$, unde fiet $x = uz$ & $y = z\sqrt{(1-uu)}$, atque $ydx - xdy = \frac{zzdu}{\sqrt{(1-uu)}}$, itemque $xdx + ydy = zdz$. Hac autem factâ substitutione, æquatio inventa abit in hanc $\frac{dz}{zz} = \frac{3Sudu}{a^3} + \frac{3Szdu(5uu-1)}{2a^4}$, cujus postremus terminus, qui ob parvitatem præ reliquis ferè evanescit, si abesset, foret integrale $\frac{1}{c} - \frac{1}{z} = \frac{3Suu}{2a^3}$ seu $z = c + \frac{3Sccuu}{2a^3}$ proximè. Ponamus itaque completum integrale esse $z = c + \frac{3Sc^2u^2}{2a^3} + \frac{3Sc^3V}{2a^4}$, ac factâ applicatione reperietur $V = \frac{5u^3-3u}{3}$, ita ut habeatur $z = c + \frac{3Sccuu}{2a^3} + \frac{Sc^3u(5uu-3)}{2a^4}$,

quod

quod autem integrale proximè tantum satisfacit ; at mox alia via aperietur verum ipsius z valorem per *u* commodiùs & propiùs definiendi.

§. 36. Cùm autem soliditas sphæroidis, quodgeneratur ex conversione curvæ *adb* circa axem *ab*, æqualis esse debeat soliditati Sphæræ radio $CA = 1$ descriptæ, hinc constans quantitas *c* quæ per integrationem est ingressa, definietur : id quod commodissimè præstabitur, si utraque sphæroidis semissis, superior scilicet versùs *S* directa, atque inferior seorsim investigetur. Quoniam igitur pro semissi superiori est $CP = x = zu = cu + \frac{3Scu^3}{2a^3} + \frac{Sc^3u^2(5uu-3)}{2a^4}$, & $MP^2 = y^2 = z^2(1-uu) = (1-uu)\left(cc + \frac{3Sc^3u^2}{a^3} + \frac{Sc^4u(5uu-3)}{a^4}\right)$, erit $\int yy\,dx$, cui soliditas genita conversione spatii *dCPM* est proportionalis, $= c^3u - \frac{c^3u^3}{3} + \frac{5Sc^4u^3}{2a^3} - \frac{3Sc^4u^5}{2a^3} - \frac{3Sc^5u^2}{a^4} + \frac{21Sc^5u^4}{4a^4} - \frac{5Sc^5u^6}{2a^4}$. Posito igitur $u = 1$, prodibit superioris semissis ut $\frac{2}{3}c^3 + \frac{Sc^4}{a^3} - \frac{Sc^5}{4a^4}$. Simili modo cùm pro inferiori semissi sit $Cac = z = c + \frac{3Sc^2u^2}{2a^3} - \frac{Sc^3u(5u^2-3)}{2a^4}$, erit ejus soliditas ut $\frac{2}{3}c^3 + \frac{Sc^4}{a^3} + \frac{Sc^5}{4a^4}$; ex quibus totius sphæroidis soliditas erit ut $\frac{4}{3}c^3 + \frac{2Sc^4}{a^3}$. Quare cùm Sphæræ radio $= 1$ descriptæ soliditas pari modo definita, sit ut $\frac{4}{3}$, fiet $1 = c^3 + \frac{3Sc^4}{2a^3}$; hincque $c = 1 - \frac{S}{2a^3}$. Quamobrem pro curvâ quæsitâ habebitur, hoc valore loco *c* substituto, ista æquatio $z = 1 + \frac{S(3u^2-1)}{2a^3} + \frac{Su(5uu-3)}{2a^4}$; ex quâ natura istius curvæ luculenter cognoscitur.

§. 37. Hinc igitur perspicitur à Sole vel Lunâ in *S* existente aquam, cujus superficies antè erat in *A*, attolli in *a*, ita ut sit elevatio $Aa = \frac{S}{a^3} + \frac{S}{a^4}$; atque in regione oppositâ *B*, aquam pariter elevari per spatium $Bb = \frac{S}{a^3} - \frac{S}{a^4}$: unde patet aquas in *A* & *B*, ad eandem ferè altitudinem

elevari, cùm exceſſus ſuperioris elevationis ſuper inferiorem ſit tantum $\frac{2S}{a^4}$, quod diſcrimen reſpectu totius elevationis vix eſt ſenſibile. Contrà verò in regionibus lateralibus *D* & *E*, aqua circumquaque æqualiter deprimetur, & quidem per intervallum $Dd = Ee = \frac{S}{2a^3}$; ex quo iſta depreſſio duplo minor eſt, quàm elevatio quæ in *A* & *B* accidit. In punctis præterea *F*, *G*, *H* & *I*, quæ à cardinalibus *A* & *B* diſtant angulo 54° 45′, quippe pro quo eſt $3uu - 1 = 0$, neque elevabitur aqua neque deprimetur, ſed naturalem tenebit altitudinem. In loco autem Terræ quocumque *M* cognoſcetur aquæ vel elevatio vel depreſſio ex angulo *ACM*, cujus coſinus *u* eſt ſinus altitudinis ſub quâ Sol vel Luna in *S* exiſtens ſuper horizonte conſpicitur ab obſervatore in *M* conſtituto; hoc enim in loco aqua elevata erit ſupra naturalem altitudinem intervallo $= \frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{Su(5uu-3)}{2a^4}$: quæ expreſſio, ſi ſit negativa, Maris depreſſionem indicat. Hîc autem annotare non eſt opus, quòd ſi punctum *S* ſub horizonte lateat, tum ſinus depreſſionis maneat quidem *u*, ſed negativè accipi debeat.

§. 38. Definiamus igitur primùm cùm elevationem tùm depreſſionem, quæ à ſolâ vi Solis ubique terrarum produci deberet, ſi, uti ponimus, omnia in ſtatu æquilibrii eſſent conſtituta. Quoniam itaque eſt $S = 227512$ atque $a = 20620$ ſemid. Terræ, ſi una Terræ ſemidiameter aſſumatur 19695539 pedum Pariſ. erit $\frac{S}{a^3} = 0,5072$ ped. ſeu pauxillum excedet ſemipedem: valor autem $\frac{S}{a^4}$ omnino erit quantitas evaneſcens & imperceptibilis. Hanc ob rem in regionibus ſub Sole verticaliter ſitis, quæ habeant Solem vel in Zenith vel Nadir, aqua ultra altitudinem naturalem attolletur ad ſemipedem cum pollicis parte decimâ circiter; depreſſio autem maxima cadet in loca, quæ Solem in horizonte conſpicient, ubi aqua ad quadrantem

pedis tantum deprimetur; ex quo totum discrimen, quod à Sole in altitudine aquæ naturali oritur, ad tres quartas pedis partes circiter assurget. Iste Solis effectus autem distantiæ tantum mediocri Solis à Terra est tribuendus: quòd si enim Sol versetur vel in apogæo vel perigæo, ejus effectus vel diminui vel augeri debebit in ratione reciprocâ triplicatâ distantiarum Solis à Terra, quia pendet à valore $\frac{S}{a^3}$. Cùm igitur orbitæ Terræ excentricitas sit $= \frac{1}{10}\frac{6}{0}\frac{3}{0}\frac{}{0}$, erit intervallum *Aa* vel *Bb*, dum Sol in perigæo versatur, = 0, 5332 ped. sin autem Sol in apogæo sit constitutus, = 0, 4825 pedum; quorum differentia ad vicesimam pedis partem ascendit: valor autem medius est = 0, 5072, quem pro mediocri distantiâ Solis à Terra invenimus.

§. 39. Problema hoc, quod hucusque dedimus solutum, quodque maximi est momenti ad effectus cùm Solis tùm Lunæ in Mari elevando & deprimendo definiendos, Newtonus ne attigit quidem, sed aliam viam secutus, non solùm indirectam sed etiam erroneam, invenit Mare à solâ vi Solis ad altitudinem duorum ferè pedum elevari debere; cùm tamen tam eandem vim Soli absolutam quàm eandem distantiam à Terra assumsisset, quibus nos sumus usi. Concluſit autem hunc enormem effectum ex comparatione vis Solis seu valoris $\frac{S}{a^3}$ cum vi Terræ centrifugâ à motu diurno ortâ, quâ Terra sub æquatore extenditur ac crassior redditur quàm sub polis; atque assumit elevationem aquæ à vi Solis ortam eandem tenere debere rationem ad incrementum Terræ sub æquatore à vi centrifuga factum, quàm teneat vis Solis ad vim centrifugam. Sed præterquam quòd hoc ratiocinium nimis infirmo superstructum sit fundamento, nostrâ viâ directâ, quâ sumus usi, statim evertitur: ex ipsâ enim rei naturâ, nullis precariis assumtis principiis, elevationem aquarum à vi Solis oriundam directè & luculenter determinavimus; ac si ullum etiam dubium ob integrationem per approximationes tantum institutum restaret, id mox tolletur, cùm infrà idem problema

aliâ methodo prorsus diversâ sumus resoluturi, congruentemque solutionem exhibituri.

§. 40. Quamvis autem iste Solis effectus in Mari tam elevando quàm deprimendo non adeò certus & planus esse videatur ob parallaxin Solis, quam 10″ assumsimus, nondum accuratissimè definitam; à quâ tam distantia Solis à Terra a, quàm æstimatio vis absolutæ S, pendet: tamen si rem attentiùs perpendamus, comperiemus expressionem $\frac{S}{a^3}$ perpetuò eundem retinere valorem, quæcumque Soli parallaxis tribuatur: mutatâ enim parallaxi, valor litteræ S præcisè in eadem ratione, in quâ cubus distantiæ a^3, mutabitur. Per leges enim motûs firmissimè stabilitas patebit quantitatem $\frac{S}{a^3}$ à solo tempore periodico Terræ circa Solem determinari, cujus quantitas accuratissimè est definita. Quod ut clariùs appareat, consideremus planetam quemcunque circa Solem in orbitâ ellipticâ revolventem, cujus semiaxis transversus seu distantia à Sole media sit $=a$, vis autem Solis absoluta $=S$, erit tempus periodicum semper ut $\frac{aV a}{VS}$; quòd si igitur tempus periodicum sit $=t$, erit t ut $\frac{aV a}{VS}$ & $\frac{S}{a^3}$ uti $\frac{1}{tt}$. Ad valorem autem fractionis $\frac{S}{a^3}$ absolutè inveniendum, exprimatur a in semidiametris Terræ, atque in minutis secundis dato tempore periodico t, erit semper $t = \frac{5064\frac{1}{2}aV a}{VS}$; ex quo prodit $\frac{S}{a^3} = \frac{5064\frac{1}{2}\cdot 5064\frac{1}{2}}{tt}$, positâ unitate cùm pro gravitate naturali, tùm pro una Terræ semidiametro. At si tempus Terræ periodicum seu annus sidereus in minutis secundis exponatur, fiet $t = 31558164$, atque $\frac{S}{a^3} = 0,50723$ ped. positâ semidiametro Terræ per observationes exactissimas 19695539 ped. Paris. Reg. omnino uti antè invenimus.

§. 41. Simili modo ex superiori æquatione elevatio aquæ à vi Lunæ oriunda determinabitur; positâ enim vi Lunæ absolutâ $=L$, poni oportet $S=L$, ejusque valor proximè

erit $= \frac{1}{40}$, quem à Newtono repertum tantisper retinebimus, quoad verus valor per alia Phænomena accuratiùs definiatur. Quoniam itaque Lunæ à Terrâ mediocris distantia est $= 60\frac{1}{2}$ semid. Terræ, erit $\frac{S}{a^3} = L.\ 88,94$ ped. $= 2,223$ ped. & $\frac{S}{a^4} = L.\ 1,47 = 0,037$ ped. Cùm autem Lunæ excentricitas sit quasi $\frac{550}{10000}$, erit dum Luna in perigæo versatur $\frac{S}{a^3} = L.\ 104,44$ ped. $= 2,611$ ped. & $\frac{S}{a^4} = L.\ 1,82 = 0,045$ pedum. At si Luna fuerit in apogæo, prodibit $\frac{S}{a^3} = L.\ 75,74$ ped. $= 1,893$ ped. & $\frac{S}{a^4} = L.\ 1,19 = 0,030$ pedum. Ex his igitur si Luna à Terrâ mediocriter distet, erit aquæ elevatio $Aa = L.\ 90,41$ ped. $= 2,260$ ped. elevatio autem $Bb = L.\ 87,47$ ped. $= 2,187$ pedum: ac depressio ad latera $Dd = Ee = L\ 44,47$ pedum $= 1,112$ ped. Pro perigæo verò Lunæ fiet $Aa = L.\ 106,26$ ped. $= 2,656$ pedum; $Bb = L.\ 102,62$ ped. $= 2,565$ pedum; atque $Dd = Ee = L.\ 52,22 = 1,305$ pedum. Pro apogæo denique Lunæ habebitur $Aa = L.\ 76,93$ ped. $= 1,923$ pedum, & $Bb = L.\ 74,55$ ped. $= 1,864$ pedum, atque $Dd = Ee = L.\ 37,87$ ped. $= 0,947$ pedum.

§. 42. Tametsi autem hac methodo non difficulter tam elevatio Maris quàm depressio quæ vel à Sole vel Lunâ seorsum gignitur, sit determinata, si quidem omnia ad statum quietis redacta concipiantur; tamen nimiùm foret difficile ejusdem methodi ope eadem res definire, si Sol & Luna conjunctim agant. Quamobrem aliam methodum exponamus, cujus usus pro utroque casu æquè pateat; quæ cùm à priori penitùs sit diversa, simul ea, quæ jam sunt eruta atque à Newtonianis diversa deprehensa, maximè confirmabit. Petita verò est hæc altera methodus ex eâ æquilibrii proprietate, quâ requiritur, ut omnes columnæ aqueæ à superficie Terræ ad centrum pertingentes sint inter se æquiponderantes. Existente igitur vel Sole vel Lunâ in S, FIG. VI. cujus vis absoluta ponatur $= S$, & distantia $SC = a$, sit AC

columna aquea à ſuperficie Terræ A ad centrum C uſque pertingens, quæ altitudo AC ſit $= h$. Ponatur anguli ACS coſinus $= u$, qui ſimul erit ſinus altitudinis ſub qua punctum S à ſpectatore in A conſtituto ſuper horizonte elevatum conſpicitur; ſumaturque intervallum quodcunque $CM = z$, & conſideretur totius columnæ elementum $Mm = dz$. Hoc igitur elementum primò à gravitate deorſum versùs C urgebitur, cujus effectus, cùm intra Terram pro variis diſtantiis non ſatis conſtet, ponatur dignitati cuicunque diſtantiarum à centro putà ipſi z^n proportionalis: mox enim planum fiet exponentem n nil omnino determinationes eſſe turbaturum. Urgebitur ergo elementum Mm versùs centrum C vi $= z^n dz$; ex quo totius columnæ AC niſus deorſum à gravitate oriundus, erit $= \frac{h^{n+1}}{n+1}$.

§. 43. Præterea autem elementum $Mm = dz$ à vi S ſollicitabitur duplici modo, altero deorſum in directione MC, altero in directione ad illam MC normali, quæ poſterior vis, cùm pondus columnæ nequaquam afficiat, tutò negligetur, ſolaque prior conſiderabitur. Demiſſo autem ex M in CS perpendiculo MP, poſitiſque $CP = x$ & $PM = y$, erit $\sqrt{(x^2 + y^2)} = z$, & $x = uz$ atque $y = z\sqrt{(1 - uu)}$. At ex §.27.vis, quâ particula Mm deorſum ſollicitatur, eſt $= \frac{S(yy - 2xx)}{a^3\sqrt{(xx+yy)}} + \frac{3Sx(3yy-2xx)}{2a^4\sqrt{(xx+yy)}} = \frac{Sz(1-3uu)}{a^3} + \frac{3Suz^2(3-5uu)}{2a^4}$. Quæ expreſſio per dz multiplicata, tumque integrata facto $z = h$, præbebit totius columnæ AC niſum à vi S oriundum $= \frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Sh^3u(3-5uu)}{2a^4}$. Quocirca totus columnæ AC niſus deorſum tendens erit $= \frac{h^{n+1}}{n+1} + \frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Sh3u(3-5uu)}{2a^4}$; qui cùm in omnibus columnis debeat eſſe idem, æquabitur conatui, quo columna æqualis ſemidiametro Terræ 1 in ſtatu naturali à ſolâ gravitate deorſum nititur, quæ vis eſt $= \frac{1}{n+1}$. Hinc igitur ſequens emergit æquatio, $1 = h^{n+1}$

$+\frac{(n+1)Sh^2(1-3uu)}{2a^3}+\frac{(n+1)Sh^3u(3-5uu)}{2a^4}$; ex quâ elicitur $h=1+\frac{S(3uu-1)}{2a^3}+\frac{Su(5uu-3)}{2a^4}$, quæ est ea ipsa expressio, quam suprà §. 36. alterâ methodo invenimus.

§.44. Agant nunc vires ambæ ad Solem Lunamque directæ conjunctim; ac primò quidem designet S Solis vim absolûtam, a ejus distantiam à Terra, & u sinum anguli, quo Sol suprà horizontem est elevatus. Deinde sit simili modo pro Luna L ejus vis absoluta, b ejus distantia à Terrâ, atque v sinus altitudinis Lunæ super horizonte. Ex his igitur columna aquea $AC=h$ tam vi propriæ gravitatis quàm à viribus Solis ac Lunæ conjunctim in centrum C urgebitur vi $=\frac{h^{n+1}}{n+1}+\frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3}+\frac{Lh^2(1-3vv)}{2b^3}+\frac{Sh^3u(3-5uu)}{2a^4}+\frac{Lh^3v(3-5vv)}{2b^4}$, quæ æqualis esse debebit vi $\frac{1}{n+1}$. Ex hac autem æquatione resultat $h=1+\frac{S(3uu-1)}{2a^3}+\frac{L(3vv-1)}{2b^3}+\frac{Su(5uu-3)}{2a^4}+\frac{Lv(5vv-3)}{2b^4}$. Quocirca aqua in A supra situm naturalem, quem à solâ gravitate sollicitata obtineret, à viribus Solis ac Lunæ conjunctim sollicitantibus, elevabitur per intervallum $=\frac{S(3uu-1)}{2a^3}+\frac{L(3vv-1)}{2b^3}+\frac{Su(5uu-3)}{2a^4}+\frac{Lv(5vv-3)}{2b^4}$, ex qua expressione status aquæ vel elevationis vel depressionis ubique terrarum cognoscetur.

§. 45. Hanc posteriorem viam secuti, non solùm actiones Solis ac Lunæ commodè conjungere potuimus, sed etiam nunc nobis licebit motûs vertiginis Terræ, & vis centrifugæ inde ortæ, rationem habere; id quod methodo priore opus fuisset insuperabile. Ponamus enim altitudinem columnæ naturalem AC, quam habitura esset à vi gravitatis & vi centrifugâ simul, seu quod eodem redit, in figurâ Terræ sphæroidicâ compressâ, esse $=f$, altitudinem autem quam habebit accedentibus viribus Solis ac Lunæ esse $=h$; atque manifestum est quantitates f & h quàm mini-

mè ab 1 discrepare. Cùm igitur utriusque columnæ f & h idem debeat esse nisus deorsùm, columnæ autem f in quam sola gravitas & vis centrifuga agunt nisus sit $= \frac{f^{n+1}}{n+1} - \alpha ff$, denotante α quantitatem à vi centrifugâ in A pendentem, columnæ verò h nisus sit $= \frac{h^{n+1}}{n+1} - \alpha h^2 + \frac{Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Lh^2(1-3vv)}{2b^3} + \frac{Sh^3u(3-5uu)}{2a^4} + \frac{Lh^3v(3-5v^2)}{2b^4}$; erit æqualitate factâ $f^{n+1} - (n+1)\alpha ff = h^{n+1} - (n+1)\alpha h^2 + \frac{(n+1)Sh^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{(n+1)Lh^2(1-3vv)}{2b^3} + \frac{(n+1)Sh^3u(3-5uu)}{2a^4} + \frac{Lh^3v(3-5vv)}{2b^4}$. Ponatur $h = f + s$, erit ob α quantitatem vehementer parvam, a verò & b maximas, $0 = f^n s + \frac{6f^2(1-3uu)}{2a^3} + \frac{Lf^2(1-3vv)}{2b^3} - 2\alpha fs + \frac{Sfs(1-3uu)}{a^3} + \frac{Lfs(1-3vv)}{b^3} + \frac{Sf^3u(3-5uu)}{2a^4} + \frac{Lf^3v(3-5vv)}{2b^4}$, neglectis terminis in quibus s plures obtinet dimensiones, ob summam ipsius s parvitatem respectu ipsius f. Hinc itaque fiet $s = \frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{L(3vv-1)}{2b^3} + \frac{Sfu(5uu-3)}{2a^4} + \frac{Lfv(5vv-3)}{2b^4}$ / $f^{n-2} - \frac{2\alpha}{f} + \frac{S(1-3uu)}{a^3 f} + \frac{L(1-3vv)}{b^3 f}$.

Quòd si porrò ponatur semiaxis Terræ per polos transiens $= 1$, erit ob æquilibrium $\frac{f^{n+1}}{n+1} - \alpha ff = \frac{1}{n+1}$ & $f = 1 + \alpha$, ex quo denominator præcedentis fractionis ab unitate quàm minimè discrepabit; sub ipso enim æquatore est $\alpha = \frac{1}{578}$, ubi quidem est maximum: unde erit omnino ut antè elevatio aquæ à viribus Solis ac Lunæ orta supra altitudinem naturalem $s = \frac{S(3uu-1)}{2a^3} + \frac{L(3vv-1)}{2b^3} + \frac{Su(5uu-3)}{2a4} + \frac{Lv(5vv-3)}{2b^4}$; discrimen enim quod revera aderit, sensus omnino effugiet, pendebitque simul à valore exponentis n.

CAPUT

CAPUT QUARTUM.

De Fluxu ac Refluxu Maris si aqua omni inertiâ careret.

§. 46. QUÆ in capite præcedente sunt tradita respiciunt hypothesin assumtam, quâ Solem ac Lunam respectu Terræ perpetuò eundem situm tenere posuimus; ibique præcipuè statum æquilibrii, ad quem oceanus à viribus Solis & Lunæ perducatur, determinavimus. Longè aliter autem se res habet, si tam Luna & Sol quàm Terra in motum collocentur, quo casu ob perpetuam situs relativi mutationem nunquam æquilibrium adesse poterit; cùm enim tempore opus sit, quo data vis datum corpus ad motum perducat, duplici modo status oceani assignatus à vero discrepabit. Namque primò aqua quovis momento in eum æquilibrii situm, quem vires sollicitantes intendunt, pervenire non poterit, sed tantum ad eum appropinquabit continuò; deinde etiamsi in ipsum æquilibrii situm perveniat, in eo tamen non acquiescet, sed motu jam concepto ulteriùs feretur, uti ex naturâ motûs abundè constat. Hujus autem utriusque aberrationis ratio in inertiâ aquæ est posita, quâ fit ut aqua nec subitò in eum situm se conferat, in quo cum viribus datur æquilibrium, nec cùm hunc æquilibrii situm attigerit, ibi quiescat. Quocirca ne difficultatum multitudine obruamur, aquam omni inertiâ carentem assumamus, hoc est istius indolis, ut non solùm quovis momento se in statum æquilibrii subitò recipiat, sed ibi etiam omnem motum insitum deponendo permaneat, quamdiu iste situs viribus sollicitantibus conveniat. Hac itaque factâ hypothesi, perspicuum est aquam quovis temporis momento in eo ipso statu fore constitutam, qui secundùm præcepta capitis præcedentis positioni cùm Solis tùm Lunæ respondeat.

§. 47. Ut igitur in hac hypothesi, quâ Mare vis inertiæ expers ponimus, pro quovis loco ad quodvis tempus statum Maris quàm commodissimè definiamus, primùm so-

lam Lunam consideraremus, cùm in eâ præcipua æstûs Maris causa contineatur, atque tam Fluxus quàm Refluxus Maris à transitu Lunæ per meridianum computari soleat: quòd si enim Lunæ effectus innotuerit, non solùm Solis effectus quoque mutatis mutandis colligetur, sed etiam effectus, qui ab ambobus luminaribus simul agentibus pro-

FIG. VII. ficiscitur. Propositus igitur sit Terræ locus quicunque, cujus in cœlo Zenith sit Z, horizon HQO & P polus borealis, ita ut arcus PO sit hujus loci elevatio poli, & circulus $PZHNO$ meridianus. Sit porrò MLK parallelus æquatori, in quo Luna jam motu diurno circumferatur, atque hoc momento reperiatur Luna in L; eritque tempus, quo Luna vel ex L ad meridianum M appellet, vel vicissim à meridiano ad L pertigit, ut angulus MPL, sive hoc tempus se habebit ad tempus unius revolutionis Lunæ, quod est 24 horarum 48′, uti se habet angulus MPL ad quatuor rectos. Sit igitur anguli MPL cosinus $= t$, sinus elevationis poli PO seu sinus arcûs $PZ = p$, cosinus $= P$, ac sinus declinationis Lunæ borealis $= Q$, qui idem est sinus distantiæ Lunæ à polo PL, hujus verò ipsius arcûs sinus sit $= q$, cui simul cosinus declinationis Lunæ æquatur, atque ob sinum totum constanter positum $= 1$, erit $Q^2 + q^2 = 1$. Cùm jam in triangulo sphærico ZPL dentur arcus PZ & PL cum angulo ZPL, reperietur per Trigonometriam sphæricam arcûs ZL cosinus $= tpq + PQ$, qui simul est sinus altitudinis Lunæ supra horizontem, quem antè posuimus $= v$. Ex quibus erit $v = tpq + PQ$, & $3vv - 1 = 3(tpq + PQ)^2 - 1$, atque $5vv - 3 = 5(tpq + PQ)^2 - 3$; qui valores in formulis præcedentis capitis substituti præbebunt statum Maris, hoc est vel elevationem vel depressionem, pro loco proposito ad tempus assignatum.

§. 48. Quòd si ergo Lunæ vis absoluta ponatur $= L$, ejusque à Terra distantia $= b$, erit intervallum, quo aqua supra statum naturalem elevabitur, $= \frac{L(3(tpq+PQ)^2-1)}{2b^3} + \frac{L(tpq+PQ)(5(tpq+PQ)^2-3)}{2b^4}$, quæ expressio si fit ne-

gativa, indicat aquam infra ſtatum naturalem eſſe depreſſam. Ponamus Lunam ſuper horizonte ſeu versùs auſtrum per meridianum tranſire, quo caſu erit $t = 1$; hoc igitur tempore aqua ſupra ſtatum naturalem erit elevata intervallo $= \frac{L(3(pq+PQ)^2-1)}{2b^3} + \frac{L(pq+PQ)(5(pq+PQ)^2-3)}{2b^4}$. Contrà verò dum Luna ſub horizonte vel versùs boream ad meridianum appellit, fiet elevatio aquæ ſupra ſtatum naturalem per intervallum $= \frac{L(3(PQ-pq)^2-1)}{2b^3} + \frac{L(PQ-pq)(5(PQ-pq)^2-3)}{2b^4}$, quoniam hoc caſu ſit $t = -1$. Tempore autem intermedio inter binos hos appulſus ad meridianum loci propoſiti, ſeu eo tempore quo angulus ZPL ſit rectus, hoc eſt 6 horis 12′ vel ante vel poſt tranſitum per meridianum ob $t = 0$, erit intervallum, quo aqua elevabitur, $= \frac{L(3P^2Q^2-1)}{2b^3} + \frac{LPQ(5P^2Q^2-3)}{2b^4}$; quæ expreſſio ſemper eſt negativa, ideoque indicat aquam infra ſtatum naturalem conſiſtere. Namque cùm P ubique ſit minor unitate niſi ſub ipſis polis, ac declinatio Lunæ nunquam ad 30° aſſurgere poſſit, ex quo $Q < \frac{1}{2}$ & $QQ < \frac{1}{4}$, erit $3P^2Q^2$ perpetuò unitate minor; ideoque illa expreſſio negativa.

§. 49. De ratione autem elevationis aquæ in genere judicari licebit ex formulâ $\frac{L(3vv-1)}{2b^3} + \frac{Lv(5vv-3)}{2b^4}$, ſeu cùm poſterior terminus vix ſit ſenſibilis, ex ſolo priore $\frac{L(3vv-1)}{2b^3}$. Ex hac autem expreſſione intelligitur aquæ elevationem à ſola elongatione Lunæ ab horizonte pendere, ſive Luna ſit ſuper ſive ſub horizonte, retinet enim $3vv-1$ eundem valorem ſive v ſit affirmativum ſive negativum. Deinde quia fit $3vv-1 = 0$ ſi Luna ab horizonte diſtet arcu 35° 16′, tum aqua in ipſo ſtatu naturali erit conſtituta, neque elevata neque depreſſa. Elevabitur ergo aqua, cùm Luna ultra 35° 16′ vel ſupra vel infra

horizontem verſetur, è contrario autem deprimetur quando Lunæ ab horizonte diſtantia minor eſt quàm 35° 16′. Omnino autem aqua maximè erit depreſſa dum Luna ipſum horizontem occupat, hocque tempore infra ſitum naturalem ſubſidet intervallo $\frac{L}{2b^3} = 1,111$ pedum (§. 41.); atque de hoc ſitu elevabitur recedente Lunâ ab horizonte ſive ſuper ſive ſub Terra. Hinc iis in regionibus, in quibus Luna oritur & occidit, tempore 24 hor. 48′ Mare bis maximè erit depreſſa, biſque elevata; ſtatus ſcilicet depreſſionis incidet in appulſus Lunæ ad horizontem, ſtatus autem elevationis in appulſus Lunæ ad meridianum. At quibus in regionibus Luna nec oritur nec occidit, quoniam ibi Luna altero appulſu ad meridianum maximè, altero minimè ab horizonte diſtat, ſpatio 24 h. 48′ aqua ſemel tantum elevabitur, ſemelque deprimetur: ſub ipſis autem polis æſtus Maris omnino erit nullus, diurnus ſcilicet; nam variatio declinationis ſola ſtatum Maris turbabit.

§. 50. Cùm igitur ſub polis Terræ nullus ſit Fluxus ac Refluxus Maris, ſed aqua tantum aliquantulum aſcendat deſcendatque, prout Luna vel magis ab æquatore recedit vel ad eum accedit; videamus etiam quomodo æſtus Maris in aliis Terræ regionibus ſecundùm noſtram hypotheſin debeat eſſe comparatus. Conſiderabimus autem præcipuè tres regiones, quarum prima poſita ſit ſub ipſo æquatore, ſecunda habeat elevationem poli 30 graduum, tertia verò 60 graduum. Quia igitur in his omnibus regionibus Luna oritur atque occidit, maxima depreſſio aquæ ubique erit eadem, ſcilicet per intervallum $\frac{L}{2b^3}$ infra ſitum naturalem, eaque continget bis, quando nimirum Luna in ipſo horizonte verſatur. Ab hoc itaque ſtatu maximæ depreſſionis elevationes Maris indicabimus & computabimus, ſpatiis aſſignandis, per quæ aqua attolletur dum Luna vel ſupra horizontem in *M* vel infra in *K* ad meridianum appellit, itemque dum ab utroque meridiano æqualiter diſtat, qui

locus sit L existente angulo MPL recto. Præterea tres quoque Lunæ situs in sua orbita contemplabimur, quorum primus sit, cùm Luna in ipso æquatore versatur, secundus cùm Luna habet declinationem borealem 20 graduum, tertius verò cùm Luna declinationem habet australem pariter 20 graduum. Denique in tabella sequente adscripsimus quantitatem anguli MPQ, ex quo tempus tam ortûs quàm occasûs Lunæ, quo aqua maximè est depressa, atque elevatio existit nulla, innotescit.

In locis sub Æquatore sitis, est elevatio Maris, dum Luna versatur in

	M	L	K	ang. MPQ.
☽ *Declinatio* 0°	$\frac{3L}{2b^3} + \frac{2L}{2b^4}$	0	$\frac{3L}{2b^3} - \frac{2L}{2b^4}$	90°, 0′
☽ *Decl. boreal.* 20°	$\frac{2,649\,L}{2b^3} + \frac{1,549\,L}{2b^4}$	0	$\frac{2,649\,L}{2b^3} - \frac{1,549\,L}{2b^4}$	90°, 0′
☽ *Decl. austr.* 20°	$\frac{2,649\,L}{2b^3} + \frac{1,549\,L}{2b^4}$	0	$\frac{2,649\,L}{2b^3} - \frac{1,549\,L}{2b^4}$	90°, 0′

Sub elevatione Poli 30°, *erit Maris elevatio*

☽ *Declinatio* 0°	$\frac{2,250\,L}{2b^3} + \frac{1,082\,L}{2b^4}$	0	$\frac{2,250\,L}{2b^3} - \frac{1,082\,L}{2b^4}$	90°, 0′
☽ *Decl. boreal.* 20°	$\frac{2,909\,L}{2b^3} + \frac{1,880\,L}{2b^4}$	$\frac{0,087\,L}{2b^3} - \frac{0,156\,L}{2b^4}$	$\frac{1,239\,L}{2b^3} - \frac{0,154\,L}{2b^4}$	102°, 8′
☽ *Decl. austr.* 20°	$\frac{1,239\,L}{2b^3} + \frac{0,154\,L}{2b^4}$	$\frac{0,087\,L}{2b^3} + \frac{0,156\,L}{2b^4}$	$\frac{2,909\,L}{2b^3} - \frac{1,880\,L}{2b_4}$	77°, 52′

Sub elevatione Poli 60°, *erit Maris elevatio*

☽ *Declinatio* 0°	$\frac{0,740\,L}{2b^3} - \frac{0,125\,L}{2b^4}$	0	$\frac{0,740\,L}{2b^3} + \frac{0,125\,L}{2b^4}$	90°, 0′
☽ *Decl. boreal.* 20°	$\frac{1,760\,L}{2b^3} + \frac{0,582\,L}{2b^4}$	$\frac{0,263\,L}{2b^3} - \frac{0,514\,L}{2b^4}$	$\frac{0,092\,L}{2b^3} + \frac{0,158\,L}{2b^4}$	129°, 5′
☽ *Decl. austr.* 20°	$\frac{0,092\,L}{2b^3} - \frac{0,158\,L}{2b^4}$	$\frac{0,263\,L}{2b^3} + \frac{0,514\,L}{2b^4}$	$\frac{1,760\,L}{2b^3} - \frac{0,582\,L}{2b^4}$	50°, 55′

§. 51. Si quis jam ex hac tabulâ elevationem Maris supra statum maximæ depressionis in mensuris cognitis defi-

nire voluerit, is loco fractionum $\frac{L}{b^3}$ & $\frac{L}{b^4}$ earum valores in pedibus Parisinis ex §. 41. substituat, habitâ ratione distantiæ Lunæ à Terrâ, prout ibidem est expositum. Consequuntur autem ex hac tabulâ multa egregia consectaria, quæ verò nondum summo cum rigore ad experientiam examinari possunt, etiamsi jam insignis convenientia deprehendatur. Aquam enim adhuc omnis inertiæ expertem ponimus, perspicuum autem est, si aquæ inertia tribuatur, tum diversa omnino Phænomena oriri oportere. Quòd si igitur hi assignati effectus jam cum observationibus planè consentirent, id potiùs theoriam everteret quàm confirmaret, cùm aquam extra statum suum naturalem simus contemplati. Interim tamen satis tutò jam status Maris sub ipsis polis poterit definiri, qui etsi ad experientiam examinari non potest, tamen ipsâ ratione confirmabitur. Ac primò quidem sub polis nulla erit Maris mutatio diurna, cùm Luna per totum diem eandem teneat ab horizonte distantiam, id quod ipsa quoque ratio dictat, quia ibi non datur meridianus, à cujus appulsu æstus Maris alibi æstimari solet. Dabitur tamen his locis mutatio menstrua, atque aqua maximè erit humilis cùm Luna in ipso æquatore versatur, quo quippe tempore perpetuò horizontem occupabit. Hinc porrò aqua sensim elevabitur prout Lunæ declinatio sive versùs boream sive versùs austrum augetur, donec tandem si declinatio fit maxima, per spatium 10 pollicum tantum elevetur; quæ mutatio cùm sit perquàm lenta, ab inertia aquæ vix turbabitur.

§. 52. Ex his verò iisdem formulis effectus à Sole oriundus non difficulter colligetur; tantum enim quantitates S & a, loco L & b substitui oportet, quo facto effectus Solis circiter quater minor reperietur quàm is qui à Lunâ oritur. Seorsim autem cùm Solis tùm Lunæ effectibus definitis, per conjunctionem simplicem effectus, quem ambo luminaria conjunctim producunt, determinabitur. Ponamus itaque primùm Solem Lunamque in conjunctione versari,

id quod fit tempore novilunii ; tum igitur neglectâ Lunæ latitudine, Sol & Luna in eodem eclipticæ loco versabuntur, atque simul ad meridianum æquè ac ad horizontem appellent. Quocirca manentibus superioribus denominationibus, erit quoque Solis declinationis sinus $= Q$, cosinus $= q$, ac pro angulo MPL cujus cosinus est $= t$, erit sinus altitudinis Solis pariter uti Lunæ $= tpq + PQ$. Ex quo dum ambo luminaria per meridianum versùs austrum transeunt, aquæ elevatio, quæ tum erit maxima, altitudinem naturalem superabit intervallo $= \left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right)\left(3(pq+PQ)^2-1\right) + \frac{L(pq+PQ)}{2b^4}\left(5(pq+PQ)^2-3\right)$, neglecto altero termino à vi Solis oriundo, cùm sensus omnino effugiat. At dum ambo luminaria infra horizontem ad meridianum pertingunt, erit elevatio aquæ $= \left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right)\left(3(PQ-pq)^2-1\right) + \frac{L(PQ-pq)}{2b^4}\left(5(PQ-pq)^2-3\right)$. Maxima denique aquæ depressio incidet, quando luminaria vel oriuntur vel occidunt, eaque minor erit quàm altitudo aquæ naturalis intervallo $= \frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}$. Cùm igitur $\frac{S}{2a^3}$ sit circiter subquadruplum ipsius $\frac{L}{2b^3}$, in novilunio omnes effectus Lunæ suprà recensiti quartâ sui parte augebuntur.

§. 53. In plenilunio omnia eodem se habere modo deprehenduntur, quo in novilunio, quia enim tum Sol & Luna in oppositione versantur, erit declinatio Solis æqualis & contraria declinationi Lunæ, unde quidem pro Sole fit $-Q$, quod in novilunio erat $+Q$; at cùm Sol secundùm ascensionem rectam à Lunâ distet 180°, erit hoc casu $-t$, quod antè erat $+t$, ex quo pro plenilunio habetur sinus altitudinis Solis $= -tpq - PQ$, qui pro novilunio erat $= tpq + PQ$, ex quo quadratum hujus sinûs utroque casu est idem, ideoque etiam eadem Phænomena in novilunio atque plenilunio. Deinde etiam hoc tempore

aqua maximè deprimetur, cùm luminaria ambo in horizonte versantur, tumque aqua humilior erit quàm in statu naturali intervallo $= \frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}$. Ex hoc itaque situ donec Luna ad meridianum supra Terram appellit, aqua elevabitur per intervallum $= 3(PQ+pq)^2\left(\frac{S}{2a^3}+\frac{L}{2b^3}\right)$, tantoque iterum subsidet usque ad Lunæ obitum; tum verò rursus elevabitur usque ad appulsum Lunæ ad meridianum infra horizontem, idque per spatium $3(PQ-pq)^2\left(\frac{S}{2a^3}+\frac{L}{2b^3}\right)$, neglecto termino sequente quippe ferè insensibili. Cùm igitur sint $PQ+pq$ & $PQ-pq$ sinus distantiæ Lunæ ab horizonte dum in meridiano versatur, erunt spatia per quæ aqua tempore pleniluniorum ac noviluniorum supra statum maximè depressum elevatur, in ratione duplicata sinuum distantiarum Lunæ ab horizonte, dum per meridianum transit. Nisi ergo vel Luna in ipso æquatore existat, vel Terræ locus sub æquatore sit situs, Fluxus Maris diurni ac nocturni erunt inæquales; luminaribus autem in æquatore extantibus, utraque aquæ elevatio fiet per spatium $= 3pp\left(\frac{S}{2a^3}+\frac{L}{2b^3}\right)$.

§. 54. Ut nunc in effectus, quos Sol & Luna in quadraturis siti conjunctim producunt, inquiramus; ponamus, ne calculus nimium fiat prolixus, Solem in ipso æquatore versari, quoniam tum plerumque minimus æstus observatur. Hoc itaque casu Solis declinatio erit nulla, Lunæ verò maxima, quam neglectâ latitudine assumamus 23° 29′, cujus sinus sit $=Q$, cosinus $=q$, positâ hac declinatione boreali. Jam ponamus Lunam in meridiano in M versari, quo tempore Sol erit in horizonte; unde cùm aqua supra statum naturalem elevetur à Lunâ intervallo $\frac{L(3(pq+PQ)^2-1)}{2b^3}$, à Sole verò deprimatur intervallo $\frac{S}{2a^3}$, ab utrâque vi conjunctim elevabitur per spatium $\frac{L(3(pq+PQ)^2-1)}{2b^3} - \frac{S}{2a^3}$: at dum

dum Luna ſub horizonte ad meridianum appellit, aqua elevabitur per ſpatium $\frac{L(3(PQ-pq)^2-1)}{2b^3} - \frac{S}{2a^3}$. Sumatur inter has ambas elevationes inæquales more ſolito medium, eritque elevatio aquæ media hac quadraturâ eveniens $= \frac{L(3p^2q^2+3P^2Q^2-1)}{2b^3} - \frac{S}{2a^3}$. Refluxus verò continget, cùm Luna horizontem attinget, quo tempore Sol in meridiano proximè verſabitur, ex quo depreſſio totalis aquæ in Refluxu infra ſtatum naturalem proximè erit $= \frac{L}{2b^3} - \frac{S(3pp-1)}{2a^3}$: quare à Fluxu uſque ad ſubſequentem Refluxum aqua ſubſidet per intervallum $= \frac{3L(p^2q^2+P^2Q^2)}{2b^3} - \frac{3Spp}{2a^3}$.

§. 55. Quamvis motus Maris hoc modo aſſignatus ab inertiâ aquæ multum immutetur, tamen quia eandem ferè mutationem tam majoribus æſtibus quàm minoribus infert, ſatis tutò aſſumere poſſe videmur ſpatia, per quæ aqua circa æquinoctia cùm tempore plenilunii ſive novilunii, tùm etiam tempore quadraturarum actu aſcendit, expreſſionibus inventis eſſe proportionalia. Quamobrem ſi in dato Terræ loco ex pluribus obſervationibus determinetur ſpatium medium, per quod Mare à Refluxu ad Fluxum aſcendit, tempore æquinoctiorum, tam in pleniluniis noviluniiſve quàm in quadraturis, eorum ratio ad eam quæ ex formulis conſequitur, proximè accedere debebit. Atque hinc ex definitâ hac ratione per obſervationes ratio poterit inveniri inter vires Solis & Lunæ abſolutas S & L, quæ eſt ipſa via quâ Newtonus eſt uſus ad vim Lunæ abſolutam definiendam, cùm vis Solis ſit cognita: quod negotium, cùm à Newtono non ſatis accuratè ſit pertractatum, nos id ex iſtis principiis expediemus. Exprimat igitur $m : n$ rationem intervallorum eorum, per quæ Oceanus in dato Terræ loco, cum in ſyzygiis luminarium quàm quadraturis tempore æquinoctiorum, aſcendendo deſcendendoque oſcillatur; eritque $m : n = 3pp\left(\frac{S}{2a^3} + \frac{L}{2b^3}\right) : \frac{3L(p^2q^2+P^2Q^2)}{2b^3}$

$-\frac{3Spp}{2a^3}$; ex qua elicitur ista proportio $m\left(q^2+\frac{P^2Q^2}{p^2}\right)-n$: $m+n=\frac{S}{a^3}:\frac{L}{b^3}$; ex qua cùm data sit vis à Sole orta $\frac{S}{a^3}$, deducetur vis à Lunâ oriunda $\frac{L}{b^3}$ saltem proximè. Instituamus calculum pro observationibus in Portu Gratiæ (*Havre de Graces*) factis, ex quibus diligenter inter se collatis pro ratione $m:n$ prodit ista 17 : 11. Cùm igitur hujus loci elevatio poli sit circiter 50°, erit $P=$ sin. 50°, & $Q=$ sin. 23°, 29′; hincque $qq+\frac{P^2Q^2}{pp}=1,0668$: ex quo prodibit $\frac{S}{a^3}:\frac{L}{b^3}=7,1356:28$; ita ut vis Lunæ $\frac{L}{b^3}$ sit ferè quadrupla vis Solis $\frac{S}{a^3}$, uti jam Newtonus ex aliis observationibus concluſit: atque hanc ob rem ipsius determinationem vis Lunæ absolutæ L retinuimus.

§. 56. Si hæc, quæ de combinatione virium Lunam Solemque respicientibus sunt allata, attentiùs considerentur, mox patebit maximos æstus menstruos in novilunia ac plenilunia incidere debere; his enim temporibus tam elevatio aquæ quàm depressio à Luna oriunda à vi Solis maximè adjuvatur, cùm eodem tempore, quo Luna aquam maximè vel elevat vel deprimit, simul quoque Solis vis aquam maximè vel elevet vel deprimat. In quadraturis autem hæ duæ vires ferè perpetuò dissentiunt, ac dum Luna aquam maximè vel elevat vel deprimit, eodem tempore Sol contrarium exerit effectum, aquamque maximè vel deprimit vel elevat, ex quo minimum discrimen inter quemque Fluxum ac subsequentem Refluxum observabitur, æstusque erunt minimi. Quamobrem circa alias Lunæ phases æstus Maris medium teneat inter maximum minimumque necesse est, quia tum vires Solis ac Lunæ nec omnino conspirant, nec sibi invicem adversantur. Per totum autem annum quibus noviluniis pleniluniisque maximus eveniat æstus, quibusque quadraturis minimus æstus respondeat, absolutè sine respectu ad situm loci habito definiri nequit.

Sub æquatore quidem ubi Luna, cùm eſt in æquatore, maximâ vi gaudet, dubium eſt nullum, quin æſtus maximi in æquinoctia incidat, quando ambo luminaria in æquatore ſunt poſita, quæ eadem proprietas etiam in loca ab æquatore non multum diſſita competit: at in locis ab æquatore magis remotis æſtus Maris, cùm Luna maximam habet declinationem, dantur quidem majores ex Tabula §. 50, verùm æſtus mox ſubſequentes multo ſunt minores. Quòd ſi autem inter binos æſtus à Lunâ oriundos conſequentes medium capiatur, patebit in regionibus 30°. ab æquatore remotis, quibus æſtus eſt $\frac{2,250}{2b^3} L$ ſi Lunæ declinatio ſit nulla, æſtum Maris medium, cùm Luna habet declinationem 20 graduum, fore $= \frac{2,074}{2b^3} L$, ideoque adhuc minorem quàm cùm Luna æquatorem tenet. Contrà verò ſub elevatione poli 60 graduum, eſt æſtus Maris, Lunâ verſante in æquatore, $= \frac{0,740}{2b^3} L$, æſtus autem medius, cùm Lunæ declinatio eſt 20°, eſt $= \frac{0,926}{2b^3} L$, ideoque major. Ex quo conſequitur in regionibus polis vicinioribus æſtus maximos, non in æquinoctia, ſed potius circa ſolſtitia, incidere debere, quâ quidem in re theoria noſtra per experientiam mirificè confirmatur.

CAPUT QUINTUM.

De tempore Fluxûs ac Refluxûs Maris in eadem hypotheſi.

§. 57. QUANQUAM in præcedente capite, quo in quantitatem æſtûs Maris præcipuè inquiſivimus, etiam tempora, quibus tam Fluxus quàm Refluxus eveniat, jam indicavimus; tamen hoc capite iſtud argumentum fuſiùs atque ad obſervationes accommodatè perſequemur. Obſervationes enim, quæ circa æſtum Maris inſtitui ſolent, ad tria genera commodiſſimè referuntur; ad quorum pri-

mum pertinet Maris cùm elevatio maxima tùm maxima depreſſio, atque indicatur quantum quovis æſtu aqua cùm aſcendat tùm deſcendat. Ad ſecundum obſervationum genus numerari convenit eas, quæ ad tempus reſpiciunt, quibuſque definitur, quonam temporis momento ubivis terrarum aqua cùm ſummam teneat altitudinem tùm minimam. Tertium denique genus obſervationum ad ipſum motum Maris reciprocum ſpectat, iiſque determinatur quantâ celeritate quovis temporis momento alterna Maris elevatio ac depreſſio abſolvatur, ſive momentanea mutatio, dum Mare à Fluxu ad Refluxum tranſit & viciſſim, inveſtigatur. Quibus tribus rebus cùm obſervationes convenientiſſimè inſtituantur, iiſdem theoria atque explicatio phænomenorum commodiſſimè tractabitur. Ac primæ quidem & tertiæ parti pro noſtrâ hypotheſi in præcedentibus capitibus abundè ſatisfactum videtur.

§. 58. Quoniam autem à Maris inertiâ aliiſque circumſtantiis Maris motum turbantibus omnes cogitationes adhuc abſtrahimus, manifeſtum eſt ubique terrarum, ſi ſola Lunæ vis Mare agitaret, aquam maximè elevari debere cùm Luna ab horizonte longiſſimè fuerit remota, hoc eſt iis ipſis momentis quibus Luna per meridianum dati loci tam ſupra quàm infra Terram tranſit: ſunt enim elevationes aquæ in duplicatâ ratione ſinuum diſtantiarum Lunæ ab horizonte, ex quo ſimul ſucceſſiva Maris commotio cognoſcitur. Excipiuntur autem hinc, ut jam notavimus, loca polis Terræ proxima, quibus Luna vel non oritur vel non occidit; ibi enim altero Lunæ ad meridianum appulſu aqua debet eſſe ſumma, altero ima. Verùm de his locis non admodum erimus ſolliciti; cùm tam obſervationes ſufficientes, quibus theoria probetur, deficiant, quàm ipſe Maris motus indicatus rationi ſit conſentaneus, neque confirmatione indigeat. In Terræ locis ergo à polis ſatis remotis ſeu extra circulos polares ſitis, quibus Luna intervallo 24 h. 48′ tam oritur quàm obit, elevabitur Mare eodem temporis intervallo bis, totieſque deprimetur; atque

utraque maxima Maris altitudo continget, cùm Luna ad meridianum illius loci pervenit, minima verò cùm Luna horizontem attingit. Hinc igitur temporis intervallum inter binos aquæ Fluxus seu summas elevationes interjectum constanter erit 12 h. 24′, ab anomaliis Lunæ mentem abstrahendo ; at tempus summæ depressionis, cùm respondeat appulsui Lunæ ad horizontem, inter binas elevationes æqualiter non interjacebit, sed alteri elevationi eò erit propiùs, quò major fuerit cùm loci propositi elevatio poli tum Lunæ declinatio, hoc est quò majus fuerit discrimen inter ortum obitumve Lunæ & circulum horarium sextum.

§. 59. Sed conjungamus cum Lunâ vim Solis, ut nostræ conclusiones magis ad observationes perducantur. Ac primò quidem manifestum est tempore tam novilunii quàm plenilunii aquam maximè fore elevatam, quando Luna per meridianum loci transit, quippe quo momento etiam Sol ad eundem meridianum appellit, si quidem syzygia ipso meridie vel mediâ nocte celebratur. Quamobrem si novilunium pleniluniumve in ipsum meridiem incidat, ipso quoque meridiei momento maxima habebitur aquæ elevatio ; pariterque si id eveniat mediâ nocte, eodem ipso momento aqua maximam obtinebit elevationem. Verùm si conjunctio vel oppositio luminarium meridiem vel præcedat vel sequatur, tum Fluxus non in ipsum meridiem incidet, sed vel tardiùs vel citiùs veniet, quia Luna his casibus tanquam primaria æstûs causa vel post vel ante meridiem ad meridianum pertingit. Atque hinc eo die, in quem sive plenilunium sive novilunium incidit, facilè poterit definiri acceleratio vel retardatio Fluxûs respectu meridiei. Ponamus enim novilunium seu plenilunium celebrari n horis ante meridiem, unde cùm motus Lunæ medius à Sole diurnus sit 12° circiter, ipso meridie Luna à meridiano jam distabit angulo horario $\frac{n}{2}$ grad. versùs ortum, ex quo Luna post meridiem demum per meridianum transibit, elapsis $\frac{n}{30}$ horis seu $2n$ minutis primis. Sin autem novilunium ple-

niluniumve accidat *n* horis poſt meridiem, tum Maris maxima elevatio 2 *n* minutis ante meridiem eveniet. Hæc autem momenta accuratiſſimè cognoſcentur, ſi ad ſingulos dies tranſitus Lunæ per meridianum computentur; ac præterea tam ortus quàm occaſus notetur, quippe quibus momentis maxima aquæ depreſſio reſpondet; majorem autem hujuſmodi tabula afferet utilitatem, ſi inſuper quovis die diſtantia Lunæ à Terrâ indicetur, quippe à quâ Lunæ effectus præcipuè pendet.

§. 60. Congruunt hæc jam apprimè cum obſervationibus, quibus conſtat, diebus novilunii vel plenilunii æſtum Maris accelerari ſi novilunium pleniluniumve poſt meridiem accidat, contrà verò retardari. Quamvis enim ob aquæ inertiam maxima Maris elevatio non reſpondeat appulſui Lunæ ad meridianum, ſed tardiùs eveniat, uti poſt docebitur, tamen ſimilibus caſibus æqualiter retardabitur; pro termino igitur fixo, ſi ad obſervationes reſpiciatur, non ſumi debet momentum meridiei, ſed id momentum, quo ſi Lunæ cum Sole conjunctio vel oppoſitio in ipſum meridiem incidit, ſumma aquæ elevatio obſervatur. Hoc igitur momento notato, uti ab iis qui hujuſmodi obſervationes inſtituunt fieri ſolet, ſi plenilunium noviluniumve vel ante vel poſt meridiem incidat, ſumma Maris elevatio vel tardiùs vel citiùs continget: & quidem ſi ſyzygia vera *n* horis vel ante meridiem eveniat vel poſt, tum Fluxus 2 *n* minutis vel tardiùs vel citiùs obſervari debebit. Atque hæc eſt ea ipſa regula quam Celeb. Caſſini in Mem. Academiæ Regiæ pro An. 1710, ex quamplurimis obſervationibus inter ſe comparatis derivavit; jubet ſcilicet numerum horarum, quibus conjunctio ſive oppoſitio luminarium verum meridiem vel præcedit vel ſequitur, duplicari, totidemque minuta prima ad tempus medium notatum, quo Fluxus evenire ſolet, vel addi vel ab eo ſubtrahi, quo verum Fluxus momentum obtineatur. Quoniam autem hæc correctio nititur motu Lunæ medio, perſpicuum eſt eam correctione ulteriori opus habere à vero Lunæ

motu petitâ, quæ verò plerumque erit insensibilis, cùm summa aquæ elevatio non subitò adsit, sed per tempus satis notabile duret.

§. 61. Nisi autem luminaria proxima sint vel conjunctioni vel oppositioni, maxima Maris elevatio non in ipsum Lunæ transitum per meridianum incidet. Quoniam enim Luna dum prope meridianum versatur, per aliquod tempus eandem altitudinem conservat, tantisper etiam Mare eandem elevationem retinebit; & hanc ob rem si Sol interea sensibiliter vel ab horizonte recedat, vel ad eundem accedat, vis Solis ad Mare elevandum vel crescet sensibiliter, vel decrescet; ex quo dum Luna prope meridianum existit, fieri potest, ut tamen mare etiamnum elevetur, vel adeò jam deprimatur à Sole. Ex his igitur perspicuum est summam Maris altitudinem tardiùs seu post transitum Lunæ per meridianum accidere debere, si eo tempore Sol ab horizonte recedat, id quod evenit diebus novilunium & plenilunium præcedentibus. Contrà autem si Luna post Solem per meridianum transeat, idque vel ante Solis ortum vel ante occasum; tum, quia Mare in transitu Lunæ per meridianum à vi Solis jam deprimitur, maximam habuit altitudinem ante appulsum Lunæ ad meridianum, id quod contingit diebus novilunium pleniluniumve sequentibus. Quando autem Sol ipsum horizontem occupat, dum Luna in meridiano versatur, tum etiamsi distantia Solis horizonte perquam sit mutabilis, tamen cùm elevationis vis quadrato sinûs altitudinis Solis sit proportionalis, quod omnino evanescit, etiam hoc casu maxima aquæ elevatio in ipsum Lunæ per meridianum transitum incidet, hicque casus circa quadraturas luminarium locum habet.

§. 62. Ut igitur innotescat, quantum vires cùm Solis tùm Lunæ ad Mare elevandum dato tempore vel crescant vel decrescant, dum ab horizonte aliquantillum vel recedunt, vel ad eundem accedunt, ponamus Solem Lunamve in *L* versari, atque inde ad punctum meridiani *M* progredi. Tempusculo ergo per angulum $LPl = d\phi$ repræsentato FIG. VII.

progredietur Luna vel Sol ex L in l atque ab horizonte removebitur intervallo Lh: ad quod inveniendum sit ut antè anguli MPL cosinus $= t$, & sinus $= T$, eritque ipse angulus $LPl = d\theta = \frac{+dt}{\sqrt{(1-tt)}} = \frac{dt}{T}$, ex quo orietur anguli MPl cosinus $= t + dt = t + Td\theta$. Si jam ponatur sinus elevationis poli $= P$, sinus declinationis borealis puncti $L = Q$, nam si declinatio sit australis, sinus Q sumi debet negativè, cosinus verò respondentes sint p & q, reperietur sinus altitudinis L supra horizontem $= v = tpq + PQ$: punctique l sinus altitudinis $v + dv = tpq + PQ + Tpqd\theta$. Quocirca si Luna ponatur in L, cùm ejus vis ad Mare attollendum sit $= \frac{L(3vv-1)}{2b^3}$, erit hujus vis incrementum tempusculo $d\theta$ ortum $= \frac{3Lvdv}{b^3} = \frac{3L(tpq+PQ)Tpqd\theta}{b^3}$. At si Sol ponatur in L, ejus vis ad Mare elevandum tempusculo $d\theta$ capiet incrementum $= \frac{3S(tpq+PQ)Tpqd\theta}{a^3}$. Quamvis autem pro Sole & Lunâ eidem angulo $d\theta$ non æqualia tempora respondeant, tamen quia ea proximè ad rationem æqualitatis accedunt, sunt enim ut 24 ad $24\frac{3}{4}$ seu ut 32 ad 33, sine sensibili errore pro æqualibus haberi poterunt. Interim tamen si res accuratè definiri debeat, & vis Solis incrementum angulo $d\theta$ acquisitum sit $= \frac{3S(tpq+PQ)Tpqd\theta}{a^3}$, erit vis Lunæ incrementum eodem tempusculo acceptum $= \frac{32L(tpq+PQ)Tpqd\theta}{11b^3}$. Ex his intelligitur hæc incrementa tribus casibus evanescere, quorum primus evenit sub polis, quia ibi est $p = 0$; secundus, si punctum L in meridiano sit situm, tum enim fit $T = 0$; tertius denique locum habet, si punctum L in horizonte existat, ubi est $tpq + PQ = 0$.

§. 63. Ponamus nunc Solem in L versari ac Lunam per meridianum jam transisse, hocque momento maximè aquam esse elevatam; jam enim ostendimus dum Sol ab horizonte recedit, aquam summam incidere post transitum Lunæ per meridianum.

meridianum. Hoc ergo momento neceſſe eſt, ut decrementum vis Lunæ, quod tempuſculo $d\theta$ patitur, æquale ſit incremento vis Solis eodem tempore accepto. Sit igitur anguli horarii ad polum ſumti quo Luna jam à meridiano receſſit, coſinus $= n$, ſinus $= N$, atque ſit Lunæ declinationis borealis ſinus $= R$, coſinus $= r$, ex quibus orietur decrementum vis Lunæ tempuſculo $d\theta$ ortum $= \frac{3L(npr+PR)Nprd\theta}{b^2}$, quod cùm æquale eſſe debeat incremento vis Solis eodem tempuſculo nato $= \frac{3S(tpq+PQ)Tpqd\theta}{a^3}$, denotante Q ſinum declinationis borealis Solis, & q ejus coſinum, habebitur hæc æquatio $\frac{L(npr+PR)Nr}{b^3} = \frac{S(tpq+PQ)Tq}{a^3}$, neglectâ fractione $\frac{3}{3}\frac{2}{3}$, per quam incrementum vis Lunæ multiplicari deberet. Quoniam autem Luna à meridiano non procul diſtabit, poni poterit $n=1$, atque cùm ſit proximè $\frac{L}{b^3} = \frac{4S}{a^3}$, obtinebitur iſte valor $N = \frac{Tq(tpq+PQ)}{4r(tr+PR)}$; qui in tempus converſus dabit temporis ſpatium, quo aqua poſt tranſitum Lunæ per meridianum maximam altitudinem attingit. Sub æquatore ergo erit $N = \frac{Ttqq}{4rr}$, ob $P=0$ & $p=1$; quare ſi declinationes Luminarium vel negligantur vel æquales aſſumantur, ita ut ſit $qq=rr$, fiet $N = \frac{Tt}{4}$, cujus expreſſionis valor extat maximus ſi angulus MPL ſit 45°, quo caſu erit $N = \frac{1}{8}$, & angulus reſpondens $= 7°,11'$, qui indicat aquam ſummam 30 minutis poſt tranſitum Lunæ per meridianum contingere debere: totidemque minutis aqua ante tranſitum Lunæ per meridianum maximè erit elevata, ſi Sol tum versùs occaſum verſetur angulo $MPL =$ ſemirecto. Quamobrem ſi Luna ad meridianum appellat horâ nonâ ſive matutinâ ſive pomeridianâ, Fluxus demum poſt ſemihoram eveniet; at ſi horâ tertiâ appellat Luna ad meridianum, aqua ſumma 30′ antè obſervabitur: in aliis verò Terræ regionibus iſta aberratio magis eſt irregularis; interim tamen ſatis prope ex formulâ datâ per ſolam æſtimationem poteſt definiri.

§. 64. Quòd ſi autem hanc rem curatiùs inveſtigare velimus, amborum Luminarium declinationes non pro arbitrio fingere licet, pendent enim à ſe mutuò maximè ob angulum horarium *MPL* inter ea interjectum datum: ut igitur pro datâ Lunæ phaſi aberrationem maximæ aquæ elevationis à tranſitu Lunæ per meridianum determinemus, FIG. VIII. repræſentet nobis circulus *ZBNC* verticalem primarium, *BC* horizontem, *ZN* meridianum per dati loci Zenith *Z* & Nadir *N* ductum, atque æquator ſit *BAC*, polus auſtralis *p*, & ecliptica ♈♎♑. Conſtitutus nunc ſit Sol in *S* & Luna in *L*, quæ modò per meridianum tranſierit, quo tempore ponimus aquam maximè eſſe elevatam. Ponamus porrò longitudinis Solis ab æquinoctio verno computatæ ſinum eſſe $=F$, coſinum $=f$; Lunæ verò longitudinis ſinum eſſe $=G$, coſinum $=g$; ſitque inclinationis eclipticæ *B*♎ ſinus $=M$, coſinus $=m$. Ex his definientur declinationes cùm Solis tùm Lunæ, quarum ſinus antè erant poſiti Q & R; erit ſcilicet $Q=FM$, $R=GM$; hincque $q=\sqrt{(1-F^2M^2)}$ & $r=\sqrt{(1-G^2M^2)}$. Deinde angulus *SpL* æqualis eſt angulo cujus tangens eſt $\frac{mF}{f}$ demto angulo cujus tangens eſt $\frac{mG}{g}$; hujus verò ejuſdem anguli ob angulos *SpZ* & *LpZ* datos, quorum ſinus ſunt poſiti T & N, tangens quoque eſt $\frac{nT+Nt}{nt-NT}$, quæ tangens propter ſinum N valde parvum proximè eſt $=\frac{T}{t}+\frac{N}{tt}$. Ponatur autem K pro ſinu anguli qui exceſſus eſt anguli habentis tangentem $=\frac{mF}{f}$ ſuper angulum cujus tangens eſt $\frac{mG}{g}$, & k pro coſinu, reperietur $T=K-Nk$ & $t=k+NK$ ſcripto 1 pro n: quibus valoribus ſubſtitutis prodibit $N=\frac{Kq(kpq+PQ)}{4r(pr+PR)+(2k^2-1)pq^2+kPQq}$, ex æquatione $N=\frac{Tq(tpq+PQ)}{4r(pr+PR)}$, paragr. præced.

§. 65. Ponamus nunc Lunam in quadraturis verſari ac primò quidem in primo poſt novilunium quadrante, ita ut

arcus LS futurus sit $90°$, erit $G=f$, & $g=-F$, unde $Q=MF$ & $R=Mf$, ex quibus prodibit $K=$ sin. (Atāg. $\frac{mF}{f}$ — Atāg. $\frac{-mf}{F}$) atque k ejusdem anguli cosinui æquabitur. Quare his tempestatibus aqua maximè erit elevata post transitum Lunæ per Meridianum, intervallo temporis quod in arcum æquatoris conversum dabit angulum cujus sinus erit $N=\frac{Kq(kpq+PQ)}{4\cdot(p^2+PR)+(2k^2-1)pq^2+\kappa PQq}$. Pro posteriore verò quadraturâ post novilunium, erit $G=-f$ & $g=F$, unde erit $Q=MF$ & $R=-Mf$, ex quibus fit ut antè $K=$ sin. (Atāg. $\frac{mF}{f}$ — Atāg. $\frac{-mf}{F}$) & $k=$ cosinui respondenti. Ne autem hìc signa + & — calculum confundant, notari convenit K esse sinum arcûs, qui restat, si ascensio recta Lunæ subtrahatur ab ascensione rectâ Solis; atque k esse ejusdem arcûs cosinum. Ponamus exempli causâ Solem in initio Arietis versari, erit longitudo Solis $=0°$, seu $360°$, & longitudo Lunæ $=$ vel $90°$ vel $270°$, unde fiet $F=0$, $f=1$, $G=\mp 1$, & $g=0$, atque $Q=0$. Præterea ascensio recta Solis est $360°$, & ascensio recta Lunæ vel $90°$ vel $270°$; utroque casu ergo fit $k=0$, unde etiam prodit $N=0$; quod idem evenit, si Sol versetur in initio Libræ. In utroque igitur æquinoctio, dum Luna in quadraturis versatur, aqua maximè erit elevata eo ipso momento, quo Luna ad meridianum appellit.

§. 66. Sit porrò Sol in solstitio æstivo, Luna verò in ultimo quadrante, erit longitudo Solis $90°$, Lunæ verò $=0°$, unde fit $F=1$, $f=0$; $G=0$, $g=1$, indeque $Q=M$ & $R=0$; itemque $q=m$ & $r=1$. Solis verò ascensio recta habebitur $90°$, Lunæ verò $=0°$, ex quo $K=1$ & $k=0$. Hinc ergo fit $N=\frac{mMP}{(4-m^2)p}$. Pro primâ autem quadraturâ est longitudo Lunæ $180°$, unde $G=0$, $g=-1$, at ut antè $F=1$, $f=0$; ergo $Q=M$, $R=0$, itemque $q=m$ & $r=1$. Cùm igitur Lunæ ascensio recta sit 180, erit $K=$ sin. $-90°=-1$, & $k=0$, ex quibus fit $N=\frac{-mMP}{(4-m^2)p}$.

Quoniam autem est $4 > m^2$, dum Sol in solstitio æstivo versatur maxima aquæ elevatio in ultimâ quadraturâ continget post Lunæ transitum per meridianum supra Terram, priore verò quadraturâ ante hunc transitum, hæcque æquatio eò erit major, quò major fuerit elevatio poli; sub æquatore enim omnino evanescit. Sit poli elevatio 45°, fietque his regionibus $N = \pm \frac{Mm}{4-m^2}$; quare cùm sit M sinus 23°, 29′, prodibit $N =$ sinui anguli 6°, 33′, qui in tempus conversus dat 26′. In primâ igitur quadraturâ totidem minutis ante transitum Lunæ per meridianum aqua maximè erit elevata, in ultimâ verò quadraturâ tot minutis post transitum. Contrarium evenit si vel Luna sub Terra ad meridianum appellat, vel Sol in solstitio hyemali versetur. Ex his igitur formulis, si tabulæ adhibeantur, non erit difficile pro quovis loco Terræ ad quodvis tempus definire, quantum maxima aquæ elevatio transitum Lunæ per meridianum vel præcedere vel sequi debeat; cujusmodi supputationes maximam etiam afferent utilitatem, quando etiam inertiæ aquæ ratio habebitur.

§. 67. Quoniam igitur satis est expositum, quo momento Mare maximè sit elevatum, maximam quoque Maris depressionem definire aggrediamur. Ac primò quidem manifestum est, si sola Luna Mare agitaret, tum minimam aquæ altitudinem observatum iri, eo ipso momento, quo Luna in horizonte versetur: atque hinc perspicuum est, idem usuvenire debere, si Sol eodem momento quoque in horizonte existat, id quod accidit cùm noviluniis tùm pleniluniis. Præterea verò etiam ima aqua respondebit situi Lunæ in horizonte, si eo tempore Sol meridianum occupet, quia tum vis Solis per notabile temporis intervallum neque augetur nec diminuitur, etiamsi tum aqua non tantum deprimatur, quàm circa novilunia ac plenilunia. Ponamus igitur, quò reliquos casus evolvamus, dum Luna horizontem occupat, Solem ab horizonte removeri; hoc ergo casu aqua jam elevabitur, ex quo necesse est imam aquam

ante adventum Lunæ ad horizontem extitisse, contrà verò si dum Luna in horizonte versatur, Sol ad horizontem appropinquet, aqua tardiùs scilicet post appulsum Lunæ ad horizontem continget. Ponamus itaque Lunam ante ortum sub horizonte Hh in ☽ adhuc versari, Solemque in ☉ esse positum, unde ad meridianum PZH progrediatur, hocque ipso momento aquam maximè esse depressam. Necesse igitur est, ut decrementum momentaneum vis Lunæ ad Mare movendum æquale sit incremento momentaneo vis Solis. Ad hanc æqualitatem declarandam sit anguli ☽ PO ad polum sumti, distantiam Lunæ à suo ortu O indicantis, sinus $=V$ & cosinus $=v$, qui ob angulum ☽ PO valde parvum tutò sinui toti 1 æqualis concipi potest. Invento ergo angulo hoc ☽ PO seu arcu æquatoris illi respondente, eoque in tempus converso, constabit quanto temporis intervallo ima aqua appulsum Lunæ ad horizontem præcedat: idem verò calculus tam ad Lunæ occasum quàm ad accessionem Solis ad horizontem facilè accommodabitur. FIG. IX.

§. 68. Positis nunc $A\Upsilon a$ æquatore ac $\approx\Upsilon\Omega$ ecliptica, sit elevationis poli Ph sinus $=P$, cosinus $=p$; sinus declinationis Lunæ borealis ☽ $L=R$, cosinus $=r$; ex quibus fiet anguli APO cosinus $=\frac{-PR}{pr}$, quia Lunæ, cùm in horizontem O pervenit, altitudo evanescit. Cùm igitur anguli APO sinus sit $=\frac{V(p^2r^2-P^2R^2)}{pr}=\frac{V(1-P^2-R^2)}{pr}=\frac{V(pp-RR)}{pr}$, erit anguli AP ☽ sinus $=\frac{vV(pp-RR)-VPR}{pr}$, & cosinus $=\frac{-vPR-VV(pp-RR)}{pr}$, unde emergit decrementum momentaneum vis Lunæ $=\frac{3LVV(pp-RR)\,(V(pp-RR)-VPR)\,d\theta}{b^3}$ $=\frac{3LV(pp-RR)\,d\theta}{b^3}$, ob $v=1$ & V valde exiguum. Sit porrò Solis declinationis borealis ☉ S sinus $=Q$ & cosinus $=q$, atque anguli AP ☉ sinus $=T$, cosinus $=t$, erit vis Solis incrementum momentaneum $=\frac{3S(tpq+PQ)Tpqd\theta}{a^3}$.

quod illi vis Lunæ decremento æquale est ponendum, siquidem Maris altitudo hoc tempore est minima. Quare cùm sit ferè $\frac{L}{l^3} = \frac{4S}{a^3}$, ista habebitur æquatio $4V(pp - RR) = Tpq(tpq + PQ)$, quæ præbet $V = \frac{Tpq(tpq+PQ)}{4(pp-RR)}$: cùm igitur hoc pacto innotescat angulus OPQ, is in tempus conversus dabit temporis spatium, quo summa Maris depressio ante ortum Lunæ contingit. At si punctum O designet Lunæ occasum, idem angulus præbebit tempus post Lunæ occasum, quo Mare maximè deprimetur. Intelligitur ex formulâ inventâ quibus casibus ima aqua in ipsum appulsum Lunæ ad horizontem incidat; hoc scilicet primò evenit, si $T = 0$, hoc est si Sol in meridiano versetur, deinde si $tpq + PQ = 0$, id est si Sol quoque horizontem occupet; quos binos casus jam notavimus.

§. 69. Sit locus noster Terræ sub æquatore situs, seu elevatio poli nulla, erit $P = 0$, & $p = 1$, unde efficitur $V = \frac{Tqq}{4(1-RR)} = \frac{Tqq}{4rr}$; in qua formula cùm q & r denotent cosinus declinationum Solis ac Lunæ, non multum inter se discrepabunt; ponamus enim alteram declinationem esse maximam, alteram verò minimam seu $= 0$, erit tamen cosinuum ratio minor quàm $1 : \sqrt{\frac{3}{4}}$, ex quo fractio $\frac{qq}{rr}$ semper intra hos limites $\frac{4}{3}$ & $\frac{3}{4}$ continebitur. Quòd si ergo hanc ab æqualitate aberrationem negligamus, id quod tutò facere possumus, quia rem tantum prope definire conamur, habebitur $V = \frac{Tt}{4} = \frac{2Tt}{8}$. Denotat autem $2Tt$ sinum dupli anguli horarii quo Sol à meridiano distat, & hanc ob rem ad momentum maximæ depressionis aquæ assignandum, videndum est quâ diei horâ Luna ad horizontem appellat, hujusque temporis vel à meridie vel mediâ nocte intervallum capiatur, atque in arcum æquatoris convertatur. Hujus deinde arcûs vel anguli sumatur duplum, hujusque dupli sinus, cujus pars octava præbebit sinum anguli, qui in tempus conversus dabit temporis intervallum, quo ima aqua

Lunæ appulſum ad horizontem vel præcedit vel ſequitur; id quod ex notatis circumſtantiis diſcernere licet. Sic ſi Luna horâ 9 matutinâ adoriatur, erit tempus uſque ad meridiem 3 horarum, anguluſque reſpondens 45°, cujus dupli ſinus eſt ipſe ſinus totus, cujus pars octava ſit ſinus anguli 7°, 11′, cui tempus reſpondet ferè 30 minutorum, tantum itaque ima aqua ortum Lunæ præcedet.

§. 70. Ut hæc ad datum Lunæ cum Sole aſpectum accommodari queant, ponamus longitudinis Solis ☉ ſinum eſſe $=F$, coſinum $=f$; longitudinis verò Lunæ ☽ ſinum eſſe $=G$, coſinum $=g$; atque inclinationis eclipticæ ☊ ☉ a ſinum $=M$, coſinum $=m$. His poſitis erit $Q=MF$, & $R=MG$; atque aſcenſionis rectæ Solis ☉ S tangens reperietur $=\frac{mF}{f}$, Lunæ verò aſcenſionis rectæ ☉ L tangens $=\frac{mG}{g}$. Subtrahatur aſcenſio recta Solis ab aſcenſione rectâ Lunæ, & differentiæ ſinus ſit $=K$, coſinus $=k$. Cùm igitur anguli ☽ P ☽ ſit ſinus $=K$ & coſinus $=k$, anguli verò APD ſinus $=\frac{v\sqrt{(pp-RR)}-vPR}{pr}$ ob $v=1$, & coſinus $=\frac{-PR-V\sqrt{(pp-RR)}}{pr}$, erit anguli APO ſinus $=T=\frac{(k+KV)\sqrt{(pp-RR)}-kPRV+KPR}{pr}$ & coſinus $t=\frac{(K-kV)\sqrt{(pp-RR)}-KPRV-kPR}{pr}$; quibus valoribus ſubſtitutis, ſimulque ſinu V tanquam valde parvo conſiderato, reperietur ſinus $V=\frac{(KPR+k\sqrt{(pp-RR)})\,q\,(Kq\sqrt{(pp-RR)}-kPRq+PQr)}{4rr(pp-RR)}$.

Sub æquatore autem, quo fit $P=0$, $V=\frac{Kkqq}{4rr}$: ex quo pro æquatore regula ſuperior à diſtantiâ Solis à meridiano petita ſimul ad differentiam aſcenſionalem Solis & Lunæ poteſt accommodari, ita ut maneat invariata. Sed ad præſens inſtitutum, quo tantum veritatem cauſæ Fluxûs ac Refluxûs Maris exhibitæ declarare annitimur, non opus eſt hæc pluribus perſequi, quippe quæ potiſſimum ad accuratiſſimas æſtûs marini tabulas ſupputandas pertinent, quæ res in pro-

positâ quæstione Illustrissimæ Academiæ non contineri videtur.

CAPUT SEXTUM.

De vero æstu Maris, quatenus à Terris non turbatur.

§. 71. QUÆ hactenus ex viribus Solis ac Lunæ circa æstum Maris fusiùs deduximus, eâ hypothesi nituntur assumtâ, quâ aquam inertiæ expertem posuimus: quamobrem non est mirandum si plerique effectus assignati cum Phænomenis minùs congruant, atque adeo pugnare videantur; quòd si enim inter se prorsus convenirent, theoria non solùm non eo consensu confirmaretur, sed potiùs omnino subverteretur, cùm quilibet facilè agnoscat ob aquæ inertiam determinationibus exhibitis ingentem mutationem inferri debere. Quæ autem ex deductis conclusionibus maximè ab experientia dissentiunt, potissimum quantitatem elevationis aquæ ac temporis momentum, quo tam summa Maris elevatio quàm ima depressio contingere solet, respiciunt. Nusquam enim ubi quidem Mare est liberum atque apertum, tam exiguum discrimen inter Fluxum ac Refluxum in aquæ altitudine observatur, quale in præcedentibus definivimus, quatuor scilicet pedum tantum; quæ elevatio insuper tamen maxima est deprehensa, ac tum solùm oriunda, quando tam regio prope æquatorem est sita, quàm vires luminarium inter se maximè conspirant. Experientiâ namque constat, plerisque in locis, si æstus contingat maximus, aquam non solùm ad altitudinem duplo majorem, sed etiam quadruplam, imò nonnullis in locis adeo decuplam attolli; quanquam hæc enormis elevatio non soli inertiæ aquæ, sed maximam partem vicino continenti ac littorum situi est tribuenda, uti in sequenti capite clarissimè monstrabitur. Deinde etiam quod ad tempus attinet, nusquam illis ipsis momentis, quæ assignavimus,

mus, Fluxus ac Refluxus unquam contingunt, nec etiam tempestatibus hìc definitis Fluxus maximi vel minimi, sed ubique tardiùs evenire constanter observantur; cujus quidem retardationis causa in ipsâ aquæ inertiâ posita esse primâ etiam fronte perspicitur.

§. 72. Quantumvis autem agitatio Maris in præcedentibus capitibus determinata ab observationibus dissentiat, tamen complures circumstantiæ sese jam præbuerunt experientiæ tantopere consentaneæ, ut ampliùs dubitare omnino nequeamus, quin in viribus Solem Lunamque respicientibus, quas non temerè assumsimus, sed aliunde existere demonstravimus, vera & genuina æstûs Maris causa contineatur. Hanc ob rem jam meritò suspicari licet, dissensiones quæ inter theoriam nostram, quatenus eam assumtæ hypothesi superstruximus, & experientiam intercedunt, ab aquæ inertiâ aliisque circumstantiis, quarum nullam adhuc rationem habuimus, proficisci. Quocirca si omnia inertiæ ratione habitâ ad observationes propiùs accedant, id quidem nostræ theoriæ maximum afferet firmamentum, atque simul omnes alias causas, quæ præter has vel sunt prolatæ vel proferri possunt, excludet, irritasque reddet. Cùm igitur consensum hujus theoriæ cum Phænomenis, mox simus evidentissimè ostensuri, quæstioni ab Inclytâ Academiâ propositæ ex asse satisfeciisse jure nobis videbimur: cùm non solum nullas vires imaginarias effinxerimus, sed etiam virium Lunam Solemque respicientium existentiam aliunde dilucidè evicerimus. Neque verò in hoc negotio cum plerisque Anglorum ad qualitates occultas sumus delapsi, verùm potius causam istarum virium modo rationali & legibus motûs consentaneo in vorticibus constituimus, quorum formam atque indolem luculenter explicare possemus; idque feciissemus, nisi ab aliis cùm jam satis esset expositum, tùm etiam ab Illustrissimâ Academiâ in præsente quæstione non requiri videatur.

§. 73. Dum igitur hactenus aquæ omnem inertiam cogitatione ademimus, ipsi ejusmodi qualitatem affinximus,

qua viribus ſollicitantibus ſubitò obſequeretur, ſeque in inſtanti in eum ſtatum reciperet, in quo cum viribus in æquilibrio conſiſteret; hocque pacto aquam non ſolùm ſubitò omnis motûs capacem poſuimus, ſed etiam ita comparatam, ut quovis momento omnem priſtinum motum amittat. Longè aliter autem res ſe habet, ſi inertiæ ratio in computum ducatur; hæc enim efficit ut primò aqua non ſubitò ſe ad eum ſitum componat, quem vires intendunt, ſed pedetentim per omnes gradus medios ad eum accedat; deinde verò eadem inertia in cauſa eſt, quòd aqua, cùm in ſtatum æquilibrii pervenerit, ibi non acquieſcat, ſed ob motum inſitum ultrà progrediatur, quoad omnem motum à potentiis renitentibus amittat. Ex quo perſpicuum eſt, admiſsâ inertiâ aquæ, à potentiis ſollicitantibus motum omnino diverſum actu imprimi debere ab eo, quem reciperet, ſi inertiâ privata eſſet; cujus diſcriminis ratio exemplo corporis penduli commodè ob oculos poni poteſt. Ponamus
FIG. X. enim corpus pendulum *OC* ob gravitatem ſitum tenens verticalem, à vi quapiam in latus ſecundùm directionem *CM* ſollicitari. Si nunc hoc pendulum inertiâ careret, ſeu ejuſmodi eſſet indolis, cujus aquam hactenus ſumus contemplati, tum ſubitò ſitum *OM* acciperet, in quo hæc vis cum gravitate æquilibrium teneret. At cùm pendulum inertiâ præditum conſideratur, poſt aliquod demum tempus elapſum ad ſitum *OM* perveniet: ac deinde quia motu accelerato eò pertingit, ibi non quieſcet, ſed ultrà excurret, putà in *N* uſque, ita ut ſpatium *CN* ferè ſit duplo majus ſpatio *CM*, prouti calculus clarè indicat. Propter inertiam igitur pendulum primùm tardiùs vi ſollicitanti obtemperat, atque à ſitu æquilibrii recedit; deinde verò etiam magis recedit, majoremque excurſionem conficit, quàm ſi inertiâ careret; quæ ſunt eæ ipſæ duæ res, in quibus theoria antè expoſita ab experientiâ maximè diſſentire deprehenſa eſt.

§. 74. Si nunc iſtud penduli exemplum ad noſtrum caſum æſtûs Maris transferamus, primò ingens ſimilitudo in

ſitu penduli verticali ac ſtatu Maris naturali, quem obtinet remotis potentiis externis, obſervatur. Nam quemadmodum pendulum, ſi in quamcunque plagam de ſitu verticali declinetur, propriâ vi gravitatis ſe in eundem recipit, ita etiam aqua, ſi ex ſitu ſuo æquilibrii depellatur, vi gravitatis ſe ad eundem componit, ac præterea pariter ac pendulum oſcillationes peragit, cujuſmodi oſcillationum caſus in aqua obſervati paſſim inveniuntur expoſiti. Deinde etiam ſimili modo, quo pendulum, Mare quò magis ex ſitu ſuo naturali fuerit deturbatum, eò majorem habebit vim ſeſe in ſitum æquilibrii reſtituendi. Quòd ſi igitur Mare à viribus externis, Solis ſcilicet ac Lunæ, mox elevetur mox deprimatur, neceſſe eſt ut inde motus oſcillatorius ſeu reciprocus oriatur æſtui Maris omnino ſimilis, qui autem per leges motûs difficulter definiri queat accuratè quidem; nam verò proximè, hoc non adeo erit difficile. Duæ autem ſunt res, quæ abſolutam ac perfectam totius motûs determinationem ſummopere reddunt difficilem, quarum altera phyſicam ſpectat, atque in ipsâ fluidorum naturâ conſiſtit, quorum motus difficulter ad calculum revocatur, præcipuè ſi quæſtio ſit de ampliſſimo Oceano, qui aliis in locis elevetur, aliis verò deprimatur. Altera autem difficultas in ipsâ analyſi eſt poſita, eò quòd iſte motus Maris reciprocus prorſus ſit diverſus ab omnibus oſcillationibus à Mathematicis adhuc conſideratis: vires enim Lunæ ac Solis Mare ſollicitantes neque à ſitu corporis oſcillantis, neque ab ejus celeritate pendent, uti id uſuvenit in omnibus oſcillationum caſibus etiam nunc expoſitis, ſed eæ vires à ſitu luminarium reſpectu Terræ, ideoque à tempore determinantur, cujuſmodi oſcillationes nemo adhuc, quantum quidem conſtat, calculo ſubjecit.

§. 75. Quod quidem ad priorem difficultatem phyſicam attinet, res hoc quidem tempore ferè deſperata videtur; quamquam enim ab aliquo tempore theoria motûs aquarum ingentia ſit aſſecuta incrementa, tamen ea potiſſimum motum aquarum in vaſis & tubis fluentium reſpiciunt, neque vix ullum commodum inde ad motum Oceani definiendum deri-

vari potest. Quamobrem in hoc negotio aliud quicquam præstare non licet, nisi ut hypothesibus effingendis, quæ à veritate quàm minimè abludant, tota quæstio ad considerationes purè geometricas & analyticas revocetur: alteram autem difficultatem mathematicam, etiamsi difficillimis integrationibus sit involuta, tamen feliciter superare confidimus. Con-
FIG. XI. sidero scilicet superficiem aquæ RS, quæ hoc in situ æquilibrium teneat cum reliqua aqua, remotis viribus externis; his verò accedentibus alternis vicibus attollatur in A, deprimaturque in B. Quòd si igitur aqua in M usque sit depressa, atque externæ vires Solis ac Lunæ subitò cessarent, tum vi gravitatis propriæ conaretur sese elevare usque in situm RS naturalem, isteque conatus eò erit major, quò majus fuerit spatium CM quo à situ naturali distat. A veritate itaque non multum recedemus, si hanc vim ipsi spatio MC ponamus proportionalem: quamobrem posito spatio $MC = s$, erit vis, quæ aquæ superficiem in M usque depressam attollet $= \frac{s}{g}$, quæ hypothesis ad veritatem eò propiùs accedit, quòd sponte indicat, si aquæ superficies supra C jam sit elevata, tum vim fieri negativam, adeoque aquam deprimere. Præterea verò eadem hypothesis confirmatur pluribus phænomenis aquæ nisum respicientibus, ita ut de ejus veritate ampliùs nullum dubium superfit.

§. 76. Ponamus jam aquam in M constitutam urgeri à solâ Lunâ, atque ut calculus per se molestus minus habeat difficultatis, sit locus C sub ipso æquatore situs, Lunæque declinatio nulla, ex quo Luna in circulo maximo per loci zenith transeunte æquatore scilicet circumferetur: sit $EGFH$ iste circulus, cujus radius ponatur $= 1$, atque EF repræsentet horizontem, & G zenith. Positis his, sit Luna in T dum Maris superficies versatur in M, ita ut $PT = y$ exprimat sinum altitudinis Lunæ super horizonte; unde vis Lunæ Mare attollens erit $= \frac{L(3yy-1)}{2b^3} = \frac{3yy-1}{h}$, posito brevitatis gratiâ h pro $\frac{2b^3}{L}$. Hanc ob rem ergo superficies

Maris in M duplici vi attolletur scilicet vi, $= \frac{s}{g} + \frac{3yy-1}{h}$. Quòd si ergo ponamus aquam in M jam habere motum sursum directum, cujus celeritas tanta sit quanta acquiritur lapsu gravis ex altitudine v, atque spatium $Mm = -ds$ tempusculo infinitè parvo absolvatur, habebitur per principia motûs $dv = -ds\left(\frac{s}{g} + \frac{3yy-1}{h}\right)$. Ponamus porrò tempus ab ortu lunæ in E jam elapsum, quod arcui ET est proportionale, esse $= z$, quæ littera ipsum arcum ET simul denotet, erit $y = \text{sin.}\, z$ scilicet sinui arcûs z, hoc enim modo sinus ac cosinus arcuum sumus indicaturi: unde orietur $1 - 2yy = \text{cos.}\, 2z$, atque $3yy - 1 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\,\text{cos.}\, 2z$, hincque $dv = -ds\left(\frac{s}{g} + \frac{1}{2h} - \frac{3}{2h}\,\text{cos.}\, 2z.\right)$.

§. 77. Cùm igitur elementum temporis sit $= dz$, erit ex naturâ motûs $dz = -\frac{ds}{\sqrt{v}}$, atque $v = \frac{ds^2}{dz^2}$; unde sumto elemento dz pro constante, fiet $dv = \frac{2\,ds\,ddz}{dz^2} = -ds\left(\frac{s}{g} + \frac{1}{2h} - \frac{3}{2h}\,\text{cos.}\, 2z\right)$, atque $2\,ddz + \frac{s\,dz^2}{g} + \frac{dz^2(1-3\,\text{cos.}\,2z)}{2h} = 0$, quæ æquatio duas tantum continet variabiles s & z, & propterea si debito modo integretur, indicabit situm seu statum aquæ ad quodvis tempus. Quoniam autem hæc æquatio est differentialis secundi gradûs, atque insuper arcus & sinus arcuum continet, facilè intelligitur ejus integrationem minus esse obviam; interim tamen cùm alterius variabilis s plus una dimensione nusquam adsit, ea per methodos mihi familiares tractari poterit. Soleo autem, quoties ejusmodi occurrunt, initio eos terminos in quibus altera variabilis s omnino non inest, rejicere; unde hæc considerandа venit æquatio $2\,ddz + \frac{s\,dz^2}{g} = 0$, quæ per ds multiplicata fit integrabilis, existente integrali $ds^2 + \frac{ss\,dz^2}{2g} = cdz^2$ ob dz constans. Hinc porrò elicitur $dz = \frac{ds\sqrt{2g}}{\sqrt{(2cg - ss)}}$, atque $\frac{z}{\sqrt{2g}} =$ arcui cujus sinus est $\frac{s}{\sqrt{2cg}}$, ex quo obtinetur

$s = \sqrt{2cg}$. sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}}$. Cognito autem hoc valore, idonea nascitur substitutio facienda pro æquatione propositâ $2ddz + \frac{sdz^2}{g} + \frac{dz^2(1-3\ cos.\ 2z)}{2h} = 0$; fiat enim $s = u$ sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}}$, erit $ds = du$ sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{udz}{\sqrt{2g}}$ cos. $\frac{z}{\sqrt{2g}}$, atque $dds = ddu$ sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{2dudz}{\sqrt{2g}}$ cos. $\frac{z}{\sqrt{2g}} - \frac{udz^2}{2g}$ sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}}$. Quibus valoribus substitutis emerget ista æquatio $2ddu$ sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{4dudz}{\sqrt{2g}}$ cos. $\frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{dz^2(1-3\ cos.\ 2z)}{2h} = 0$, in qua hoc commodè accidit, ut ipsa variabilis u non insit, sed tantum ejus differentialia.

§. 78. Quòd si ergo ponatur $du = pdz$, erit $ddu = dpdz$, & æquatio nostra transibit in sequentem differentialem primi gradûs tantum, $2dp$ sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{4pdz}{\sqrt{2g}}$ cos. $\frac{z}{\sqrt{2g}} + \frac{dz(1-3\ cos.\ 2z)}{2h} = 0$: quæ integrabilis reddi invenitur, si multiplicetur per quantitatem quampiam ex z & constantibus compositam, eò quòd p plures una dimensiones habet nusquam. Ad integrationem autem absolvendam notandum est hujus æquationis $dp + pZdz = \Sigma dz$, in qua Z & Σ functiones quascunque ipsius z denotent, integrale esse $e^{\int Zdz} p = \int e^{\int Zdz} \Sigma dz$. Reductâ autem nostrâ æquatione ad hanc formam, habetur $dp + \frac{2pdz\ cos.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\sqrt{2g}.\ sin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}} = \frac{dz(3\ cos.\ 2z-1)}{4h\ sin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}$, ideoque $Zdz = \frac{2dz\ cos.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\sqrt{2g}.sin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}} = \frac{2\ diff.\ sin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}{sin.\ \frac{z}{\sqrt{2g}}}$; atque hinc $\int Zdz = 2$ log. sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}}$; & $e^{\int Zdz} = \left(\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2$. Ex his sequitur integrale nostræ æquationis $p\left(\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2 = \frac{1}{4h}\int dz$ sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}}(3$ cos. $2z - 1) = \frac{3}{4h}\int dz$ sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}}$ cos. $2z - \frac{1}{4h}$

$\int dz$ sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}}$, ad quas integrationes perficiendas notetur esse $\int dz$ sin. $\alpha z = C - \frac{1}{\alpha}$ cos. αz, atque $\int dz$ sin. αz. cos. $\beta z = C - \frac{\beta \text{ sin. } \alpha z . \text{ sin. } \beta z - \alpha \text{ cos. } \alpha z . \text{ cos. } \beta z}{\alpha^2 - \beta^2}$: ex his itaque conficietur $p\left(\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2 = C + \frac{\sqrt{2g}}{4h} \text{cos. } \frac{z}{\sqrt{2g}} \frac{\left(2 \text{ sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}} . \text{ sin. } 2z + \frac{1}{\sqrt{2g}} \text{ cos. } \frac{z}{\sqrt{2g}} . \text{ cos. } 2z\right)^3}{\left(\frac{1}{2g} - 4\right) 4h}$ at-

que $p = \frac{C}{\left(\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2} + \frac{\sqrt{2g} . \text{ cos. } \frac{z}{\sqrt{2g}}}{4h \left(\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2}$

$\frac{\left(4g \text{ sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}} \text{ sin. } 2z + \sqrt{2g} . \text{ cos. } \frac{z}{\sqrt{2g}} \text{ cos. } 2z\right)^3}{4h(1-8g) \left(\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2}$.

§. 79. Cùm autem posuissemus $du = p\,dz$, erit $u = \int p\,dz = \int \frac{C\,dz}{\left(\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2} + \int \frac{dz \sqrt{2g} . \text{ cos. } \frac{z}{\sqrt{2g}}}{4h \left(\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2} \frac{3}{4h} \int dz$

$\frac{\left(4g \text{ sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}} \text{ sin. } 2z + \sqrt{2g} . \text{ cos. } \frac{z}{\sqrt{2g}} \text{ cos. } 2z\right)}{(1-8g) \left(\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}\right)^2}$. Hæ autem formu-

læ omnes sunt absolutè integrabiles, prodibitque $u = D - \frac{C\sqrt{2g} . \text{ cos. } \frac{z}{\sqrt{2g}}}{\text{sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}} - \frac{g}{2h \text{ sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}} + \frac{3g \text{ cos. } 2z}{2h(1-8g) \text{ sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}}}$; ex quo tandem resultat $s = u \text{ sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}} = D \text{ sin. } \frac{z}{\sqrt{2g}} + C \text{ cos. } \frac{z}{\sqrt{2g}} - \frac{g}{2h} + \frac{3g \text{ cos. } 2z}{2h(1-8g)}$, quæ est æquatio generalis ad quodvis tempus z statum aquæ, seu distantiam ejus supremæ superficiei à C indicans, ubi constantes C & D ex dato Maris statu ad datum tempus definiri oportet. Quòd si igitur ponamus motum aquæ jam ad uniformitatem esse deductum, ita ut aqua omnibus diebus, quando

Luna in T versatur, in eodem loco M versetur, necesse erit ut valor ipsius s maneat idem, etsi arcus z integrâ peripheriâ 2π vel ejus multiplo augeatur. At posito $z+2\pi$ loco z, terminus cos. $2z$ manet quidem invariatus, at D sin. $\frac{z}{\sqrt{2g}} + C$ cos. $\frac{z}{\sqrt{2g}}$ fit $= D$ sin. $\frac{z+2\pi}{\sqrt{2g}} + C$ cos. $\frac{+2\pi}{\sqrt{2g}}$, quæ æqualitas adesse non potest nisi vel $\frac{1}{\sqrt{2g}}$ sit numerus integer, vel C & $D=0$. Cùm itaque g determinari non liceat, quia jam est datum, ponendum erit $C=0$ & $D=0$, ita ut ista habeatur æquatio $s = \frac{-g}{2h} + \frac{3g\ cos.\ 2z}{2h(1-8g)}$, ex qua facillimè ad quodvis tempus status Maris cognoscetur: valores scilicet affirmativi ipsius s dabunt situm aquæ infra situm naturalem C, negativi verò supra C.

§. 80. Cognito autem spatio s per tempus z, celeritas quoque Maris quâ in M ascendit reperietur ex æquatione $dz = \frac{-ds}{\sqrt{v}}$, erit enim $\sqrt{v} = \frac{-ds}{dz} = \frac{3g\ sin.\ 2z}{h(1-8g)}$, quæ expressio ipsi celeritati, quâ aquæ superficies, dum in M versatur, elevatur, est proportionalis: hæc ergo celeritas aquæ semper est ut sinus dupli arcûs ET, vel etiam ut sinus dupli temporis, quo Luna à transitu per meridianum abest, tempore scilicet in arcum æquatoris conversò. Hinc igitur celeritas aquæ erit nulla si Luna fuerit vel in E vel in G, vel in F vel in H, hoc est, vel in horizonte vel in meridiano: quare cùm his temporibus aqua vel maximè sit elevata vel maximè depressa, unâ Lunæ revolutione aqua bis elevabitur, bisque deprimetur, ideoque bini Fluxus binique Refluxus contingent. Aqua quidem maximè erit depressa iis ipsis momentis, quibus Luna ad horizontem appellit, tum enim fit cos. $2z=1$; atque spatium CB erit $= s = \frac{g(1+4g)}{2(1-8g)}$; at maxima elevatio incidet in ipsos Lunæ transitus per meridianum, quibus est cos. $2z=-1$: ac tum altitudo CA erit $= -s = \frac{g(2-4g)}{h(1-8h)}$. Quanquam autem hæc momenta cum experientiâ non satis conveniunt, tamen

tamen ea hypotheſi aſſumtæ planè congruunt, qua poſuimus Lunam ſolam agere, ac perpetuò in ipſo æquatore verſari, ex quo æſtus ſe tandem ad ſummam regularitatem componat neceſſe eſt. Quòd ſi enim Lunæ declinatio ponatur variabilis, atque Sol inſuper agat, æſtus jam formati perpetuò turbabuntur, ex quo ob æquabilitatem continuò ſublatam effectus tardiores neceſſario conſequi debebunt. Præterea quoque nullam adhuc motûs Maris horizontalis habuimus rationem, cùm enim aqua ad æſtum formandum motu horizontali progredi debeat, perſpicuum eſt hinc retardationem in æſtu oriri oportere.

§. 81. Si aqua, uti in præcedentibus capitibus poſuimus, inertiâ careret, tum foret ex æquatione primâ $dv = -ds\left(\frac{s}{g} + \frac{3yy-1}{h}\right)$ perpetuò $s = \frac{g(1-3yy)}{h}$, quia aqua tum quovis momento cum viribus ſollicitantibus in æquilibrio conſiſteret. Maxima igitur depreſſio etiam tum Lunæ horizontali reſponderet, cùm eſt $y = 0$, foretque ſpatium depreſſionis $CM = \frac{g}{h}$; maxima verò elevatio, quæ circa Lunæ appulſum ad meridianum continget, fiet per ſpatium $CN = \frac{2g}{h}$ ob $y = 1$. Quare ſi aqua inertiâ careret, foret ſpatium MN, per quod aqua motu reciproco agitaretur, $= \frac{3g}{h}$; inertiâ autem admiſsâ agitationes perficientur in ſpatio majore $AB = \frac{3g}{h(1-8g)}$, cujus exceſſus ſuper ſpatium MN erit $= \frac{24gg}{h(1-8g)}$. Quantitas itaque æſtûs pendet à valore litteræ g, qui quidem ſemper eſt affirmativus; nam ſi foret $g = 0$, quod evenit ſi gravitatis vis eſſet infinitè magna reſpectu virium Lunæ & Solis, tum etiam nullus æſtus oriretur; deinde quò magis $8g$ ad 1 accedit, eò major prodibit æſtus, qui adeo in infinitum excreſcere poſſet ſi foret $8g = 1$, hoc quippe caſu vis Lunæ gravitatem ſuperaret, omneſque aquas ad Lunam attraheret; quod autem fieri non poteſt, multo minus autem eſſe po-

teſt $8g > 1$, quod tamen ſi eveniret, maxima elevatio appulſui Lunæ ad horizontem, maximaque depreſſio Lunæ meridianum occupanti reſponderet.

§. 82. Cùm igitur aqua, ſi inertiâ careret, agitetur per ſpatium $MN = \frac{3g}{h}$, ſuprà autem §. 41. eâdem hac hypotheſi, qua tam locus quàm Luna in æquatore ponitur, aquam elevari ſupra libellam per ſpatium 2, 260 pedum, infra eam verò deprimi ſpatio 1, 112 pedum, erit $\frac{3g}{h} =$ 3,372 pedum, ideoque $\frac{g}{h} = 1,124$ pedum $= 1\frac{1}{8}$ pedum. Quoniam verò valor ipſius g cum unitate comparatur, ideo venit, quòd tempus per ipſum arcum circuli cujus radius eſt $= 1$ expreſſimus: hinc itaque valor ipſius g reſpectu unitatis definietur tempore eodem modo expreſſo, quo aqua in M uſque depreſſa ſolâ vi gravitatis ſe in C reſtitueret, quod tempus ex circumſtantiis facilè poterit æſtimari: prodibit autem per calculum tempus hujus reſtitutionis $= \frac{\pi}{2}\sqrt{2g}$, denotante π ſemiperipheriam circuli radium $= 1$ habentis, ſeu tempus duodecim horarum Lunarium. Quòd ſi igitur reſtitutio ponatur actu fieri tempore $\frac{12}{n}$ horarum, erit $\frac{\pi}{n} = \frac{\pi\sqrt{2g}}{2}$, & $g = \frac{2}{nn}$, ex quo perſpicuum eſt, quò citiùs aqua ſe propriâ ſuâ vi reſtituere valeat, eò minùs exceſſurum eſſe ſpatium AB ſpatium MN. Cùm autem de hac reſtitutione non ſatis tutò judicare queamus, præſtabit ex obſervationibus rationem ſpatii AB ad MN proximè aſſumere. Si enim ponamus eſſe $AB = 2MN$, erit $\frac{3}{1-8g} = 6$, erit $g = \frac{2}{16}$; ſin autem ſit $AB = 3MN$, fiet $\frac{3}{1-8g} = 9$ & $g = \frac{2}{12}$: at poſito $AB = 4MN$, erit $g = \frac{2}{32}$. Quoniam igitur aqua ob inertiam ferè duplo majus ſpatium abſolvere poni poteſt, aſſumamus $g = \frac{2}{36}$ ſeu $n = 6$, ita ut aqua propriâ vi gravitatis tempore circiter 2 horarum in ſtatum naturalem ſe reſtituere valeat. Poſito autem $g = \frac{1}{18}$,

fiet $\frac{3}{1-8g} = 5,4$; ſpatiumque $AB = 6$ ped. proximè. Ne autem tractatio nimis fiat ſpecialis, retineamus litteram n, cujus valorem eſſe circiter 6 vel 5 notaſſe ſufficiet, qui valor ſatis propè ad æſtimationem accedit : ita ut ſit $g = \frac{2}{nn}$ & $AB = \frac{3nn}{nn-16} \cdot \frac{9}{8}$ pedum : unde ſatis patet n neceſſariò eſſe debere > 4, eritque adeo vel 5 vel 6.

§. 83. Tentemus nunc idem hoc problema in ſenſu latiori, ac ponamus regionis C elevationis poli ſinum eſſe $= P$, coſinum $= p$; Lunæ verò declinationis borealis ſinum eſſe $= Q$, coſinum $= q$; Lunamque ſuper Terra jam per meridianum tranſiiſſe, ab eoque diſtare angulo horario $= z$, ita ut z ut antè tam tempus quàm arcum circuli radii $= 1$ deſignet; quòd ſi nunc arcûs z coſinus ponatur $= t$, erit ſinus altitudinis Lunæ ſuper horizonte $= tpq + PQ$; ideoque vis Lunæ Mare elevans $= \frac{L}{2b^3}\left(3(tpq+PQ)^2 - 1\right) = \frac{3p^2q^2tt + 6pqPQt + 3P^2Q^2 - 1}{h}$, poſito ut antè $\frac{L}{2b^3} = \frac{1}{h}$. Quoniam verò eſt $t =$ coſ. z erit $2tt - 1 =$ coſ. $2z$ & $tt = \frac{1 + \text{coſ. } 2z}{2}$, ex quo vis Lunæ ad Mare elevandum habebitur $= \frac{3p^2q^2 \text{ coſ. } 2z}{2h} + \frac{6pqPQ \text{ coſ. } z}{h} + \frac{3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2}{2h}$. Ponamus nunc ſuperficiem aquæ in M verſari, exiſtente $CM = s$, & celeritatem ejus quâ actu aſcendit debitam eſſe altitudini v, erit $dv = -ds\left(\frac{s}{g} + \text{vi Lunæ}\right)$, cùm verò ſit $dz = \frac{-ds}{\sqrt{v}}$ ſeu $\sqrt{v} = \frac{-ds}{dz} =$ ipſi celeritati aſcenſûs; erit $v = \frac{ds^2}{dz^2}$ atque $dv = \frac{2dsddz}{dz}$, poſito dz conſtante : hinc igitur emerget iſta æquatio $2ddz + dz^2\left(\frac{s}{g} + \frac{3p^2q^2 + 6P^2Q^2 - 2}{2h} + \frac{6pqPQ \text{ coſ. } 2z}{h} + \frac{3p^2q^2 \text{ coſ. } 2z}{2h}\right)$ relationem inter tempus z & ſtatum Maris s continens.

§. 84. Quòd ſi nunc hæc æquatio eodem modo tractetur, quo ſuperior, ea pariter bis integrari poſſe deprehendetur, integra-

tionibus autem singulis debito modo absolutis, & constantibus ita determinatis ut motus aquæ fiat uniformis, reperietur $s = \frac{-g(3p^2q^2+6P^2Q^2-2)}{2h} - \frac{6gpqPQ\,cos.\,z}{h(1-2g)} - \frac{3gp^2q^2\,cos.\,2z}{2h(1-8g)}$ ac celeritas ascensûs $\sqrt{v} = \frac{-ds}{dz} = \frac{-6gpqPQ\,sin.\,z}{h(1-2g)} - \frac{3gp^2q^2\,sin.\,2z}{h(1-8g)}$. Cùm autem sit sin. $2z = 2$ sin. z cos. z, celeritas duobus casibus evanescit, quorum primus est si sin. $z = 0$, alter si cos. $z = \frac{-PQ(1-8g)}{pq(1-2g)}$; illi casus dabunt aquam summam, hi verò imam. Hinc igitur patet aquam summam contingere debere iis ipsis momentis, quibus Luna per meridianum transit, imam verò non tum, cùm Luna horizontem attingit; namque Luna horizontem attingit, si est cos. $z = \frac{-PQ}{pq}$, aqua verò est ima si est cos. $z = \frac{-PQ(1-8g)}{pq(1-2g)} = \frac{-5PQ}{8pq}$ posito $g = \frac{1}{18}$. Hìc autem idem est notandum quod suprà, scilicet nos posuisse motum aquæ esse uniformem seu quotidie sui similem, Lunamque in ecliptica locum tenere fixum, seu saltem suam declinationem non variare. Quoniam verò ob variabilitatem declinationis Lunæ, itemque ob actionem Solis, iste motus perpetuò turbatur, atque insuper motûs Maris horizontalis nulla adhuc habita est ratio, facilè intelligitur, tàm Fluxus quàm Refluxus tardiùs venire debere, quàm quidem ex his formulis sequitur.

§. 85. Bini ergo unâ Lunæ revolutione contingent Fluxus, alter si Luna super horizonte ad meridianum appellit, alter si sub Terra; priori casu est cos. $z = 1$, & cos. $2z = 1$, hoc itaque tempore Mare supra libellam C elevabitur per spatium $\frac{g(3p^2q^2+6P^2Q^2-2)}{2h} + \frac{3gp^2q^2}{2h(1-8g)} + \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)}$. Dum autem Luna sub horizonte meridianum attingit, tum aqua elevabitur per spatium $= \frac{g(3p^2q^2+6P^2Q^2-2)}{2h} + \frac{3p^2q^2}{2h(1-8g)} - \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)}$, propter

cos. $z = -1$ at cos. $2z = 1$ hoc casu: harum igitur altitudinum differentia est $= \frac{12gpqPQ}{hc(1-2g)}$: atque Mare in transitu Lunæ per meridianum supra horizontem altiùs elevatur, si declinatio Lunæ sit borealis; contrà verò si declinatio fuerit australis, major Maris elevatio respondebit appulsui Lunæ ad meridianum infra horizontem. Lunâ verò in ipso æquatore versante, ambo Fluxus inter se erunt æquales. Ratione autem elevationis poli, horum binorum Fluxuum successivorum inæqualitas erit maxima sub elevatione poli 45°, pro his enim regionibus fit pP maximum; atque in aliis regionibus eò minor erit inæqualitas, quò magis fuerint à latitudine 45° remotæ. Mare autem maximè deprimetur, si fuerit cos. $z = \frac{-PQ(1-8g)}{pq(1-2g)}$; quo valore substituto, reperietur aqua infra libellam C subsidere per spatium $= \frac{3gp^2q^2}{2h(1-8g)} - \frac{g(3p^2q^2+6P^2Q^2-2)}{2h} + \frac{3gP^2Q^2(1-8g)}{h(1-2g)^2}$; omnino igitur aqua in æstu movebitur per spatium $= \frac{3gp^2q^2}{h(1-8g)} + \frac{6gpqPQ}{h(1-2g)} + \frac{3gP^2Q^2(1-8g)}{h(1-2g)^2}$, quorum signorum ambiguorum superius + valet si Luna super horizonte, alterum verò — si Luna sub horizonte in Fluxu meridianum attingit.

§. 86. Si aqua inertiâ careret, tum superiore Lunæ transitu per meridianum elevaretur supra libellam C per spatium $= \frac{3(pq+PQ)^2-1}{h}g$, inferiori verò transitu per meridianum elevaretur ad altitudinem $\frac{3(pq-PQ)^2-1}{h}g$, quarum altitudinum discrimen est $= \frac{12gpqPQ}{h}$; ita ut discrimen admissâ inertiâ majus sit parte circiter octava, quàm idem discrimen si inertia tollatur. Maximè autem deprimetur aqua sublatâ inertiâ, si fuerit cos. $z = \frac{-PQ}{pq}$, tumque infra libellam erit constituta intervallo $= \frac{g}{h}$; ex quo spatium, per quod æstus Maris fit sublatâ inertiâ, prodit =

$\frac{3p^2q^2+3P^2Q^2\pm 6pqPQ}{h}g$; cùm igitur idem ſpatium conceſsâ inertiâ, ſit $=\frac{3gp^2q^2}{h(1-3g)}\pm\frac{6gpqPQ}{h(1-2g)}+\frac{3gP^2Q^2(1-8g)}{h(1-2g)^2}$, erit exceſſus hujus ſpatii ſuper illud $=\frac{24g^2p^2q^2}{h(1-8g)}-$ $-\frac{12g^2P^2Q^2(1+g)}{h(1-2g)^2}\pm\frac{12g^2pqPQ}{h(1-2g)}$. Fieri ergo poteſt ut ſpatium, in quo æſtus Maris continetur, majus ſit ſublatâ inertiâ, quàm ſi ea aquæ tribuatur, id quod eveniet ſi $\frac{P^2Q^2(1+g)}{(1-2g)^2}$ $>\frac{2p^2q^2}{1-8g}$ vel $\frac{PQ}{pq}>\frac{(1-2g)\sqrt{2}}{\sqrt{(1+g)}(1-8g)}$, hoc eſt, $\frac{PQ}{pq}>\sqrt{\frac{256}{975}}$, poſito $g=\frac{1}{18}$; quod verò ſi evenit, Luna ne quidem ad horizontem in curſu diurno attingit, ac propterea aquam non deprimit. Ex quo ſequitur æſtum ubique ab inertiâ aquæ augeri: erit autem ad uſum magis accommodatè ſpatium AB, per quod Mare agitatur, ita expreſſum ut ſit $AB=\frac{3g}{h(1-8g)}\left(pq\pm\frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)^2$, ubi ſignorum ambiguorum ſuperius tranſitum Lunæ per meridianum ſuper horizonte, inferius verò ſub horizonte reſpicit.

§. 87. Cùm ſit $\frac{3g}{h}=3,372$ pedum, Lunâ mediocrem à Terrâ diſtantiam tenente, atque g ſit circiter $\frac{2}{25}$ vel $\frac{1}{18}$; erit poſito $g=\frac{2}{25}$ ſpatium $AB=\frac{25}{9}(pq\pm\frac{3}{7}PQ)^2$, 3, 372 ped. at facto $g=\frac{1}{18}$ erit ſpatium $AB=\frac{9}{5}(pq\pm\frac{5}{8}PQ)^2$. 3, 372 ped. Ex his colligitur æſtum fore maximum pro eadem elevatione poli, ſi fuerit tangens declinationis Lunæ $=\frac{3}{7}\frac{P}{p}$ caſu $g=\frac{2}{25}$, vel $=\frac{5}{8}\frac{P}{p}$ caſu $g=\frac{1}{18}$: horum autem caſuum prior veritati magis videtur conſentaneus, atque hanc ob rem valorem $g=\frac{2}{25}$ retineamus: hinc igitur ſequitur ſub æquatore æſtum fore maximum ſi Luna nullam habeat declinationem, atque ſimul pro quaque regione declinatio Lunæ poterit aſſignari, cui maximus æſtus reſpondeat: uti ex adjecto laterculo apparet:

Elevatio Poli.	Declinatio ☽	Elevatio Poli.	Declinatio ☽	Elevatio Poli.	Declinatio ☽
0°.	0°, 0′	30°.	13°, 54′	60°.	——
5°.	2°, 8′	35°.	16°, 42′	65°.	——
10°.	4°, 19′	40°.	19°, 46′	70°.	——
15°.	6°, 33′	45°.	23°, 11′	75°.	——
20°.	8°, 52′	50°.	27°, 3′	80°.	——
25°.	11°, 18′	55°.	maxima.	85°.	——

In locis ergo ultra 45°. ab æquatore remotis æstus erit maximus, si Luna maximam obtineat declinationem, si quidem fuerit $g = \frac{2}{25}$: ac si per observationes constet cuinam Lunæ declinationi maximus æstus respondeat, tum inde valor litteræ g innotescet: quoniam autem sub elevatione poli 50°. æstus maximi nondum maximæ declinationi respondere observantur, ponamus id evenire sub elevatione poli 60°, reperietur $\frac{1-8g}{1-2g} = \frac{1}{4}$ atque $g = \frac{1}{10}$, unde ipsius g tutò hi limites constitui posse videntur $\frac{1}{10}$ & $\frac{1}{18}$; ex hac verò hypothesi valor $\frac{1}{10}$ multo propiùs ad veritatem accedit; interim tamen etiamnum nil definimus, sed observationes hunc in finem sollicitè institutas expectamus.

§. 88. Quòd si autem ponamus $g = \frac{1}{10}$, tum bini æstus successivi, dum Luna in maximâ declinatione versatur, eò magis ad æqualitatem perducentur, quò ipso theoria ad experientiam propiùs accedit; cùm enim sit horum binorum æstuum major ad minorem uti $\left(pq + \frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)^2$ ad $\left(pq - \frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)$, hæc ratio eò propiùs ad æqualitatem accedet, quò minor fuerit fractio $\frac{1-8g}{1-2g}$, fit autem hæc fractio $= \frac{1}{4}$ si ponatur $g = \frac{1}{10}$. Hac itaque hypothesi erit quantitas æstûs majoris $= (pq + \frac{1}{4}PQ)^2$. 16, 86 ped. minoris verò $= (pq - \frac{1}{4}PQ)^2$. 16, 86 ped. At inter hos binos æstus aqua humillima non medium interjacet, sed minori est vicinior, neque tamen tantâ inæqualitate binos

Fluxus dirimit, quàm fieret, si ima aqua Lunæ horizontali responderet. Si enim tempus medium inter binos Fluxus ponatur z, erit cos. $z = 0$, at temporis, quo Refluxus Fluxum majorem insequitur, cosinus est $= \frac{-PQ}{4pq}$, ejusque ergo intervalli à tempore medio sinus est $= \frac{PQ}{4pq}$, quæ expressio adeo sub elevatione poli 60°, pro maxima Lunæ declinatione 28°, tantum fit = sin. 13°, unde Refluxus à tempore inter Fluxus medio circiter 54′ aberrabit: minor verò erit aberratio, quò propiùs cùm regio Terræ tùm Luna ad æquatorem versentur, id quod cum experientiâ mirificè convenit. Quoniam autem hæc ex valore ipsius g assumto consequuntur, imprimis notari oportet, litteram g non posse absolutè determinari, sed ejus quantitatem, quippe quæ mobilitatem totius oceani spectat, cùm ab extensione tùm etiam profunditate Maris pendere; ex quo variis in locis hæc eadem littera g, varias significationes sortietur.

§. 89. Ex solutione horum duorum problematum, quæ quidem in se spectata non solum sunt attentione digna, sed etiam cùm analysin tùm etiam motûs scientiam amplificant, quamvis ea casum propositum non penitus exhauriant, tamen motus in præcedentibus capitibus definitus multò magis cum experientiâ conciliatur, id quod theoriæ nostræ jam insigne addit firmamentum. Simili autem modo vis à Sole profecta cum inertiâ aquæ potest conjungi, atque æstus Maris definiri, quatenus à solâ vi Solis oritur, quibus duobus effectibus conjungendis judicare licebit, quantus æstus quovis tempore & quovis loco debeat evenire. In hoc quidem capite cogitationes adhuc ab omnibus obstaculis à Terrâ & littoribus oriundis prorsus abstrahimus, atque universam Terram undiquaque aquâ circumfusam ponimus; ex quo regulas hinc natas præcipuè cum ejusmodi observationibus, quæ in amplissimo oceano apud exiguas insulas sunt institutæ, conferri conveniet. Quoniam autem nondum motûs aquæ progressivi, quo

alternativè

alternativè ad loca, in quibus Fluxus & Refluxus accidit, progreditur & recedit, rationem habuimus, neceſſe eſt ut etiam hunc motum & Phænomena inde orta contemplemur. Ac primò quidem facilè intelligitur, cùm ob inertiam aquæ tùm etiam alia impedimenta motui oppoſita, aquam tam tardiùs elevari quàm deprimi oportere, quàm ex allatis hactenus conſequitur : unde Fluxus non ad tranſitus Lunæ per meridianum contingent, ſed aliquanto ſeriùs evenient, omnino uti experientia teſtatur.

§. 90. Hæc autem retardatio præcisè ad calculum revocari non poteſt, quia à motu aquæ ejuſque profunditate plurimum pendeat, prouti etiam videmus in diverſis locis eam vehementer eſſe diverſam, atque aliis locis Fluxum contingere poſt Lunæ culminationem tribus horis nondum elapſis, aliis verò locis plus quàm duodecim horis tardiùs venire, quæ quidem inſignis retardatio terrarum poſitioni eſt adſcribenda ; interim tamen hinc ſufficienter conſtat motum Maris admodum poſſe impediri. Pro eodem verò loco ſatis luculenter perſpicitur, quò major atque altiòr Fluxus evenire debeat, eò tardiùs eundem accidere oportere. Quòd ſi enim æſtus contingat infinitè parvus, dubium eſt nullum, quin is ſtato tempore adveniat, cùm impedimentis hoc caſu ne locus quidem concedatur agendi : unde dilucidè ſequitur æſtus eò tardiùs advenire debere, quò ſint majores. Atque hoc ipſum experientia confirmat, quâ conſtat æſtus majores, qui circa novilunia ac plenilunia contingunt, tardiùs inſequi tranſitum Lunæ per meridianum, quàm æſtus minores, qui circa quadraturas contingunt. Cùm enim Luna in quadraturis circiter 6 horis tardiùs reſpectu Solis per meridianum tranſeat, quàm in ſyzygiis, æſtus tamen non 6 horis tardiùs, ſed tantum circiter $5\frac{1}{4}$ horis tardiùs accidit. Videtur verò etiam calculus, qui pro utraque vi Solis ac Lunæ conjunctim inſtitui poteſt ſimili modo, quo pro ſolâ vi Lunæ fecimus, ejuſmodi retardationem majorem in ſyzygiis quàm in quadraturis indicare, etiamſi eum ob ſummas difficultates ad finem per-

ducere non valuerimus ; interim tamen satis planum est præcipuam ejus causam in ipsâ naturâ aquæ esse quærendam. Hæc autem allata ratio retardationis à Flamstedio maximè probatur, quippe qui observavit maximam retardationem non tam syzygiis luminarium, neque minimam quadraturis respondere, sed iis tempestatibus, quibus æstus soleant esse maximi & minimi, id quod demum post syzygias & quadraturas contingit.

§. 91. Ad hanc autem Fluxuum à syzygiis ad quadraturas accelerationem, respectu transitûs Lunæ per meridianum, ac retardationem à quadraturis ad syzygias, plurimùm quoque vis Solis conferre videtur. Suprà enim jam indicavimus post syzygias Fluxum transitum Lunæ per meridianum antecedere debere, ob Solem tum jam versùs horizontem declinantem ; unde etiam, stabilitâ inertiâ, diebus novilunia ac plenilunia sequentibus æstus Maris citiùs insequi debet transitum Lunæ per meridianum, quàm in ipsis syzygiis, id quod etiam observationes mirificè confirmant; inter Fluxum enim quintum & sextum post syzygias retardatio respectu Solis tantum 17 minut. deprehenditur, cùm tamen Luna 24′ retardetur. Hanc ob rem à Sole determinatur æstus ad actionem virium magis exactè sequendam, quæ determinatio cùm duret usque ad quadraturas, mirum non est, quòd æstus tùm respectu Lunæ citiùs contingant, magisque ad calculum accedant. Contrarium evenit in progressu à quadraturis ad syzygias, quo tempore æstus à Sole continuò retardantur ; hocque necessariò efficitur, ut tandem in ipsis syzygiis Fluxus tardiùs insequatur Lunæ culminationem quàm in quadraturis. Hanc autem rationem cum magnitudine æstûs conjungendam esse putamus ad hæc phænomena perfectè explicanda, sæpissimè enim in hac quæstione plures causæ ad eundem effectum producendum concurrunt ; hoc autem est idipsum quod calculus ille summopere implicatus & molestus quasi per transennam ostendere visus est.

§. 92. Quò autem tam de his Phænomenis quàm reliquis

certiùs & ſolidiùs judicare queamus, ipſum motum progreſſivum, quem aqua ab æſtu recipit, inveſtigabimus. Cùm enim aqua eodem loco nunc elevetur nunc ſubſidat, neceſſe eſt ut priori caſu aqua aliunde affluat, poſteriori verò ab eodem loco defluat, unde nomina Fluxûs ac Refluxûs originem traxerunt. Repræſentet igitur tempore quocunque figura *ADBE* ſtatum aquæ totam Terram ambientis, ita ut in locis *A* & *B* aqua maximè ſit elevata, in locis verò mediis ab *A* & *B* æquidiſtantibus, maximè depreſſa. Poſt aliquod tempus transferatur æſtus ſummus ex *A* & *B* in *a* & *b*, ſitque *aDbE* figura aquæ Terram circumdantis: hoc igitur tempore neceſſe eſt, ut à parte oceani *DF* defluxerit aquæ copia *FAMDmf*, in partem verò *FE* tantundem aquæ affluxerit, portio ſcilicet *FaNEne*: ſimili modo portio *EG* decrevit copiâ aquæ *EPBGgp*, portioque *GD* augmentum accepit *GbQDqd*. Si nunc ponamus portionem *PMm* tranſire in locum *FNn*, ac portionem *EPp* in *ENn* deferri, ſatis clarè motum aquæ progreſſivum intelligere licebit. Cùm enim motus aquæ ſummæ *A* fiat ab ortu in occaſum, aqua quæ circa *A* verſùs orientem ſcilicet ab *M* ad *N* uſque eſt ſita, in occaſum movebitur; ſimiliterque ea quæ huic è diametro eſt oppoſita & ſpatium *PQ* occupat. Contrà verò reliqua aqua in *MQ* & *NP* contenta in ortum promovebitur. Verùm celeritas ubique non erit eadem; in punctis enim *M*, *N*, *P* & *Q* quippe limitibus inter motus verſùs ortum & obitum, celeritas erit nulla, deinde ab *M* uſque ad *F* creſcet ubique ita ut incrementa celeritatis in punctis mediis ut *A* ſint differentiis *Af* proportionalia: ab *F* verò uſque ad *N* celeritas decreſcere debet, & decrementum celeritatis in *e* erit ut *ae*; ſimilique modo comparatus erit motus in reliquis portionibus figuræ propoſitæ. FIG. XII.

§. 93. Si hæc diligentiùs proſequamur ac punctum *a* ipſi *A* proximum ponamus, reperiemus in loco quocunque *M* fore intervallum *Mm* ſinui dupli anguli *MCA* proportionale. Quare ſi anguli *ACM* ſinus ponatur $= x$, coſinus

$= y$, ac celeritas quam aqua in M habet, versùs occasum $= u$, erit du ut $2xy$. Cùm autem elementum arcûs AM sit ut $\frac{dx}{y}$; nam figuram instar circuli considerari licet: erit du ut $2xdx$, atque u proportionale erit ipsi $2xx - 1$ ejusmodi adjecta constante, ut ubi Mm est maximum, ibi celeritas evanescat. Hanc ob rem erit celeritas in loco quocunque M, quam aqua versùs occidentem habebit, uti cosinus dupli anguli MCA. Maxima igitur aquæ celeritas versùs occidentem erit in iis locis, in quibus aqua maximè est elevata; huicque celeritati æqualis est ea, quâ aqua in locis ubi maximè est depressa, versùs orientem promovetur; si quidem hæc in circulo fieri concipiamus, nam in sphæra motus aliquantum diversus erit, sed tamen hinc intelligi poterit. At in locis quæ ab A & B 45 grad. distant, ob cosinum dupli anguli $= 0$, aqua omnino nullum habebit motum horizontalem. Ex his igitur non solum motus aquæ progressivus cognoscitur, quo alterna elevatio ac depressio producitur, sed etiam luculenter perturbationes, quæ à Terris, littoribus atque etiam à fundo Maris proficisci possunt, perspiciuntur. Ceterum quanquam sectio nostra plana $ADBE$ æquatorem solum denotare videtur, tamen eadem ad parallelum quemvis significandum satis commodè adhiberi potest: quin etiam motus pro sphæra hinc satis distinctè colligi poterit, operæ enim pretium non judicamus, per solidorum introductionem hanc rem cognitu tantò difficiliorem reddere.

§. 94. Eò minus autem hujus accuratæ inquisitioni insistemus, quòd celeritas progressiva insuper à profunditate maris pendeat. Quòd si enim ponamus mn jam esse Maris fundum, ita ut profunditas Maris in M major non esset quàm Mm, tum isti aquæ tantus motus inesse deberet, quo ea, dum Fluxus ex A in a transit, ex situ $nFMm$ in situm $mFNn$ transferri posset. Hic autem motus quamvis sit difformis & per totam massam inæquabilis, tamen si tota translatio spectetur, totus motus ex spatio à centro

gravitatis interea percurſo eſt æſtimandus. Hoc igitur caſu, quo Terræ ſuperficiem ſolidam ad *mn* uſque pertingere ponimus, reperietur centrum gravitatis maſſæ *nFMm* ferè æquè celeriter promoveri debere ac punctum *A*, ex quo ejus celeritas tanta eſſe deberet, qua tempore unius horæ ſpatium ferè 15 graduum percurrere poſſet, quæ celeritas utique foret enormis ac ſtupenda. At ſi Mari profunditatem majorem tribuamus, ſcilicet ad $\mu\nu$ uſque, tum illa celeritas multò fiet minor, decreſcet namque in eadem ratione in qua profunditas creſcit. Cùm igitur celeritas Maris, quæ antè in ſe ſpectata inventa eſt coſinui dupli anguli *MCA* proportionalis, eò fiat minor, quò majorem Mare habeat profunditatem, tenebit ea in quoque loco rationem compoſitam ex ratione directâ coſinûs dupli anguli *MCA* atque ex inversâ profunditatis.

§. 95. Datur autem alius modus celeritatem Maris horizontalem, poſitâ ſcilicet ubique profunditate eâdem, determinandi, qui tamen etiam ad diverſas profunditates patet, ſi cum ratione inveniendâ conjungamus reciprocum profunditatum uti fecimus; deduciturque hic modus ex motu Maris verticali, quo modò aſcendit modò deſcendit, qui jam ſuprà eſt definitus. Primò enim manifeſtum eſt, ſi Mare ubique eâdem celeritate, (poſitâ profunditate ubique æquali) in eandem plagam promoveretur, tum etiam altitudinem manſuram eſſe eandem ubique, neque ullam mutationem in elevatione aquæ oturam eſſe. At ſi aqua motu inæquabili progrediatur, manifeſtum eſt iis in locis, ubi celeritas diminuitur, aquam turgeſcere atque adeo elevari debere, quoniam plus aquæ affluit quàm defluit; contrà verò ubi celeritas aquæ creſcat, ibi aquam ſubſidere oportere. Quare cùm elevatio & depreſſio Maris à motûs progreſſivi horizontalis inæqualitate pendeat, licebit pro quovis loco hanc inæqualitatem definire, ex motu aſcenſûs & deſcenſûs cognito. Cùm enim celeritas aſcenſûs ſit decremento celeritatis progreſſivæ æqualis, celeritas deſcenſûs verò incremento celeritatis progreſſivæ, ex dato motu verticali ratio

motûs horizontalis definiri poterit. Invenimus autem suprà §. 84, si Luna à meridiano versùs occasum jam recessit angulo z, hoc est cùm regio proposita ab ea, in qua aqua est summa, versùs orientem secundùm longitudinem distet angulo z, fore celeritatem quâ aqua ascendit $= \frac{-6gpqPQ\,sin.\,z}{h(1-2g)} - \frac{3gp^2q^2\,sin.\,2z}{h(1-8g)}$. Quare cùm huic celeritati ascensûs proportionale sit decrementum motûs horizontalis, erit ipsa celeritas horizontalis versùs occasum ut $\frac{g(3p^2q^2+6l^2Q^2-2)}{2h} + \frac{6gpqPQ\,cos.\,z}{h(1-2g)} + \frac{3gp^2q^2\,cos.\,2z}{2h(1-8g)}$; hujus enim differentiale negativè sumtum & per dz divisum dat ipsam celeritatem ascensûs. Quoniam autem hæc expressio simul exhibet spatium, quo Mare supra libellam elevatur, erit celeritas Maris in quovis loco versùs occidentem proportionalis elevationi supra libellam, & inversè profunditati Maris, quæ est vera regula pro motu Maris, tam verticali quàm horizontali, definiendo; atque ita priori modo insufficienti superfedere potuissemus.

§. 96. Considéremus ergo motum, quo aqua tam verticaliter quàm horizontaliter promovetur à Fluxu usque ad Refluxum, indeque ad sequentem Fluxum, idque sub æquatore, dum Luna pariter in æquatore versatur: erit itaque celeritas ascensûs ut $-$ sin. $2z$, celeritas autem horizontalis versùs occasum ut 15 cos. $2z + 1$ posito $g = \frac{1}{10}$, cui expressioni simul altitudo aquæ supra libellam est proportionalis. Quòd si ergo superficies Terræ seu perimeter æquatoris in 24 partes æquales dividatur, atque in locis A & B aqua sit maximè elevata, in C & D verò minimè, numeri 1, 2, 3, &c. designabunt ea Terræ loca in quibus ante unam vel duas vel tres vel &c. horas lunares aqua maximè fuit elevata, tribuendo uni horæ Lunari 62 minuta. In Tabulâ ergo annexâ exhibetur motus tam verticalis, quàm horizontalis, ad singulas horas post Fluxum elapsas.

FIG. XIII.

Horæ post Fluxum.	*Celeritas Maris verticalis.*		*Celeritas Maris horizontalis.*	
0	0,000	descendit.	1,067	in occasum.
1	0,500	descendit.	0,927	in occasum.
2	0,860	descendit.	0,567	in occasum.
3	1,000	descendit.	0,067	in occasum.
4	0,860	descendit.	0,432	in ortum.
5	0,500	descendit.	0,792	in ortum.
6	0,000	ascendit.	0,932	in ortum.
7	0,500	ascendit.	0,792	in ortum.
8	0,860	ascendit.	0,432	in ortum.
9	1,000	ascendit.	0,067	in occasum.
10	0,860	ascendit.	0,567	in occasum.
11	0,500	ascendit.	0,927	in occasum.
12	0,000	descendit.	1,067	in occasum.

Facilè autem intelligitur pro regionibus ab æquatore remotis, præcipuè si Luna habeat declinationem, tum utrumque motum magis fore irregularem, atque mox ascensum citiùs absolvi mox verò descensum; totus autem motus faciliùs ex ipsis formulis datis cognoscetur. Hìc denique profunditatem ubique eandem posuimus; quòd si enim esset diversa, motus horizontalis simul rationem inversam profunditatis tenebit.

§. 97. Denique antequam hoc caput finiamus, notari oportet, neque maximos æstus iis ipsis temporibus evenire posse, quibus vires Solis & Lunæ maximè vigent, nec minimos æstus tum, cùm vis à Luna & Sole nata est debilissima, sed aliquanto tardiùs. Æstûs enim magnitudo non solum à quantitate virium sollicitantium pendet, uti id usuveniret, si aqua inertiâ careret, sed insuper à motu jam antè concepto. Quòd si enim antè Mare omnino quievisset,

tum primus certè æstus oriundus admodum futurus esset exilis, etiamsi vires sollicitantes essent maximæ ; sequentes verò æstus continuò crescerent, donec tandem post tempus infinitum magnitudinem assignatam obtinerent, si quidem vires sollicitantes idem robur perpetuò servarent : atque hoc idem evenire debet, si æstus præcedentes tantum fuerint minores, quàm is qui viribus sollicitantibus convenit. Quare cùm æstus novilunia ac plenilunia præcedentes sint minores, ii quidem his temporibus ab auctis viribus augebuntur, non verò subitò totam suam quantitatem consequentur, atque hanc ob rem æstus etiamnum post syzygias augmenta accipient, donec ob tum secutura virium decrementa, æstus iterum decrescere incipiant. Ita tempore noviluniorum & pleniluniorum non tam ipsi æstus quàm incrementa eorum censenda sunt maxima, quatenus scilicet æstus præcedentes maximè deficiunt, ab iis qui sequi deberent ; ex quo manifestum est non illos æstus, qui in ipsis syzygiis luminarium contingunt, esse maximos, sed sequentes esse majores. Hocque idem intelligendum est de æstibus minimis, qui non in ipsas quadraturas incidunt, sed tardiùs sequuntur : unde ratio luculenter perspicitur, cur æstus tam maximi quàm minimi non ipsis syzygiarum & quadraturarum tempestatibus respondeant, sed seriùs observentur, tertii scilicet demum vel quarti post hæc tempora.

CAPUT

CAPUT SEPTIMUM.

Explicatio præcipuorum Phænomenorum circa Æſtum Maris obſervatorum.

§. 98. IN præcedentibus capitibus fuſiùs expoſuimus effectus, qui in Mari à viribus illis duabus, quarum altera versùs Lunam eſt directa, altera versùs Solem, produci debent; eoſque cùm per calculum analyticum, tùm per ſolida ratiocinia ita determinavimus, ut de eorum exiſtentiâ dubitari omnino non liceat, ſi quidem illæ vires admittantur. At verò iſtas vires in mundo exiſtere non ſolum per alia phænomena evidentiſſimè probavimus, ſed etiam earum cauſam phyſicam aſſignavimus, quam in binis vorticibus, quorum alter circa Solem, alter circa Lunam ſit conſtitutus, poſuimus, quippe quæ eſt unica ratio cùm gravitatem tùm etiam vires, quibus planetæ in ſuis orbitis circa Solem continentur, explicandi. Quin etiam hæc ipſa phænomena internam vorticum ſtructuram & indolem commonſtrarunt; ob eaque vortices ita comparatos eſſe ſtatuimus, ut vires centrifugæ decreſcant in duplicatâ ratione diſtantiarum à centris eorumdem. Quare cùm in his viribus nihil gratuitò aſſumſerimus, ſi effectus ex iis oriundi cum phænomenis æſtûs Maris conveniant, certiſſimè nobis perſuadere poterimus, in aſſignatis viribus veram æſtûs Maris cauſam contineri; abſonumque omnino fore, ſi cauſam æſtûs Maris in aliis viribus imaginariis anquirere vellemus. Quamobrem in hoc capite conſtituimus omnes effectus, qui in ſuperioribus capitibus ſparſim ſunt eruti, conjunctim & ordine proponere, ſummumque eorum conſenſum cum experientiâ declarare. Quoniam autem nondum impedimentorum à littoribus terriſque oriundorum rationem habuimus, facilè intelligitur, hinc excludi adhuc debere ejuſmodi anomalias æſtûs Maris, quæ evidentiſſimè

à Terris contingentibus ortum habeant, cujuſmodi ſunt æſtus vel vehementer enormes vel vix ſenſibiles, uti in Mari Mediterraneo, vel inſignes retardationes eorum, quibus rebus explicandis ſequens caput ultimum deſtinavimus: ita in hoc capite tantum ea æſtûs Maris phænomena explicanda ſuſcipimus, quæ in portubus ampliſſimum oceanum reſpicientibus vel inſulis obſervari ſolent in oceano ſitis.

§. 99. Si omnes proprietates, quibus Fluxus ac Refluxus Maris præditus eſſe obſervatur, diſtinctè enumerare atque exponere velimus, deprehendemus eas ad tres claſſes revocari debere. Ad primam ſcilicet claſſem referenda ſunt phænomena, quæ in uno æſtu in ſe ſpectato conſpiciuntur, cùm ratione temporis tùm etiam ratione quantitatis; hæcque phænomena commodiſſimè ſub varietatibus diurnis comprehendi poſſunt, quatenus ea ſe offerunt obſervatori, qui per integrum tantum diem obſervationes inſtituit, neque ea cum aliis phænomenis aliis temporibus occurrentibus comparat. Secunda claſſis complectitur varietates menſtruas, quæ ſeſe obſervatori per integrum menſem æſtum Maris contemplanti offerunt, quorſum pertinent æſtus maximi minimique, item retardationes modò majores modò minores. Tertia denique claſſis comprehendit varietates annuas ac pluſquam annuas, quæ ſequuntur vel varias Lunæ à Terra diſtantias, vel Solis; vel etiam luminarium declinationem. Hanc ob rem phænomena uniuſcujuſque claſſis recenſebimus, atque quomodo ſingula cum theoriâ traditâ congruant, oſtendemus. Hìc verò, ut jam eſt monitum, à perturbationibus quæ à Terris ac littoribus provenire poſſunt, animum prorſus abſtinemus, eas ſequenti capiti reſervantes. Multò minùs verò ad ventum hìc reſpicimus, quo æſtus Maris cùm ratione magnitudinis tùm temporis plurimum affici obſervatur; ſed tantum ejuſmodi phænomena explicare hìc conabimur, quæ memoratis perturbationibus minimè ſint obnoxia.

§. 100. Quod igitur ad primam claſſem attinet, præci-

puum Phænomenum in hoc consistit, quòd ubique in amplissimo oceano quotidie bini Maris Fluxus seu elevationes, binique Refluxus seu depressiones observentur, atque tempus inter binos Fluxus successivos circiter 12 h. 24′ deprehendatur. Huic verò Phænomeno, si ulli alii, per theoriam nostram plenissimè est satisfactum, ubi ostendimus maximam aquæ elevationem deberi transitui Lunæ per meridianum tam supra quàm infra Terram: ex quo cùm Luna unâ revolutione diurnâ bis ad ejusdem loci meridianum appellat intervallo temporis circiter 12 hor. 24′, necessariò sequitur unâ revolutione Lunæ circa Terram binos Fluxus tanto tempore à se invicem dissitos oriri debere, quemadmodum hoc ipsum calculus tam pro hypothesi aquæ inertiâ carentis, quàm admissâ inertiâ, clarissimè indicavit. Simul autem ex iisdem determinationibus intelligitur sub ipsis polis nullum omnino æstum dari diurnum, in regionibus verò à polis non procul remotis, ubi luminaria vel non oriuntur vel non occidunt, quotidie unum tantum Fluxum unicumque Refluxum contingere debere; quæ consequentia theoriæ, etsi observationibus nondum satis est comprobata, tamen quia ex iisdem principiis sequitur quæ institutis observationibus satisfaciant, nulli ampliùs dubio subjecta videtur. In locis autem æquatori propioribus, quibus quotidie bini Fluxus totidemque Refluxus eveniunt, momentum, quo aqua maximè deprimitur non satis exactè medium interjacere observatur inter Fluxuum momenta, sed mox priori mox posteriori est propius, quod Phænomenum cum nostrâ theoriâ apprimè congruit; ostendimus enim momentum Refluxûs non exactè tempori medio inter Fluxus respondere, nisi vel locus situs sit sub æquatore, vel Lunæ declinatio fuerit nulla, sed modò priori modò posteriori Fluxui esse propius.

§. 101. Secundum Phænomenum huc redit, ut ubique locorum Fluxus post transitum Lunæ per meridianum venire observetur, idque aliquot horarum spatio, in portubus versùs apertum oceanum patentibus. Nam in regionibus

quæ cum oceano non liberrimè communicantur, sed ad quas aqua juxta littora deferri debet, multo tardiùs æstus advenit, quæ retardatio si ferè ad 12 horas ascendit, in causa esse solet, ut hujusmodi in locis Fluxus ante transitum Lunæ per meridianum venire videatur. Ita ad Portum Gratiæ videri posset Fluxus 3 horis Lunæ culminationem antecedere, cùm tamen, re benè consideratâ, à præcedente culminatione oriatur, atque adeo eam 9 ferè horis demum sequatur, uti apparebit si æstuum momenta, quæ successivè ad littora Britanniæ minoris & Normanniæ observantur continuóque magis retardantur, attentiùs inspiciantur. Deberet quidem ubique Fluxus in ipsos Lunæ transitus per meridianum incidere, imò quandoque ob Solem præcedere, non solum demtâ inertiâ, sed etiam eâ positâ, si tantum aquæ motus verticalis spectetur; at si etiam motûs horizontalis ratio habeatur, tum dilucidè ostendimus Fluxum perpetuò retardari, ac demum post Lunæ transitum per meridianum evenire debere. Tempus quidem hujus retardationis, cùm sit admodum variabile pluribusque circumstantiis subjectum, non definivimus, interim tamen id ex §. 82. colligi poterit, remotis externis impedimentis: cùm enim invenerimus aquam propriâ vi gravitatis sese in situm æquilibrii recipere tempore $\frac{12}{n}$ horarum, ac numerum n esse circiter 5 vel 6, manifestum est tanto etiam tempore opus esse, quo aqua eum situm quem vires intendunt, induat, ex quo Fluxus circiter 2 horas vel $2\frac{1}{2}$ hor. post transitum Lunæ per meridianum contingere debebit, id quod cum observationibus in oceano libero institutis egregiè convenit; hancque idcirco præcipuam hujus retardationis causam meritò assignamus.

§. 102. Tertium Phænomenon suppeditat æstûs magnitudo, quæ autem tam diversis locis quàm diversis tempestatibus maximè est mutabilis. Interim tamen exceptis enormibus illis æstubus, qui nonnullis in portubus observari solent, reliqui cum nostrâ Theoriâ egregiè consentiunt; inertiâ enim sublatâ, invenimus sub æquatore maximum

æſtum fore per ſpatium circiter 4 pedum, ab inertia autem hoc intervallum augeri ita ut duplo, vel triplo, vel etiam quadruplo & plus fiat majus, prout valor ipſius *g* (vid. §. 82.) minor fuerit vel major, quippe qui à facultate oceani ſeſe propriâ ſuâ vi in ſtatum æquilibrii reſtituendi pendet; ex quo ſub æquatore ſpatium per quod maximus æſtus agitatur ad 8, 12, 16 & plures pedes exſurgere poteſt. In regionibus autem ab æquatore remotis invenimus magnitudinem æſtûs tenere rationem duplicatam coſinuum elevationis poli, unde ſub elevatione poli 45°, magnitudo æſtûs circiter duplo erit minor quàm ſub ipſo æquatore; cujus veritas in locis à littoribus aliquot milliaria remotis per experientiam eximiè comprobatur. Deprehenditur enim ubique in locis à littoribus remotis æſtus multò minor quàm ad littora; cujus diſcriminis cauſa in ſequenti capite dilucidè indicabitur. Quinetiam in medio Mari plerumque æſtus adhuc minor obſervatur, quàm hæc regula requirit; id autem oſtendetur à non ſatis amplâ oceani extenſione ſecundùm longitudinem proficiſci, quemadmodum in oceano Atlantico qui versùs occidentem littoribus Americæ, versùs orientem verò littoribus Africæ & Europæ terminatur, quæ amplitudo non eſt ſatis magna, ut integram æſtûs quantitatem ſuſcipere queat.

§. 103. Quartum Phænomenon varietates menſtruas reſpicit, atque oſtendit æſtus, qui circa plenilunia & noviluniа contingunt, inter reliquos ejuſdem menſis eſſe maximos, æſtus verò circa quadraturas luminarium minimos; quæ inæqualitas cum theoria noſtra ad amuſſim quadrat. Cùm enim æſtus Maris non ſolum ab ea vi, quæ vortici Lunam ambienti competit, oriatur, ſed etiam à vi Solem ſpectante pendeat, quæ ceteris paribus circiter quadruplo minor eſt vi Lunæ, manifeſtum eſt æſtum Maris maximum eſſe debere, ſi ambæ vires inter ſe conſpirent, atque aquam ſimul vel elevent vel deprimant, id quod accidere oſtendimus tam pleniluniis quàm noviluniis. Deinde ſimili modo, quoniam iſtæ vires inter ſe maximè diſcrepant in quadraturis,

quibus temporibus dum aqua à Luna maximè elevatur, simul à Sole maximè deprimitur ac viciſſim, perſpicuum eſt iiſdem temporibus æſtum minimum eſſe debere. Præterea verò ipſum diſcrimen cum theoria exactè convenit; in pluribus enim portubus æſtus maximos & minimos ad calculum revocavimus, atque ex relatione eorum relationem inter vires Lunæ ac Solis inveſtigavimus; hincque perpetuò eandem ferè rationem inter vires Solis ac Lunæ abſolutas elicuimus, quemadmodum id fecit Newtonus ex obſervationibus Briſtolii & Plymouthi, nos verò in Portu Gratiæ inſtitutis, concluſionibus mirificè inter ſe congruentibus: qualis conſenſus profectò expectari non poſſet, ſi theoria veritati non eſſet conſentanea. Neque etiam aliæ theoriæ adhuc productæ, cujuſmodi ſunt Galilæi, Walliſii atque Carteſii, qui cauſam in preſſione Lunæ collocavit, huic phænomeno perfectè ſatisfaciunt, ſed potiùs prorsùs evertuntur.

§. 104. Quintum Phænomenon in hoc conſiſtat, quòd unius menſis intervallo maximi æſtus non ſint ii, qui novilunia ac plenilunia proximè inſequuntur, ſed ſequentes tertii ſcilicet circiter vel quarti, ſimilique intervallo æſtus minimi demum poſt quadraturas contingunt. Hujus autem Phænomeni ratio in §. 97. fuſiùs eſt expoſita, ubi oſtendimus, cùm æſtus ante ſyzygias incidentes eſſent minores, maximam vim à Sole & Lunâ ortam non ſubitò æſtum maximum producere valere, ſed tantum Mare ad eum ſtatum ſollicitare. Cùm igitur poſt ſyzygias vis æſtum efficiens ſenſibiliter non decreſcat, æſtus etiamnum poſt hoc tempus incrementa capiet, atque ideo demum poſt ſyzygias fiet maximus; ſimiliſque eſt ratio diminutionis æſtuum, quæ etiamnum poſt quadraturas contingere debet, ita ut æſtus minimi demum poſt quadraturas eveniant. Hujuſmodi autem retardationes effectuum à viribus in mundo exiſtentibus provenientium quotidie abundè experimur: ob ſimilem enim rationem ſingulis diebus maximum calorem non in ipſo meridie ſentimus, etiamſi hoc tempore vis Solis

calefaciens ſine dubio ſit maxima, ſed demum aliquot horis poſt meridiem, atque propter eandem cauſam neque ſolſtitii æſtivi momento maximus calor annuus ſentitur, neque tempore ſolſtitii hyberni frigus ſummum, ſed utrumque notabiliter tardiùs.

§. 105. Sextum Phænomenon in hoc ponimus, quòd momenta Fluxuum tempore ſyzygiarum multo ſtrictiùs ordinem tenere obſervantur, quàm circa quadraturas. Hìc verò ante omnia animadvertendum eſt præcipuam ſenſibilem anomaliam in momentis æſtuum inde originem trahere, quòd hæc momenta ex tempore ſolari atque à vero meridie ſeu tranſitu Solis per meridianum ſoleant computari, cùm ea potiùs à tranſitu Lunæ per meridianum pendeant. Quòd ſi autem ad has obſervationes tempus lunare à tranſitu Lunæ per meridianum computandum adhibeatur, irregularitates apparentes maximam partem evaneſcent, hoc verò multo magis in fluxubus circa ſyzygias quàm quadraturas: in quadraturis enim quoniam, dum Luna per meridianum tranſit, Sol non ſemper in horizonte verſatur, ſed vel ad horizontem demum accedit vel jam ab eo recedit, neceſſe eſt ut illo caſu Fluxus citiùs, hoc verò tardiùs contingat: quod diſcrimen cùm partim ab elevatione poli partim à declinatione luminarium pendeat, momenta Fluxuum in quadraturis magis irregularia reddit: interim tamen habitâ harum circumſtantiarum ratione ſatis propè definiri poteſt. Circa tempora Fluxuum autem, qui in noviluniis ac pleniluniis incidunt, hæc ſola correctio ſeu reductio ad tranſitum Lunæ per meridianum omnem ferè anomaliam tollit, quorſum ſpectat regula à celeb. Caſſino in Mem. 1710 tradita, qua pro totidem horis, quibus plenilunium ſeu novilunium vel ante meridiem vel poſt incidit, totidem bina minuta ad tempus Fluxûs medium vel addere vel ab eo ſubtrahere jubet, quippe quæ ex motu Lunæ eſt petita. Interim tamen hac correctione adhibitâ aliqua anomalia ſupereſſe deprehenditur, cujus autem ratio ex noſtra theoria ſponte ſequitur. Quando enim ſyzygia ante meridiem celebratur,

tum dum Luna per meridianum tranſit, Sol jam ante eum eſt tranſgreſſus, atque ideo jam horizonti appropinquant, ex quo neceſſe eſt ut Fluxus citiùs eveniat, quàm prima regula ſola adhibita indicat. Atque etiam idem in tabulis Fluxuum Dunkerquæ & in Portu Gratiæ obſervatorum, Mem. 1710. inſertis, manifeſtò conſpicitur: quando enim noviluniumve pleniluniumve pluribus horis ante meridiem accidit, tum Fluxus citiùs adveniſſe obſervatur, quàm calculus Caſſinianus indicabat; contrà verò tardiùs ſi ſyzygiæ demum pluribus horis poſt meridiem inciderint, cujus majoris retardationis cauſa in Sole tum adhuc ab horizonte recedente eſt quærenda.

§. 106. Septimum Phænomenon ſuppeditat diverſa retardatio Fluxuum in ſyzygiis luminarium & quadraturis reſpectu appulsûs Lunæ ad meridianum; tardiùs ſcilicet ubique locorum Fluxus, qui in ſyzygiis contingunt, inſequuntur culminationem Lunæ, quàm ii, qui circa quadraturas veniunt. Hujus autem Phænomeni duplex cauſa poteſt aſſignari, quarum prima à ſolâ quantitate æſtuum petitur, quia enim æſtus ſyzygiarum multò ſunt majores quàm æſtus quadraturarum, conſentaneum videtur illos tardiùs venire quàm hos. Altera verò cauſa quæ hoc Phænomenon multò diſtinctiùs explicat, nullique dubio locum relinquit, noſtræ theoriæ omnino eſt propria, priorique longè eſt præferenda. Ponamus enim t eſſe tempus, quo in noviluniis ac pleniluniis Fluxus poſt appulſum Lunæ ad meridianum venire ſolet; ſequentibus igitur diebus hoc tempus t continuò diminuetur, quia tum Sol, dum Luna in meridiano verſatur, Mare jam deprimit; quæ diminutio cùm duret ferè uſque ad quadraturas, neceſſe eſt ut his temporibus Fluxus multò citiùs poſt culminationem Lunæ ſequantur, viribuſque ſollicitantibus magis obtemperent, utì hoc fuſiùs §. 91. explicavimus, unde tempus retardationis in quadraturis tantum erit $t - \theta$. Poſt quadraturas autem Sol exerit contrarium effectum, atque adventum Fluxûs continuò magis retardat, idque æquali modo, quo antè acceleraverat, ex quo uſque ad ſequentem

quentem syzygiam intervallum $t - \theta$ iterum ad t usque augebitur. Hujusque Phænomeni solius explicatio sufficere posset ad veritatem theoriæ nostræ evincendam, cùm id omnibus aliis theoriis explicatu sit insuperabile; neque à nemine adhuc saltem probabilis ejus causa sit assignata.

§. 107. Octavum Phænomenon petamus ex inæqualitate duorum Fluxuum sese immediatè insequentium, quorum alter transitui Lunæ superiori per meridianum respondet, alter inferiori, quæ inæqualitas maximè observatur in regionibus ab æquatore multum remotis, ac tum, cùm Lunæ declinatio est maxima. Theoria quidem declarat Lunam, etiamsi in ipso æquatore versetur, tamen majori vi gaudere ad Mare movendum, quando super horizonte meridianum attingit, quàm infra horizontem; at discrimen adeo sub æquatore tam est exiguum, ut vix in sensus occurrere queat, integrum enim digitum non attingit (§. 41.); atque in regionibus ab æquatore remotis fit multò minus. Vera igitur hujus Phænomeni ratio in altitudine Lunæ meridianâ seu distantiâ ab horizonte continetur; hinc enim sequitur quò major fuerit differentia inter distantias Lunæ ab horizonte, dum per meridianum transit tum super horizonte tum sub horizonte, eò majorem esse debere differentiam inter binos Fluxus successivos, ex quo perspicuum est istam differentiam versùs polos continuò crescere debere, si quidem Luna habeat declinationem. Quòd si ergo Luna habuerit declinationem borealem, tum in regionibus septentrionalibus Fluxus erit major qui transitum Lunæ per meridianum superiorem sequitur, alter verò sequens, qui transitui inferiori respondet, minor. Contrà autem si Lunæ declinatio fuerit australis, appulsui Lunæ ad meridianum superiori Fluxus succedet minor, inferiori verò major; hancque differentiam Flamstedius observavit diligenter, nullumque est dubium, quin ea per copiosissimas observationes, quas Academia Celeberrima Regia Parisina collegit, omnino confirmetur. In hoc autem negotio indoles Fluxuum probè est inspicienda, quoniam aliquibus in portibus tantopere retardantur, ut sequentibus Lunæ transitibus per meridianum

ſint propiores, quàm illi, cui ſuam originem debent; ita Dunkerquæ circa ſyzygias Fluxus circiter meridie obſervari ſolet, neque verò illi ipſi tranſitui Lunæ per meridianum eſt tribuendus qui eodem tempore fit, ſed præcedenti, prouti ſucceſſiva retardationis incrementa ad littora Galliæ & Belgii borealia evidentiſſimè teſtantur. Quare ſi verbi gratiâ Dunkerquæ quis hujuſmodi obſervationes perluſtrare voluerit, is quemque Fluxum non cum tranſitu Lunæ per meridianum proximo comparet, ſed cum eo qui propemodum 12 horis antè contigit; alioquin enim contraria Phænomena eſſet deprehenſurus.

§. 108. Commodus hîc nobis præbetur locus explicandi tranſitum à binis æſtubus, qui quotidie in regionibus extra circulos polares ſitis eveniunt, ad ſingulos æſtus, qui ſecundùm theoriam noſtram in regionibus polaribus contingere debent. Quoniam enim theoria noſtra monſtrat, in zonis temperatis & torridâ quotidie duos Fluxus obſervari debere, in zonis frigidis autem unum tantum, tranſitio ſubitanea à binario ad unitatem maximè mirabilis ac paradoxa videri poſſet. Sed quia ſi Fluxus bini ſucceſſivi inter ſe ſunt inæquales, Refluxus aquæ ſeu maxima depreſſio Fluxui minori eſt vicinior, bini æſtus quoque ſucceſſivi ratione temporis inter ſe erunt inæquales, ſi quidem voce æſtûs intelligamus motum aquæ à ſummâ elevatione ad imam depreſſionem uſque, ac viciſſim. Quò magis itaque ab æquatore versùs polos recedatur, eò major deprehendetur inter binos æſtus ſucceſſivos inæqualitas, cùm ratione magnitudinis tùm temporis, major enim diutiùs durabit quàm minor, ambo verò ſimul ubique abſolventur tempore 12 horarum, cum 24′ circiter: quòd ſi itaque in eas regiones uſque perveniatur, in quibus Luna utraque vice vel ſuper horizonte vel ſub horizonte meridianum attingit, æſtus minor omnino evaneſcet, ſoluſque major ſupererit, qui tempus 12 h. 24′. adimplebit. Ex quibus perſpicuum eſt, ſi Luna habeat declinationem, inæqualitatem binorum æſtuum ſucceſſivorum ad polos accedendo continuò fieri majorem,

atque tandem minorem omnino evaneſcere debere, quod cùm evenit, bini æſtus in unum coaleſcunt.

§. 109. Explicatis anomaliis æſtûs Maris menſtruis, pervenimus ad anomalias annuas vel pluſquam annuas, ac nonum quidem Phænomenon deſumimus ex variatione æſtûs, quæ à diverſis Lunæ à Terra diſtantiis proficiſcitur. Obſervantur enim æſtus ubique majores ceteris paribus, in iiſdem ſcilicet luminarium aſpectibus iiſdemque declinationibus, ſi Luna in ſuo perigæo verſetur, minores verò, Lunâ in apogæo exiſtente. Egregiè autem hæc conveniunt cum noſtrâ theoriâ, qua demonſtravimus Lunæ vires ad Mare movendum decreſcere in triplicata ratione diſtantiarum Lunæ à Terra: quòd ſi igitur Luna verſetur in perigæo Fluxus debebunt eſſe majores, quàm ſi Luna apogæum occupat. Præterea etiam tabula quam Celeb. Caſſini in Mem. 1713. pro diverſis Lunæ à Terra diſtantiis ex plurimis obſervationibus Breſtiæ inſtitutis collegit, ſatis accuratè cum theoriâ noſtrâ conſpirat, etiamſi enim pro Luna perigæa minorem elevationem aquæ tribuat, quàm iſta ratio requireret, tamen diſcrimen valde eſt exiguum: quin etiam facilè concedetur Lunam perigæam totum ſuum effectum non tam citò conſequi poſſe, quem tandem conſequeretur, ſi Luna perpetuò in perigæo verſaretur. Aliter autem Luna apogæa eſt comparata, quæ ad diminuendum æſtum Maris tendit, cùm enim Mare ob inertiam & impedimenta ipſum ad diminutionem æſtûs ſit proclive, ſine ullâ reſiſtentiâ Luna in apogæo conſtituta effectum ſuum exeret. Huc etiam pertinet, quod pariter Celeb. Caſſini ſe obſervaſſe teſtatur, ſimilem differentiam etſi multò minorem à variis Solis à Terrâ diſtantiis produci, id quod noſtræ theoriæ non ſolum eſt conſentaneum, ſed inde etiam ipſa quantitas hujus differentiæ poteſt definiri.

§. 110. Denique decimum Phænomenon ſeſe nobis contemplandum offert, quo vulgò ſtatui ſolet æſtus tam noviluniorum quàm pleniluniorum, qui contingant circa æquinoctia, ceteris eſſe majores, etiamſi obſervationes hanc re-

gulam non penitùs confirment ; quamobrem videamus quomodo æstus ceteris paribus comparatus esse debeat pro diversis Lunæ declinationibus. Ac primò quidem ex nostrâ theoriâ constat (§. 87.) æstus dum Luna in æquatore versatur, maximos esse non posse, nisi in locis sub ipso æquatore sitis; atque eodem loco tabellam adjecimus, ex qua patet, cuinam Lunæ declinationi maximi æstus respondeant. Ita pro elevatione poli 50°, æstus maximi incidunt Lunæ declinationi 27°, si quidem g ponatur $= \frac{2}{25}$; at posito $g = \frac{1}{10}$, quod probabilius videtur, prodit Lunæ declinatio maximum æstum producens circiter 16°, id quod mirificè convenit cum observationibus ad Littora Galliæ Septentrionalia institutis, quibus constat maximos syzygiarum æstus mensibus Novembri & Februario accidere solere, quibus temporibus Luna ferè assignatam obtinet declinationem. At quod fortè illi regulæ, quâ Lunæ in æquatore versanti maximi æstus adscribi solet, ansam præbuisse videtur, est modus æstuum quantitates definiendi peculiaris ac satis perversus; cùm enim crederent plerique observatores causis alienis tribuendam esse inæqualitatem, quæ inter binos æstus successivos intercedat, veram aquæ elevationem accuratiùs definire sunt arbitrati, si sumerent medium inter binos Fluxus successivos. Quòd si autem hoc modo quique æstus æstimentur, tum utique maximi æstus in æquinoctia incidere observabuntur, id quod etiam nostræ theoriæ maximè est conforme, exceptis tantum regionibus polis viciniori-bus. Cùm enim positis sinu elevationis poli $= P$, cosinu $= p$, sinu declinationis Lunæ $= Q$, cosinu $= q$, major æstus fiat per spatium $\frac{3g}{h(1-8g)}\left(pq+\frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)^2$, minor verò per spatium $= \frac{3g}{h(1-8g)}\left(pq-\frac{PQ(1-8g)}{1-2g}\right)^2$; (§. 86.) erit per hunc æstum Maris mensurandi modum quantitas æstûs $= \frac{3g}{h(1-8g)}\left(p^2q^2+\frac{(1-8g)^2P^2Q^2}{(1-2g)^2}\right) = \frac{3g}{h(1-8g)}\left(p^2-p^2Q^2+\frac{(1-8g)^2P^2Q^2}{(1-2g)^2}\right)$; ex qua expres-

sione perspicitur maximos æstus ubique, si quidem modo recensito mensurentur, Lunæ in ipso æquatore degenti respondere, nisi sit $\frac{(1-8g)^2 P^2}{(1-2g)^2} > p^2$, hoc est nisi tangens elevationis poli major sit quàm $\frac{1-2g}{1-8g}$: his scilicet regionibus etiam Luna declinans ab æquatore majores æstus producet. At si ponatur $g = \frac{2}{25}$, prodit elevatio poli, ubi regula prolata fallere incipit, 66°; sin autem ponatur $g = \frac{1}{18}$, fit elevatio poli major quàm 58°; at posito $g = \frac{1}{10}$, provenit poli elevatio 76°. Cùm igitur in locis polis tam vicinis observationes instituì non soleant, satis tutò affirmare licet, maximos æstus menstruos accidere circa æquinoctia, si quidem quantitas æstûs quotidie mensuretur per medium arithmeticum inter spatia, quæ duo æstus successivi conficiunt.

§. 111. Quid nunc aliud de theoriâ nostrâ sit sentiendum; nisi eam veram & genuinam æstûs Maris causam, qualis ab Illustrissima Academia Regia in proposita quæstione desideratur, in se complecti, non videmus? Non solum enim omnia Phænomena, quæ in æstu Maris observantur, clarè & distinctè explicavimus, sed etiam existentiam actualem earum virium, quibus hos effectus adscribimus evidentissimè demonstravimus; ex quo efficitur causam à nobis assignatam, non tantum omnibus Phænomenis satisfacere, sed etiam esse unicam quæ cum verâ consistere queat. Quòd si enim quispiam alias vires excogitet, quibus æquè omnia Phænomena explicare posset, etiamsi hoc fieri posse minimè concedamus, ejus certè explicatio subitò concideret & everteretur à viribus nostræ theoriæ, quas aliunde in mundo existere abundè constat; quoniam ab illis viribus imaginariis hisque realibus conjunctim effectus duplicatus consequi deberet, quem experientia aversatur. Nunc igitur nobis summo jure asserere posse videmur, veram æstûs Maris causam in duobus vorticibus esse positam, quorum alter circa Solem, alter circa Lunam agitetur, atque uterque ejus sit indolis, ut vires centrifugæ decrescant in duplicata ratione distantiarum à centris utriusque vorticis: quæ proprietas obti-

netur, ſi celeritas materiæ ſubtilis gyrantis in quoque vortice teneat rationem reciprocam ſubduplicatam diſtantiarum. Neque verò hi duo vortices ad libitum ſunt excogitati, ſed ille qui Solem circumdat eſt is ipſe, qui omnes planetas in ſuis orbitis continet; alter verò Lunam circumdans, etſi ejus vis niſi in æſtu Maris non ſentitur, tamen ſine ulla hæſitatione admitti poteſt, cùm certò conſtet Terram, Jovem ac Saturnum ſimilibus vorticibus eſſe cinctas, unde ejuſmodi vortices nulli omnino corpori mundano denegari poſſe videntur. Parciùs quidem hîc materiam de vorticibus tractavimus, etiamſi in illis veram æſtûs Maris cauſam ponamus; hoc autem de induſtria fecimus, cùm hoc argumentum jam toties ſit tractatum ac ferè exhauſtum; neque nobis perſuadere poſſumus, ſi hac occaſione doctrinam de vorticibus etiam meliùs, quàm etiamnum à quoquam eſt factum, expediremus, ob eam rem præmium nobis tributum iri.

CAPUT OCTAVUM.

De Æſtûs Maris perturbatione à Terris ac littoribus oriundâ.

§. 112. PERVENIMUS tandem ad ultimam noſtræ diſquiſitionis partem, quæ præcipua eſt, in qua Theoriam expoſitam ad ſtatum telluris, in quo revera reperitur, debito modo accommodabimus. Hactenus enim, quò ardua iſta diſquiſitio facilior redderetur, ab omnibus circumſtantiis externis quibus effectus à viribus Solis ac Lunæ oriundis vel turbari vel determinatu difficiliores reddi poſſent, cogitationem abſtraximus. Primò ſcilicet non ſolum totam Terram ex aqua conflatam poſuimus, ſed etiam inertiam aquæ mente ſuſtulimus, ut eò pauciores res in computum ducendæ ſupereſſent. Deinde inertiæ quidem habuimus rationem, ac præcedentes determinationes debito

modo correximus ; verùm totam Terram aquâ undiquaque circumfusam assumsimus , seu etiamnum anomalias à Terris oriundas negleximus. Nunc itaque nostra theoria eò est perducta , ut nihil ampliùs adjicere necesse foret, si quidem æstus Maris à Terris littoribusque sensibiliter non afficeretur ; nisi fortè anomaliæ quædam à ventis oriundæ commemorari deberent, quæ autem motu aquæ perspecto facilè dijudicantur, atque ad omnes theorias æquè pertinent. Quamobrem ultimum hoc caput destinavimus explicationi Phænomenorum quorumdam singularium, quorum causa non tam in ipsâ aquâ viribusque eam sollicitantibus , quàm in Terrâ continenti littoribusque est quærenda : hac enim parte absolutâ nihil ampliùs restare videtur , quod vel ad Theoriæ nostræ confirmationem , vel ad omnium Phænomenorum adæquatam explicationem desiderari queat. Quamvis enim Illustrissima Academia totum hoc argumentum non penitùs exhauriri jubeat , cùm adhuc nonnullas quæstiones de eodem in posterum proponere constituisset, tamen quia hoc tempore vera causa physica desideratur, veritatem nostræ theoriæ non satis confirmari arbitramur , nisi ejus convenientiam cum omnibus Phænomenis dilucidè ostenderemus , cùm si vel unicum Phænomenon refragaretur, eo ipso tota theoria subverteretur ; quam ob causam prolixitatem nostræ tractationis , atque transgressionem limitum præscriptorum nobis sine difficultate condonatum iri confidimus.

§. 113. Primùm autem perspicuum est motum Maris horizontalem quo vel versùs orientem vel occidentem progreditur , ob Terram interpositam non solum perturbari , verùm etiam quandoque prorsus impediri debere. Suprà enim ostendimus, si tota Terra aquâ esset circumfusa, tum ubique ad Fluxum formandum aquam ab oriente advehi debere , ante refluxum autem versùs ortum defluere. Quòd si ergo oceanus versùs orientem Terris terminetur, fieri omnino nequit tempore Fluxûs ad hæc littora aqua ab oriente affluat, quo ipso cursus aquæ naturalis penitùs impedietur. Quo-

niam autem vires Solis ac Lunæ nihilominùs his in regionibus Mare attollere conantur, effectum consequi non poterunt, nisi aqua ab occidente afferatur: sic quando ad littora Europæ aqua à viribus Solis ac Lunæ elevatur, aqua ab occidente eò deferatur necesse est, ab iis scilicet regionibus, ubi aqua eodem tempore deprimitur; quod idem fieri debet ad littora Africæ & Americæ occidentalia. Contrà verò ad littora Asiæ & Americæ orientalia aqua naturali motu feretur, atque in Fluxu ab oriente adveniet, in Refluxu verò versùs orientem recedet. Vires namque Solis ac Lunæ motum aquæ horizontalem non per se determinant, sed eatenus tantum, quatenus aliis in locis aquam attollunt, aliis verò eodem tempore deprimunt; atque aqua ob propriam gravitatem eum seligit motum, quo facillimè à locis quibus deprimitur, ad loca quibus attollitur promoveatur: quamobrem iste motus maximè à Terris oceanum includentibus determinetur necesse est. Hinc igitur perspectâ positione littorum cujusvis Maris facilè definiri poterit, à quanam plagâ aqua in Fluxu venire, quorsumque in Refluxu decedere debeat, si modò elevationes & depressiones aquæ per totum Mare attentè considerentur: tota enim hæc quæstio pertinebit ad hydrostaticam.

§. 114. Cùm igitur ad littora Europæ aqua elevari nequeat, nisi affluxus ab occidente fiat copiosus, ad littora quæ versùs occidentem respiciunt aqua directè ab occidente adveniet, quæ autem littora ad aliam plagam sunt dispositа, aquæ cursus versùs orientem directus inflectetur juxta littora, priusquam eò pertingat, omnino uti inspectio mapparum docebit. Quoniam verò iste aquæ juxta littora Fluxus tantam celeritatem, quantam habet Luna, recipere nequit, necesse est, ut Fluxus ad littora magis ad orientem sita tardiùs advehatur. Hæc autem versùs littora orientaliora retardatio maximè perspicua est in portubus Galliæ, Belgii, Angliæ & Hiberniæ; cùm enim ad ostia fluviorum Garumnæ & Ligeris, quæ versùs oceanum ampliſſimum patent, tempore pleniluniorum ac noviluniorum Fluxus adveniat horâ tertiâ pomeridianâ,

pomeridianâ, quæ retardatio naturalis cenſeri poteſt, neque littoribus adhuc turbata; hinc aqua demum ad littora Britanniæ minoris ac Normanniæ progreditur; atque idcirco his in regionibus Fluxus tardiùs evenire obſervantur. Sic ad Portum S. Malo tempore ſyzygiarum Fluxus demum horâ ſextâ ſequitur, ad oſtia verò Sequanæ uſque ad horam nonam retardatur: atque ita porro retardatio augetur, donec tandem in freto Gallico Dunkerquæ & Oſtendæ mediâ nocte incidat. Ex hac verò retardatione innoteſcit celeritas aquæ, quâ juxta littora progreditur, eaque tanta deprehenditur quâ unâ horâ ſpatium circiter 8 milliarium conficiat. Denique aqua tantam fere viam abſolvere debet uſque ad Dublinum, quantam ad fretum Gallicum, ex quo Fluxus etiam Dublini horâ circiter decimâ pomeridianâ obſervari ſolet. Atque ſimili modo retardatio Fluxuum ad littora aliarum regionum ſine ullâ difficultate explicari poterit.

§. 115. Quod autem ad quantitatem æſtûs Maris ad littora attinet, facilè intelligitur æſtum Maris ad littora majorem eſſe debere, quàm in medio mari. Primò enim aqua cum impetu ad littora allidit, ex quo allapſu ſolo jam intumeſcentia oriri debet. Deinde quoniam aqua eâdem celeritate, quam habebat in oceano, ubi maxima eſt profunditas, progredi conatur, ad littora locaque vadoſa vehementer inturgeſcet, tantum enim fere aquæ ad littora affertur, quantum ſufficeret ad ſpatium, quod Terra occupat, inundandum. Tertiò iſte aquæ affluxus in ſinibus vadoſis multò adhuc magis increſcere debet, eò quòd aqua his in locis jam multum appulſa ad latera diffluere nequit, ſi quidem ſinus directè versùs eam plagam pateat, unde aqua advehitur. Ex his igitur non ſolum ratio patet, cur aqua fere ubique ad littora ad multo majorem altitudinem elevetur, quàm in medio Mari, ſed etiam cur Briſtolii tam enormis Fluxus circa ſyzygias luminarium obſervetur; cùm enim in hac regione littus ſit valdè ſinuoſum ac vadoſum, aqua maximâ vi appellitur, neque ob ſinuoſitatem

tam citò diffluere poteſt. Atque ex his principiis non erit difficilè rationem inconſuetorum æſtuum, qui paſſim in variis portubus animadvertuntur, indicare atque explicare; quamobrem hujus generis Phænomenis explicandis diutiùs non immoramur, cùm conſideratio littorum & Fluxûs aquæ eò ſponte quaſi manuducat.

§. 116. Quamvis autem tam Affluxus aquæ ex oceano Atlantico, quàm Refluxus per fretum Galliam ab Anglia dirimens, ingenti fiat celeritate, tamen cùm versùs Belgium fœderatum Mare mox vehementer dilatetur, ab iſto alterno Fluxu ac Refluxu altitudo Maris in oceano Germanico ſenſibiliter mutari nequit. Atque hanc ob cauſam ſtatui oportet, in hoc Mari æſtum proficiſci maximam partem ab affluxu & refluxu aquæ circa Scotiam, ubi communicatio hujus Maris cum oceano Atlantico multo major patet; quam ſententiam magnopere confirmat ingens æſtuum retardatio ad littora Belgii & Angliæ orientalia obſervata, ad Oſtia ſcilicet Thamiſis pertingit Fluxus elapſis jam duodecim horis poſt tranſitum Lunæ per meridianum, atque ad Londinum uſque tribus fere horis tardiùs defertur; quod Phænomenon conſiſtere non poſſet ſi aqua per fretum Gallicum ſolum moveretur, cùm jam in ipſo freto duodecim horis retardetur Fluxus. Interim tamen negari non poteſt quin communicatio Maris Germanici cum oceano Atlantico per fretum Gallicum æſtum quodammodo afficiat, atque Fluxum qui circa Scotiam advehitur vel adjuvet vel turbet, prout hi ambo motus ad Mare elevandum ac deprimendum vel magis inter ſe conſpirent vel minus. Simul autem hinc intelligitur æſtum Maris ex oceano Atlantico neque cum Mari Mediterraneo neque cum Mari Baltico communicari poſſe, cùm intervallo ſex horarum per freta Herculea & Oreſundica tantum aquæ in hæc maria neque affluere queat neque inde refluere, ut ſenſibilis mutatio in altitudine aquæ oriri queat. Quamobrem in iſtiuſmodi maribus quæ à vaſto oceano tantum anguſtis fretis ſeparantur, æſtus omnino nullus contingere poteſt, niſi forte talia maria Terris incluſa ipſa tam

sint ampla, ut vires Solis ac Lunæ æstum peculiarem in iis producere queant; qua de re mox videbimus.

§. 117. Quemadmodum autem vidimus in Mari Germanico duplicem extare æstum, quorum alter, qui quidem longè est minor, per fretum Gallicum, alter circa Scotiam advehitur ex eodem oceano Atlantico: ita propter singularem littorum quorumdam situm mirabilia Phænomena in æstu Maris evenire possunt. Quòd si enim littus quodpiam ita fuerit comparatum, ut æstus in id duplici viâ vel ex eodem oceano, vel ex diversis communicetur, ratione temporis, quo bini isti æstus adveniunt insignes discrepantiæ oriri poterunt. Nam si per utramque viam Fluxus eodem tempore advehatur, atque adeo simul Refluxus congruant, æstus multo majores existere debebunt. Sin autem eo tempore, quo per alteram viam Fluxus advenit, ex alterâ viâ Refluxus incidat, tum æstus omnino destruetur si quidem per utramque viam aqua æquali vel affluat vel defluat. Ad hoc verò non sufficit ut ambæ viæ sint æquales, sed etiam requiritur ut bini æstus successivi sint æquales, id quod evenit si Luna vel non habeat declinationem, vel littus in æquatore fuerit positum. Quòd si autem eadem duplici communicatione positâ, tam Luna habeat declinationem, quàm littus notabiliter ab æquatore sit remotum, tum ob inæqualitatem binorum æstuum sese insequentium, Fluxus majores ex alterâ viâ advenientes, superabunt Refluxus minores eodem tempore per alteram viam factos, atque hoc modo in tali littore singulis diebus non bini Fluxus, sed unus tantum accidet; hancque rationem allegat Newtonus æstûs illius singularis Tunquini observati, ubi si Luna in æquatore versatur nullus æstus deprehenditur, sin autem Luna habeat declinationem unicus tantum unâ Lunæ revolutione circa Terram. Nos autem mox hujus mirabilis Phænomeni aliam magis naturalem nostræque theoriæ conformem indicabimus causam.

§. 118. Hactenus æstum Maris, quemadmodum in ampliſſimo oceano à viribus ad Lunam ac Solem tendentibus

producatur, atque vario littorum ſitu cùm ratione quantitatis tùm retardationis diverſimodè turbetur, ſumus contemplati, neque neceſſe eſſe duximus ventorum Mariſque curſuum propriorum rationem habere, cùm ſatis pronum ſit perſpicere, quomodo his rebus æſtus Maris tam augeri vel diminui, quàm accelerari vel retardari debeat. Supereſt igitur ut exponamus, quomodo in ſatis amplo tractu Maris, qui ab oceano vel omnino eſt ſejunctus, vel per anguſtum tantum canalem conjunctus, peculiaris æſtus à viribus Lunæ ac Solis produci queat. Perſpicuum enim eſt ſi talis tractus ſecundùm longitudinem ultra 90 gradus pateat, æſtum pari modo generari debere, ac in ampliſſimo oceano, qui totam tellurem ambire ponitur. Nam quoniam extenſio tanta eſt, ut vires Lunæ & Solis in eo tractu ſimul maximam ac minimam aquæ altitudinem inducere queant, neceſſe eſt etiam, ut aqua alio in loco tantum elevetur, inque alio tantum deprimatur, quantum fieret, ſi iſte tractus omnino non eſſet terminatus. At ſi iſte tractus tam fuerit parvus ut ſingulæ partes æqualibus fere viribus ſimul vel attollantur vel deprimantur, nulla ſenſibilis mutatio oriri poterit. Aqua enim uno in loco attolli nequit niſi in alio ſubſidat & contrà, ſi quidem eadem aquæ copia in eo tractu perpetuò conſervetur. Atque hæc eſt ratio ut in Mari Baltico, Caſpio, Nigro, aliiſque minoribus lacubus nullus omnino æſtus deprehendatur.

§. 119. Quòd ſi autem iſtiuſmodi Maris tractus tantum ſpatium occupet, ut vires attollentes & deprimentes in extremitatibus ſenſibiliter differant, tum neceſſe eſt ut non ſolum aqua in altero extremo elevetur in alteroque deprimatur, ſed etiam ut differentia inter aquæ altitudines tanta ſit, quanta in aperto oceano eidem virium differentiæ reſponder. Quamobrem definiri conveniet, quanta differentia in diverſis Terræ locis eodem tempore in altitudinibus aquæ à viribus Lunæ ac Solis produci queat. Ne autem calculus nimium fiat prolixus, ſolam Lunæ vim in computum ducemus, quippe quæ vim Solis multum excedit; & quoniam

effectu Lunæ cognito facile est Solis effectum æstimando vel adjicere vel auferre. Repræsentet ergo $PLpl$ superficiem Terræ cujus poli sint P & p, atque M & N sint duo termini in eodem Maris tractu assumti, in quibus quantum Maris altitudo quovis tempore differat, sit investigandum. Repræsentet porro Ll parallelum, in quo Luna moveatur hoc tempore, sitque Luna in L; atque exprimet angulus LPM tempus, quod post Lunæ transitum per meridianum termini M est præterlapsum, angulus verò LPN tempus post transitum Lunæ per meridianum alterius termini N. Ductis autem circulis maximis PM & PN, erit arcus PM complementum latitudinis loci M, arcus PN verò loci N; angulus verò MPN dabit differentiam longitudinis locorum M & N; quæ proinde omnia ponuntur cognita. FIG. XIV.

§. 120. Ducantur jam ex loco Lunæ L ad terminos M & N circuli maximi LM & LN, exhibebuntque isti arcus complementa altitudinum, quibus hoc tempore Luna in locis M & N supra horizontem elevata conspicitur. Ponatur arcûs PL sinus $= q$, cosinus $= Q$, erit Q sinus declinationis borealis Lunæ, si quidem Q habeat valorem affirmativum, ac P polum borealem denotet. Deinde ponatur arcûs PM sinus $= p$, cosinus $= P$, erit P sinus elevationis poli pro loco M; similique modo sit arcûs PN sinus $= r$ & cosinus $= R$, ita ut R sit sinus elevationis poli loci N: denique sit anguli MPN sinus $= M$ & cosinus $= m$, anguli verò LPM sinus $= T$, cosinus $= t$; unde erit anguli LPN cosinus $= mt - MT$. Ex his per trigonometriam sphæricam reperietur sinus altitudinis Lunæ supra horizontem loci M seu cosinus arcûs $LM = tqp + QP$: pro loco N verò erit altitudinis Lunæ sinus $= (mt - MT)qr + QR$. Quare si ut suprà vis absoluta ad Lunam urgens ponatur $= L$ & distantia Lunæ à Terra $= b$, erit altitudo ad quam aqua in M elevari deberet $= \frac{L(3(tpq+PQ)^2-1)}{2b^3}$, & altitudo ad quam aqua in N elevari deberet $= \frac{L(3((mt-MT)qr+QR)^2-1)}{2b^3}$, utroque casu supra

libellam naturalem. Si ergo illa expreſſio hanc excedat, aqua in M altiùs erit elevata quàm in N intervallo $\frac{3L}{2b^3}\left((tpq+PQ)^2-\left((mt-MT)qr+QR\right)^2\right)$, hæcque expreſſio, quando fit negativa, indicabit, quanto aqua in N altiùs conſiſtat quàm in M. In hoc verò negotio inertiam aquæ negligimus, quoniam tantum proximè Phænomena hujuſmodi caſibus oriunda indicare annitimur; ſi enim hanc materiam perfectè evolvere vellemus, integro tractatu foret opus.

§. 121. Ponamus tractum noſtrum Maris ab oriente N versùs occidentem M ſub eodem parallelo extendi, ita ut elevatio poli in locis M & N ſit eadem; erit adeo $R=P$, & $r=p$. Tranſeat nunc Luna per meridianum loci M ſupra Terram ita ut ſit $T=0$, $t=1$; hoc ergo tempore magis erit elevata in M quàm in N intervallo $\frac{3L}{2b^3}\left((pq+PQ)^2-(mpq+PQ)^2\right)=\frac{3L}{2b^3}\left(M^2p^2q^2+2(1-m)pqPQ\right)$. At quando Luna per meridianum loci N ſupra Terram tranſit, aqua tantundem magis erit elevata in N quàm in M. Ex quo ſequitur, dum Luna à meridiano loci N ad meridianum loci M progreditur, aquam in M ſenſim elevari per ſpatium $\frac{3Lpq}{2b^3}\left(M^2pq+2(1-m)PQ\right)$, interea verò in N tantundem ſubſidere. Sin autem Luna infra Terram à meridiano loci N ad meridianum loci M progrediatur, aqua in M elevabitur interea per ſpatium $=\frac{3Lpq}{2b^3}\left(M^2pq-2(1-m)PQ\right)$, per tantumque ſpatium aqua in N ſubſidet. Ponamus nunc angulum LPM eſſe 90 graduum, ſeu quæſtionem inſtitui, cùm Luna jam ante ſex horas meridianum loci M ſit trangreſſa, atque obtinebitur differentia inter aquæ altitudines in locis M & N $=\frac{3L}{2b^3}\left(P^2Q^2-(PQ-Mpq)\right)=\frac{3Lpq}{2b^3}\left(2MPQ-M^2pq\right)$. Sex autem horis, antequam Luna ad meridianum loci M appellit, aqua in N magis erit elevata quàm in M in-

tervallo $= \frac{3Lpq}{2b^3}(2MPQ + M^2pq)$. Sequuntur hæc si inertia aquæ negligatur ; at inertiâ admissâ ex præcedentibus satis clarum est, cùm has differentias majores esse debere, tùm tempora mutationum tardiùs sequi debere.

§. 122. Quoniam vero in hoc Maris tractu perpetuò eadem aquæ quantitas contineri debet, necesse ut quantum aquæ unâ parte supra libellam attollatur, tantundem ea in reliquâ parte infra libellam deprimatur. Quò igitur hinc altitudinem Maris quovis loco exactè determinemus, ponamus tractum nostrum secundùm longitudinem terminari binis meridianis PM & PN, secundùm latitudinem verò binis parallelis MN & mn, positâque Lunâ in L sit sinus $PL = q$, cosinus $= Q$; sinus $LPM = T$, cosinus $= t$. Porro sit sinus arcus $PM = p$, cosinus $= P$, sinus $Pm = r$, cosinus $= R$, atque anguli MPN sinus $= M$ & cosinus $= m$. Præterea sit elevatio in M dum Luna in L versatur, supra libellam $= \alpha$, ita ut hoc loco suprema aquæ superficies à centro Terræ distet intervallo $= 1 + \alpha$, unde cùm sinus altitudinis Lunæ in M sit $= tpq + PQ$, erit gravitatio totius columnæ aquæ ab M ad centrum Terræ $= \frac{(1+\alpha)^{n+1}}{n+1} + \frac{L(1-3(tpq+PQ)^2)}{2b^3} = \frac{1}{1+n} + \alpha + \frac{L(1-3(tpq+PQ)^2)}{2b^3}$, prouti suprà §. §. 43. & 44. demonstravimus. Consideretur jam locus quicunque X in nostro tractu, in quo aquæ supra libellam sit elevata spatio $= \varphi$; ac ducto per hunc locum meridiano PR, sit anguli LPR sinus $= X$, cosinus $= x$; arcûs PX sinus $= z$ & cosinus $= Z$, unde gravitatio columnæ aqueæ ex X ad centrum Terræ pertingentis erit $= \frac{1}{1+n} + \varphi + \frac{L(1-3(xqz+QZ)^2)}{2b^3}$. Cùm igitur hæc gravitatio æqualis esse debeat illi, orietur $\varphi = \alpha + \frac{3L}{2b^3}\left((xqz+QZ)^2 - (tpq+PQ)^2\right)$, ex quâ formulâ si modò constaret elevatio aquæ in M, simul innotesceret elevatio vel depressio in quovis loco X.

§. 123. Cùm ergo in X aqua ſupra libellam elevetur ſpatio φ, in elemento tractûs infinitè parvo $XYyx$, plus inerit aquæ, quàm in ſtatu naturali, & quidem quantitas $XY.Xx.\varphi$, cujus elementi integrale per totum tractum ſumtum debet eſſe $=0$, ex quo valor ipſius α innoteſcet. Erit autem angulus $RPr=\frac{dX}{x}$, hincque arculus $Xx=\frac{zdX}{x}$, at elementum $XY=\frac{dZ}{z}$, ex quo infinitè parvum rectangulum $XYyx=\frac{dXdZ}{x}$, in quo ergo exceſſus aquæ ſupra ſtatum naturalem eſt $=\frac{\varphi dXdZ}{x}=\frac{dX}{x}\left(\alpha dZ+\frac{3Ldz}{2b^3}\left((xqz+QZ)^2-(tpq+PQ)^2\right)\right)$, quæ formula bis debet integrari. Ponatur primò X conſtans, & integratione abſolutâ reperietur in elemento $RSsr$ exceſſus aquæ ſupra ſtatum naturalem $=\frac{dX}{x}\left(\alpha(R-P)+\frac{3L}{2b^3}\left(q^2x^2(R-P)-\frac{x^2q^2}{3}(R^3-P^3)-\frac{2xQq}{3}(r^3-p^3)+\frac{Q^2}{3}(R^3-P^3)-(tpq+PQ)^2(R-P)\right)\right)$. Integretur hæc formula denuo ut integrale ad totum tractum $MNnm$ extendatur, prodibitque incrementum aquæ, quod toti tractui acceſſiſſe oporteret, $=\alpha(R-P)A\text{ ſin. }M+\frac{3L}{2b^3}\left(\frac{q^2(3(R-P)-(R^3-P^3))}{6}\left(Mm(1-2TT)-2M^2Tt\right)+\frac{2Qq(r^3-p^3)}{3}(T-Mt-mT)+\frac{q^2(R-P)}{2}A\text{ ſin. }M+\frac{(3Q^2-1)(R^3-P^3)}{6}A\text{ ſin. }M-(tpq+PQ)^2(R-P)A\text{ ſin. }M\right)$, quæ adeo quantitas debet eſſe $=0$: unde oritur $\alpha=\frac{3L(tpq+PQ)^2}{2b^3}+\frac{L(1-3Q^2)(R^2+PR+P^2)}{4b^3}-\frac{3Lq^2}{4b^3}+\frac{3L}{2b^3(R-P)A\text{ ſin. }M}\left(\frac{q^2(3(R-P)-(R^3-P^3))}{6}\left(2M^2Tt-Mm(1-2TT)\right)+\frac{2Qq(p^3-r^3)}{3}(T-Mt-mT)\right)$.

§. 124. Cognitâ igitur verâ elevatione aquæ in M ſupra libellam,

libellam, quam antè posuimus $= \alpha$, hinc intelligetur vera aquæ elevatio supra libellam in loco quocunque X. Ponatur enim sinus anguli $MPX = S$ & cosinus $= s$, erit sin. $LPR = X = Ts + tS$ & $x = ts - TS$, manentibusque arcûs PX sinu $= z$ & cosinu $= Z$, erit elevatio aquæ in $X = \phi = \alpha + \frac{3L}{2b^3}\left((ts - TS)qz + QZ\right)^2 - \frac{3L}{2b^3}(tpq + PQ)^2$; quare loco α valore invento substituto, reperietur aqua in X supra libellam attolli actu per spatium $= \frac{3L}{2b^3}\left((ts - TS)qz + QZ\right)^2 + \frac{L(1-3Q^2)(R^2+PR+P^2)}{4b^3} - \frac{3Lq^2}{4b^3} + \frac{3L}{2b^3(R-P)A\,sin.\,M}\left(\frac{q^2(3(R-P)-(R^3-P^3))}{6}\left(2M^2Tt - Mm(1-2TT)\right) + \frac{2Qq(p^3-r^3)}{3}(T - Mt - mT)\right)$. Quòd si ergo ponatur tractus noster ita augeri ut totam tellurem ambiat, orietur casus jam suprà tractatus; quoniam enim fit $MN = 360°$, seu A sin. $M = 2\pi$ denotante $1 : \pi$ rationem diametri ad peripheriam, erit $M = 0$ & $m = 1$: præterea verò quia M in polum australem p, m verò in borealem P incidit, erit $p = 0$, $P = -1$, $r = 0$ & $R = +1$: si hi valores substituantur, prodibit elevatio aquæ in $X = \frac{L}{2b^3}\left(3\left((ts - TS)qz + QZ\right)^2 - 1\right)$, quæ expressio, quia $ts - TS$ denotat cosinum anguli LPX atque $(ts - TS)qz + QZ$ sinum altitudinis Lunæ supra horizontem in X, cum superioribus formulis exactissimè convenit: si quidem terminus $\frac{L}{b^4}$ negligatur. Hæc verò eadem ipsa expressio quoque emergit, si tantum alterum hemisphærium vel boreale vel australe ponatur aquâ totum circumfusum, manent enim omnia ut antè, nisi quòd fiat $p = 1$ & $P = 0$: utroque enim casu fit $R^2 + PR + P^2 = 1$; ultimusque terminus ob $M = 0$ utroque casu evanescit.

§. 125. Ponamus nunc tractum Maris secundùm longitudinem MN usque ad 180 gradus extendi, erit $M = 0$ & $m = -1$ & A sin. $M = \pi$, denotat enim A sin. M semper arcum circuli, qui mensura est anguli MPN: hinc

si brevitatis gratiâ ponatur sinus anguli, quo Luna in X supra horizontem elevata apparet, $= v$, erit aquæ elevatio in X supra libellam $= \frac{3Lv^2}{2b^3} + \frac{L(1-3QQ)(R^2+PR+P^2)}{4b^3} - \frac{3Lqq}{4b^3} + \frac{2LTQq(p^3-r^3)}{(R-P)b^3\pi}$. Ponamus porro integrum hemisphærium $LPlp$ aquâ esse circumfusum, fiet $p=0$, $P=-1$, $r=0$ & $R=1$; unde elevatio aquæ in X erit $= \frac{L(3v^2-1)}{2b^3}$, omnino ac si tota Terra aquâ cincta esset, uti in præcedentibus capitibus posuimus, vel quod eodem redit, dummodo omnis aqua super Terra mutuam habeat communicationem satis amplam. Quòd si autem tractus noster Maris tantum ad æquatorem usque porrigatur à polo P, ita ut quartam superficiei terrestris partem solum obtegat, tum erit $p=1$, $P=0$, $r=0$ & $R=1$, hoc itaque casu aqua in X elevabitur ad altitudinem $= \frac{L(3v^2-1)}{2b^3} + \frac{2LTQq}{\pi b^3}$: ex quo perspicitur hoc casu elevationem in X majorem fore, quàm si tota Terra aquâ esset circumdata, si expressio TQq habeat valorem affirmativum, minorem verò si TQq habeat valorem negativum. Sed limites huic quæstioni præscripti non permittunt hinc plura consectaria deducere, cùm debita evolutio satis amplum tractatum requirat, neque theoria ulteriori confirmatione indigeat. Quocirca coronidis loco duos tantum casus evolvemus, quorum altero latitudo tractûs ponetur infinitè parva, altero verò longitudo: quippe qui ad phænomena quædam singularia explicanda inservire poterunt.

§. 126. Ponamus igitur latitudinem Mm infinitè esse parvam, seu $R=P$ & $r=p$, reperietur aquæ in X elevatio supra libellam $= \frac{3Lv^2}{2b^3} + \frac{3L(P^2-q^2-3P^2Q^2)}{4b^3} + \frac{3LPq}{2b^3 A\,sin.\,M}\left(\frac{Pq}{2}\left(2M^2Tt - Mm(1-2TT)\right) + 2PQ(T-Mt-mT)\right)$. Consideremus autem elevationem in M, ubi cùm sit $v = tp.q + PQ$, erit ea $=$

$\frac{3Lpq(2\pi pq+4PQ-pq)}{4b^3}+\frac{3}{4}\frac{Lpq}{b^3\,A\,sin.\,M}\Big(pq\big(2M^2Tt-Mm(1-2TT)\big)+4PQ(T-Mt-mT)\Big)$. Transeat nunc Luna per meridianum loci M supra Terram, erit $T=0$, & $t=1$, atque elevatio in M prodibit $=\frac{3Lpq(pq+4PQ)}{4b^3}-\frac{3Lpq}{4b^3\,A\,sin.\,M}(Mmpq+4MPQ)$; at si per eundem meridianum infra Terram transeat, erit aquæ elevatio $=\frac{3Lpq(pq-4PQ)}{4b^3}-\frac{3Lpq}{4b^3\,A\,sin.\,M}(Mmpq-4MPQ)$. Quòd si autem Luna versùs ortum à meridiano distet angulo horario 90 graduum, seu circiter 6 horis ante appulsum Lunæ ad meridianum in M superiorem, erit $T=-1$ & $t=0$, unde elevatio erit $=\frac{-3Lp^2q^2}{4b^3}+\frac{3Lpq}{2b^3\,A\,sin.\,M}\big(pqMm-2PQ(1-m)\big)$; sex verò horis post transitum Lunæ per meridianum loci M versùs occasum, erit altitudo aquæ in M supra libellam $=\frac{-3Lp^2q^2}{4b^3}+\frac{3Lpq}{2b^3\,A\,sin.\,M}\big(2pqMm-2PQ(1+m)\big)$.

§. 127. Tribuamus huic tractui longitudinem 90 graduum, ut sit $M=1$, $m=0$, & A sin. $M=\frac{\pi}{2}$, unde oritur elevatio aquæ in $M=\frac{3Lpq(2\pi pq+4PQ-pq)}{4b^3}+\frac{3Lpq}{2\pi b^3}\big(2pqTt+4PQ(T-t)\big)$. Quæ si etiam declinatio Lunæ ponatur $=0$, fiet $=\frac{3Lp^2q^2(2\pi-1)}{4b^3}+\frac{3Lp^2q^2Tt}{\pi b^3}$ existente $q=1$, unde apparet maximam elevationem non accidere cùm Luna per meridianum loci M transit, sed tardiùs, & quidem si dupli anguli LPM sinus fuerit $=\frac{2}{\pi}$, hoc est ferè unâ horâ post transitum Lunæ per meridianum, hoc igitur casu Fluxus in M unâ ferè horâ tardiùs observetur, quàm si tota Terra aquâ esset circumfusa. Dum autem Luna per meridianum superius transit, erit elevatio $=\frac{3Lpp}{4b^3}$, quæ etiam valet si Luna infra Terram meridianum attingat; at sex horis vel antè vel post, quando Luna

in horizonte versatur, erit aquæ depressio $= -\frac{3Lpp}{4b^3}$. Unde intelligitur in tali Maris tractu pariter quotidie binos Fluxus totidemque Refluxus accidere debere, atque æstum propemodum fore similem æstui generali, nisi quòd majoribus anomaliis sit obnoxius, præcipuè si Luna habeat declinationem.

§. 128. Hinc explicari potest ratio æstûs, qui in Mari Mediterraneo observatur, & qui in ipso hoc Mari generatur. Cùm enim longitudo hujus Maris ne 60 quidem gradus attingat, æstus erunt multò minores; decrescunt enim si cùm longitudo diminuatur, tum elevatio poli augeatur. Quòd si ergo in his formulis angulus MPN ponatur fere 60 graduum, atque elevatio poli debita introducatur, reperientur quidem æstus bini quotidie evenire debere, qui autem futuri sint multò minores, quàm in medio Mari, & pluribus anomaliis subjecti, quas quidem omnes ex formulis traditis definire licebit. Quoniam ergo tam exigui æstus à ventis & cursu aquæ, qui in hoc Mari notabilis deprehenditur, vehementer turbantur, ad pleraque Littora hujus Maris vix usquam æstus regularis observabitur. Excipi autem debet Mare Adriaticum, quod cùm sinum formet amplum, advenientem aquam meliùs colliget, atque elevationem multò sensibiliorem patietur, à quo æstus Maris Venetiis observatus originem habet. Tametsi enim Mare Mediterraneum non solum satis amplam habeat latitudinem, sed etiam vehementer inæqualem, tamen ejusmodi marium æstus admodum exquisitè ex præsenti casu, quo latitudinem omnino negligimus, colligi potest, quia extensio Maris in longitudinem præcipuam causam æstuum binorum singulis diebus evenientium continet, neque extensio latitudinis multum conferat.

§. 129. Ponamus nunc tractûs nostri Maris longitudinem evanescere, totumque tractum in eodem meridiano Pp ab
FIG. XVI. M usque ad N extendi, ita ut sit $M=0$, $m=1$; sinus autem elevationis poli in M sit $=P$, cosinus $=p$, in N

verò sit sinus elevationis poli $= R$, cosinus $= r$. Ex his si Luna in L versetur, ob A sin. $M = M$, erit in M elevatio aquæ supra libellam $= \frac{3L(tpq+PQ)^2}{2b^3} + \frac{L(1-3Q^2)(P^2+PR+R^2)}{4b^3} - \frac{3Lq^2}{4b^3} + \frac{L}{4b^3}\left(q^2(3-P^2-PR-RR)(2TT-1) - \frac{4Qqt(p^3-r^3)}{R-P}\right) = \frac{L}{2b^3}\left((ttqq-QQ)(R^2+PR-2P^2) + \frac{2Qqt(3PpR+r^3-3P^2p-p^3)}{R-P}\right)$. Quòd si nunc ponatur alter terminus N ultra æquatorem versùs austrum situs, ita ut sinus elevationis poli australis in N duplo major sit quàm sinus elevationis borealis in M, seu $R = -2P$ & $r = \sqrt{(1-4P^2)}$, erit $R^2+PR-2P^2 = 0$, atque elevatio aquæ in M supra libellam erit $= \frac{LQqt}{3b^3P}(9P^2p+p^3-r^3)$. Ex hac igitur formulâ sequitur, si Lunæ declinatio sit nulla seu $Q = 0$, tum nullum omnino æstum in M observari debere. Quòd si autem Luna habeat borealem, tum ad transitum Lunæ per meridianum superiorem aquam attolli ad spatium $= \frac{LQq}{2b^3P}(9P^2p+p^3-r^3)$; at dum Luna in alterutro circulo horario sexto versetur, tum aquam ad libellam naturalem fore constitutam; Lunâ autem infra horizontem ad meridianum appellente, aquam infra libellam depressum iri per spatium $= \frac{LQq}{2b^3P}(9P^2p+p^3-r^3)$; contrarium denique fore æstum, si Luna habeat declinationem australem. In tali igitur Maris tractu quotidie semel tantum aqua affluet, semelque refluet, si quidem Luna habeat declinationem; nam si Luna æquatorem occupat, æstus omnino erit nullus.

§. 130. Ex hoc casu aptissimè explicari posse videtur Phænomenon illud æstûs singularis, qui in portu Tunquini ad Batsham observatur, ubi omnino ut in præsente casu dum Luna in æquatore versatur, Mare nullum æstum sentit, at dum Luna removetur ab æquatore vel versùs boream vel versùs austrum, quotidie aqua semel tantum affluit semelque refluit, prorsus ut calculus monstravit; scilicet si Lunæ declinatio fuerit borealis, aqua versùs Lunæ occasum, hoc est

poſt tranſitum Lunæ per meridianum ſuper horizonte, affluit, versùs ortum verò defluit, quæ retardatio ab inertiâ aquæ & motu ad littora provenire intelligitur ut ſuprà. Contrà verò ſi Lunæ declinatio ſit auſtralis, aqua deprimitur Lunâ ad occaſum inclinante, Lunâ autem oriente, attollitur: quæ Phænomena apprimè conveniunt cum caſu modò expoſito. Eſt præterea elevatio poli Tunquini 20° 50′, borealis, atque Mare utrinque cùm peninſulis tùm inſulis ab utroque oceano Pacifico & Indico fere prorſus ſeparatur, ſaltem ut libera communicatio non adſit: præterea hic idem Maris tractus, qui versùs boream ad littora regni Tunquini terminatur, extenditur ultra æquatorem ad gradus circiter 45, cujus latitudinis ſinus circiter duplo major eſt, quàm ſinus latitudinis borealis 20°, 51′: Quocirca ex his circumſtantiis per noſtram Theoriam eadem ipſa ſingularia Phænomena æſtûs Maris obſervari debent, quæ actu obſervantur: atque hoc modo ſi ullum adhuc dubium circa noſtram theoriam reliquum fuiſſet, id reſolutione hujus mirabilis Phænomeni funditùs ſublatum iri confidimus.

FINIS.

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maitres des Requetes ordinaires de notre Hôtel, grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers, qu'il appartiendra, SALUT. Notre ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES Nous a très-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Réglement nouveau de nouvelles marques de notre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnés au Public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilége, attendu que celles que Nous lui avons accordées en date du six Avril 1693. n'ayant point eû de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat, du 13 Août 1704. celles de 1713. & celles de 1717. étant aussi expirées ; & désirant donner à notredite Académie en corps & en particulier, & à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilités & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au Public, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à notredite Académie, de faire vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéissance, par tel Imprimeur ou Libraire qu'elle voudra choisir, *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les assemblées de notredite Académie Royale des Sciences ; comme aussi les Ouvrages, Mémoires, ou Traités de chacun des Particuliers qui la composent, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression ;* & ce pendant le tems & espace de quinze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangére dans aucun lieu de notre obéissance : comme aussi à tous Imprimeurs-Libraires, & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages ci-dessus spécifiés, en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce soit, d'augmentation, correction, changement de titre, feuilles même séparées, ou autrement, sans la permission expresse & par écrit de notredite Académie, ou de ceux qui auront droit d'Elle, & ses ayans cause, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de dix mille livres d'amende contre chacun des Contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & intérêts : à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles ; que l'impression desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que notredite Académie se conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10 Avril 1725. & qu'avant que de les exposer en vente, les Manuscrits ou Imprimés qui auront servi de copie à l'impression desdits Ouvrages, seront remis dans le même état, avec les Approbations & Certificats qui en auront été donnés, ès mains de notre très-cher & feal Chevalier Garde des Sceaux de France, le sieur Chauvelin ; & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France le sieur Chauvelin : le tout à peine de nullité des Présentes : du contenu desquelles vous mandons & enjoi-

gnons de faire jouir notredite Académie ; ou ceux qui auront droit d'Elſe & ſes ayans cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement : Voulons que la Copie deſdites Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages, ſoit tenue pour dûement ſignifiée, & qu'aux Copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers & Secretaires foi ſoit ajoutée comme à l'Original : Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires : Car tel eſt notre plaiſir. Donné à Fontainebleau le douziéme jour du mois de Novembre, l'an de grace mil ſept cent trente-quatre, & de notre Regne le vingtiéme. Par le Roi en ſon Conſeil. *Signé*, SAINSON.

Regiſtré ſur le Regiſtre VIII. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, num. 792, fol. 775. conformément aux Réglemens de 1723. qui font défenſes, Art. IV. à toutes perſonnes de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leur nom, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs ou autrement, & à la charge de fournir les Exemplaires preſcrits par l'Art. CVIII. du même Réglement. A Paris le 15 Novembre 1734. G. MARTIN, *Syndic.*

L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES a cédé aux Sieurs GABRIEL MARTIN, COIGNARD & GUERIN l'aîné Libraires à Paris la jouiſſance du Privilege general par elle obtenu le 12. Novembre 1734. pour l'impreſſion des Pieces qui ont remporté le Prix de ladite ACADEMIE, & pour celles qui le remporteront dans la ſuite. A Paris ce 3. Juin 1740.

Signé FONTENELLE, *Secretaire perpetuel de l'Académie Royale des Sciences.*

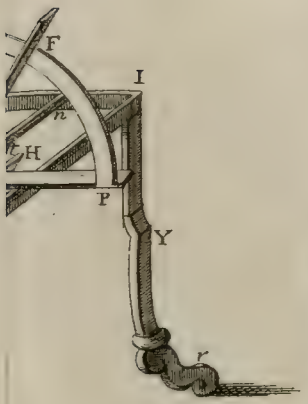


Fig. 4.

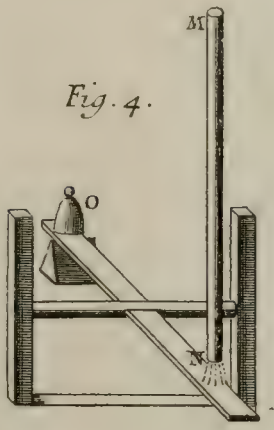
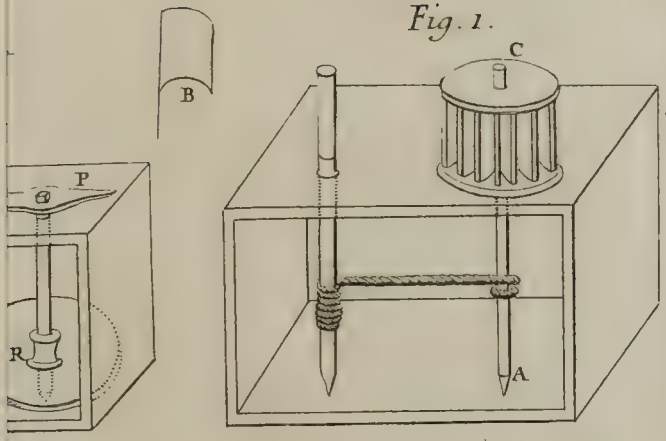


Fig. 1.



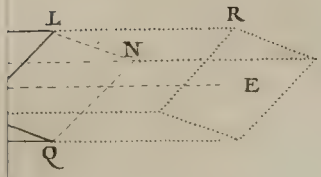


Fig. 5.

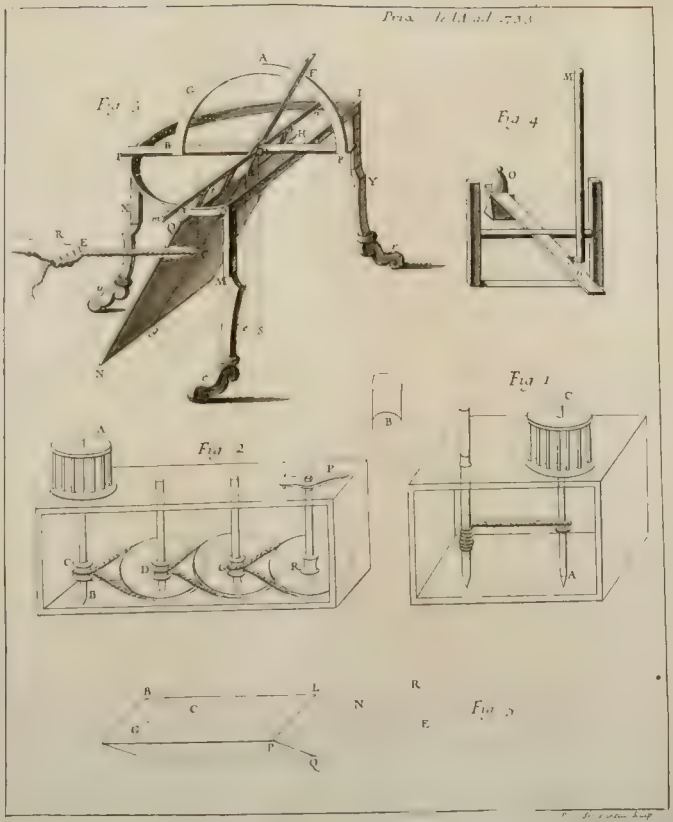


Fig 3
Fig 4
Fig 1
Fig 2
Fig 5

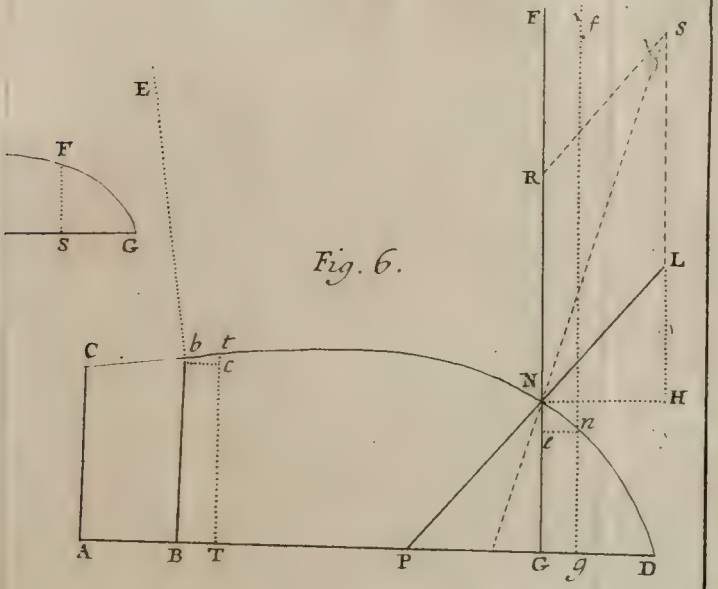


Fig. 6.

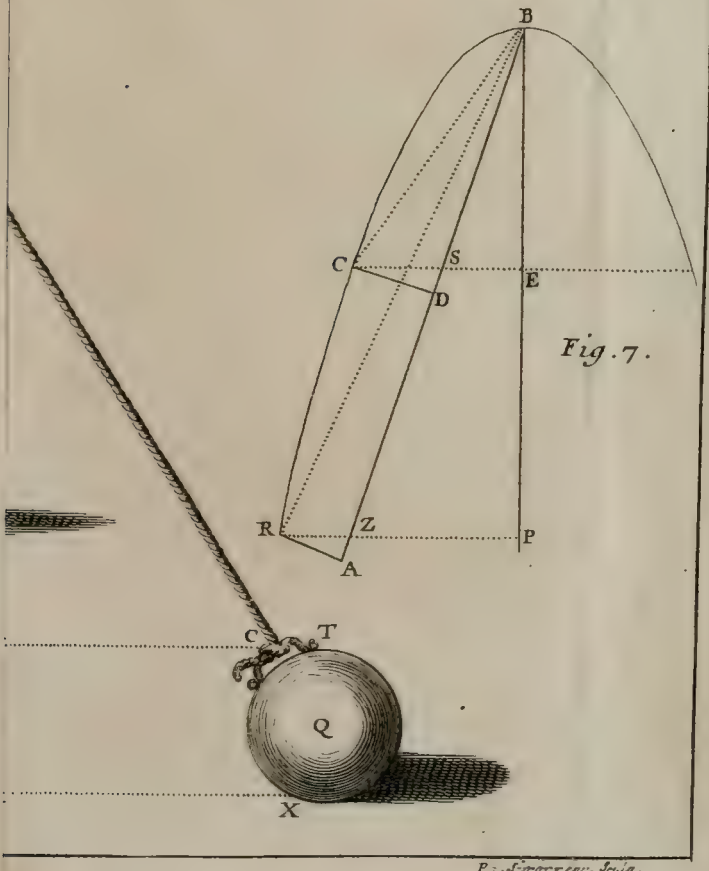


Fig. 7.

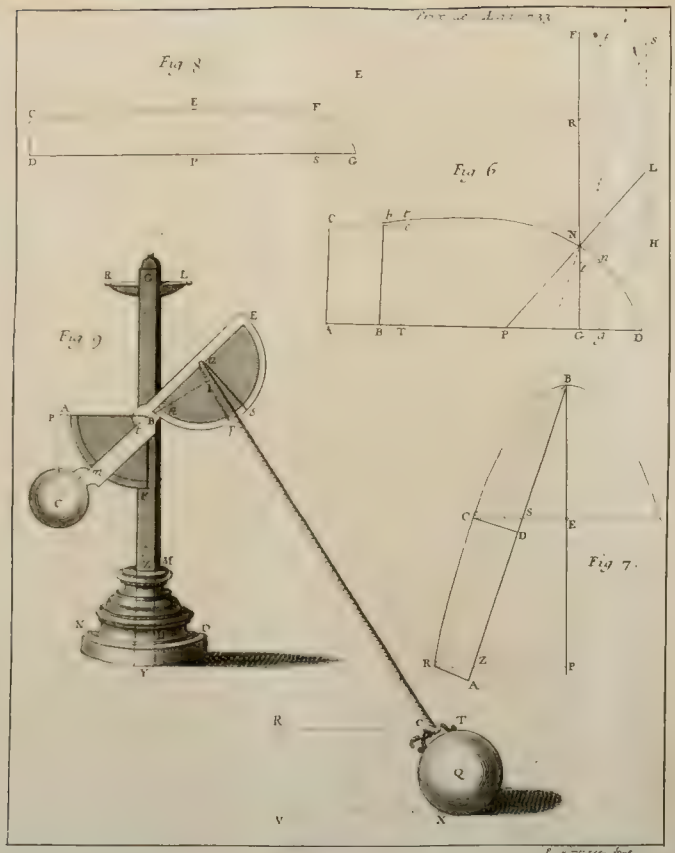


Fig 8
Fig 6
Fig 9
Fig 7.

CATALOGUE

des Ouvrages contenus dans ce Recueil.

I. Discours sur le Principe, la Nature, & la Communication du Mouvement : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences proposé pour l'année 1720. Par M. de Crousas Professeur en Mathematique dans l'Academie de Lausane, 67. *pages.*

II. Propositions présentées à l'examen de Messieurs de l'Academie Royale des Sciences, à l'occasion d'un second Prix proposé pour la même année 1720. & qui a pour sujet : *Quelle seroit la meilleure maniere de conserver sur Mer l'égalité du mouvement d'une pendule, soit par la construction de la machine, soit par sa suspension.* Par M. Massy. 32. *pages & une planche qui sort hors du Livre.*

Ici il y a une interruption jusqu'en 1724.

III. Démonstration des loix du choc des corps : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences pour l'année 1724. Par M. Mac-laurin Professeur en Mathematique dans l'Université d'Alberdeen. 26. *pages & une planche en taille douce.*

IV. Discours sur la maniere la plus parfaite de conserver sur Mer l'égalité du mouvement des Clepsidres, ou Sabliers: Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences pour l'année 1725. par M. Daniel Bernoulli, fils du célébre M. Jean Bernoulli Professeur en Mathematique à Bâle, qui a remporté le Prix en 1730. 24. *pages & une planche qui sert.*

V. Les loix du choc des corps à ressort parfait, ou imparfait : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1726. Par le P. Mazieres, Prêtre de l'Oratoire. 57. *pages & une planche gravée en taille douce.*

VI. Traité des petits tourbillons de la matiere ſubtile, pour ſervir d'introduction à une nouvelle Phyſique, & d'éclairciſſement à la Piece precédente, qui a remporté le Prix en 1726. par le même Auteur, 60. *pages.*

VII. Diſcours ſur les loix de la communication du mouvement, qui a merité l'éloge de l'Academie Royale des Sciences, & qui a concouru aux Prix des années 1724. & 1726. par M. Jean Bernoulli Profeſſeur en Mathematique à Bâle. 110. *pages & 5. planches qui ſortent.*

VIII. De la Mâture des Vaiſſeaux : Piece qui a remporté le prix de l'Academie Royale des Sciences, l'année 1727. Par M. Bouguer Profeſſeur Royal en Hydrographie au Croiſic & Membre de l'Academie de Bordeaux, qui a remporté le Prix en 1730. *le tout en* 164. *pages & 5. planches gravées en taille douce.*

IX. *Meditationes ſuper problemate nautico de implantatione malolorum quæ proximè acceſſere ad præmium anno* 1727. 48 pag. *cum duobus tabulis æneis, cælo inciſis.*

X. De la mâture des Vaiſſeaux : Piece qui a concouru au Prix de l'année 1727. par M. Camus. 65. *pages & 3. planches.*

XI. *De cauſa gravitatis phyſica generali diſquiſitio experimentalis, quæ præmium à Regia Scientiarum Academia, anno* 1728. *retulit auctore Georg. Bernh. Bulffinger, Phyſicæ experimentalis, & Theoreticæ Profeſſ. Petropoli.* 40. pag. *cum duobus tabulis aquâ forti inciſis.*

XII. De la méthode d'obſerver exactement ſur Mer la hauteur des Aſtres : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1729. par M. Bouguer Profeſſeur en Hydrographie au Croiſic, & qui a remporté le Prix en 1727. *pages* 72. *avec deux planches qui ſortent.*

XIII. Nouvelles penſées ſur le Syſtême de M. Deſcartes, & la maniere d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes : Piece qui a remporté le Prix de l'Academie Royale des Sciences en 1730. Par M. Jean Bernoulli Profeſſeur en Mathematique à Bâle.